STATISTICKÉ METODY V GEOGRAFII

Teoretická rozdělení:
Binomické rozdělení
Pearsonova křivka
Studentovo
<u>χ2</u>

Binomické rozdělení

- pro diskrétní náhodné proměnné,
- které mohou nabývat pouze dvou hodnot (např. ano, ne)
- pravděpodobnost, že nastane alternativa ANO označme π
- pravděpodobnost, že nastane NE …$q = 1 - \pi$), protože
- platí $\pi + q = 1$ (100 %)
- k výpočtu se používá **binomický rozvoj**

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!};$$

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \pi^k (1 - \pi)^{n-k}, \quad \text{pro } k = 0, 1, 2, \ldots, n.$$

Příklad 1a – binomické rozdělení

- Předpokládejme, že pravděpodobnost narození dívky je 0,49.
- Jaká je pravděpodobnost toho, že mezi třemi dětmi v rodině je právě jedna dívka?

Řešení 1 a

Tabulka3: Parametry binomického rozdělení v příkladu

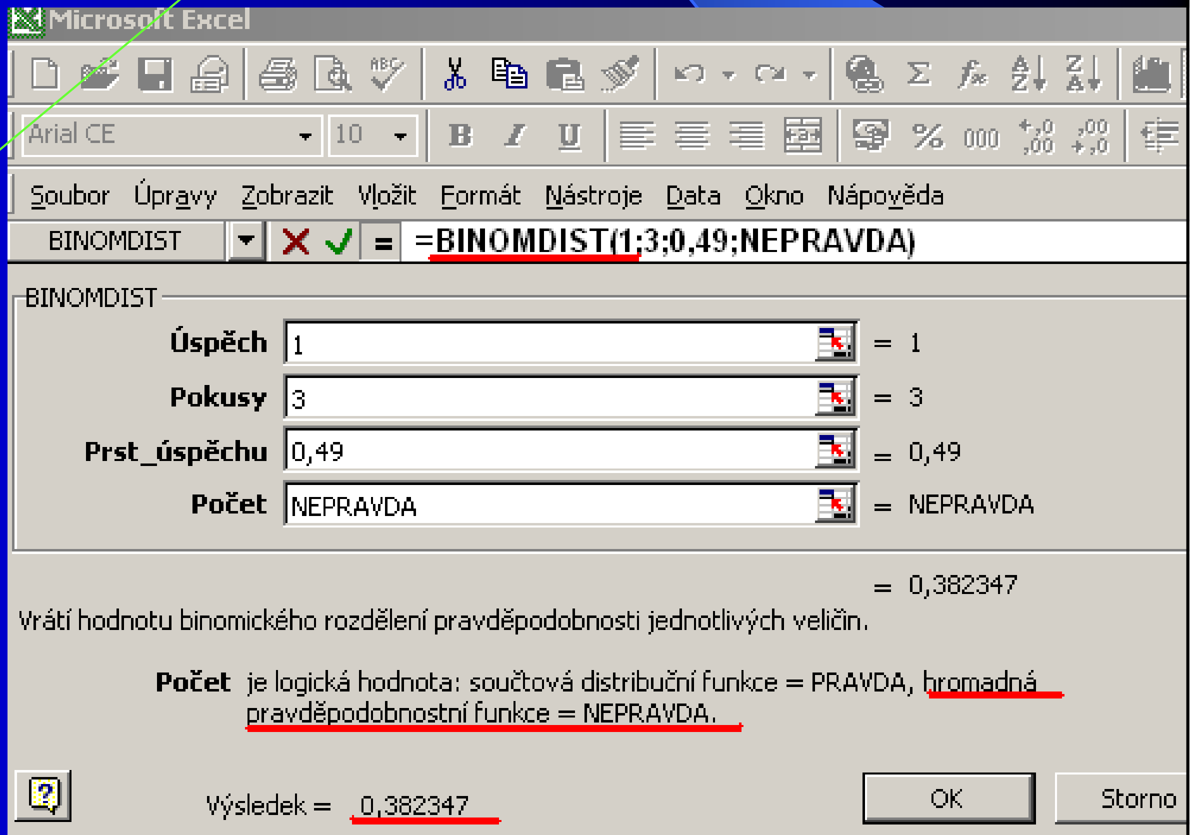
Pokus	Úspěch	Neúspěch	Pravděpodobnost úspěchu	Počet pokusů	Počet úspěchů
				n	k
narození dítěte	dívka	chlapec	0,49	počet dětí	počet dívek

Řešení 1a

Jak je vidět z tabulky, počet narozených dívek v rodině je náhodná veličina s binomickým rozdělením. Pravděpodobnost, že mezi třemi dětmi je právě jedna dívka tedy vypočteme jako

$$P(X=1)=\binom{3}{1}0{,}49^{1}\cdot 0{,}51^{2}=3\cdot 0{,}127=0{,}38.\ \diamond$$

$$\binom{3}{1}=\frac{3!}{1!2!}=\frac{3\cdot 2\cdot 1}{1\cdot 2\cdot 1}=3.$$



Pravděpodobnost, že ze tří dětí bude jedna dívka, je 38%.

Příklad 1b

Jaká je pravděpodobnost, že v rodině s 8 dětmi jsou právě 3 dívky? Pravděpodobnost narození dívky je 0,49.

Řešení

binomický rozvoj:

$$P(k = 3) = \binom{8}{3} 0{,}49^3 \cdot 0{,}51^5 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 0{,}118 \cdot 0{,}035 = 0{,}23. \diamond$$

Pravděpodobnost, že v rodině s 8 dětmi jsou tři dívky, je 0,23, tj. 23 %.

Příklad 2, binomické rozdělení

- Vypočítejte pravděpodobnost, se kterou se vyskytne určitý počet měsíců v roce hodnocených jako „ suché“.
- Konkretizace:
- oblast Oxford,
- období 1851 – 1943, tj. 1116 měsíců
- Suchý měsíc - tj. méně srážek v měsíci než je dlouhodobý průměr tohoto měsíce.
- 617 měsíců hodnocených jako suché
- 499 – vlhké měsíce

Řešení 2

„úspěch“	„neúspěch“	Pravděpodobnost suchého měsíce	Pravděpodobnost vlhkého měsíce	Počet měsíců	Počet suchých měsíců
suchý	vlhký	π = 617/1116 π = 0,553	q = 499/1116 q = 0,447 $(q = 1 - \pi)$	n =12	k=0 až 12

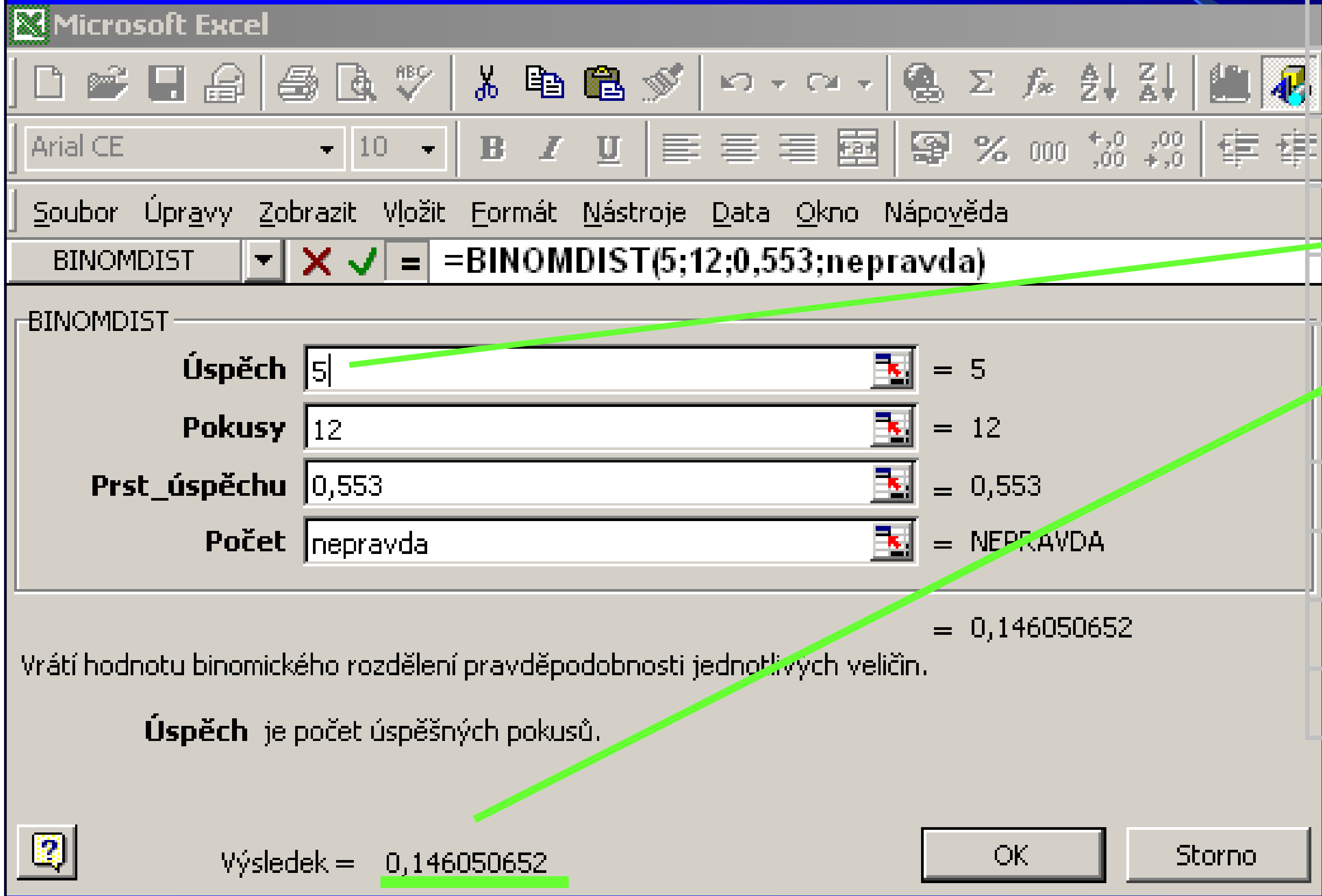
<u>Řešení</u>

a) Ručně pomocí binomického rozvoje
b) s podporou např. Excel

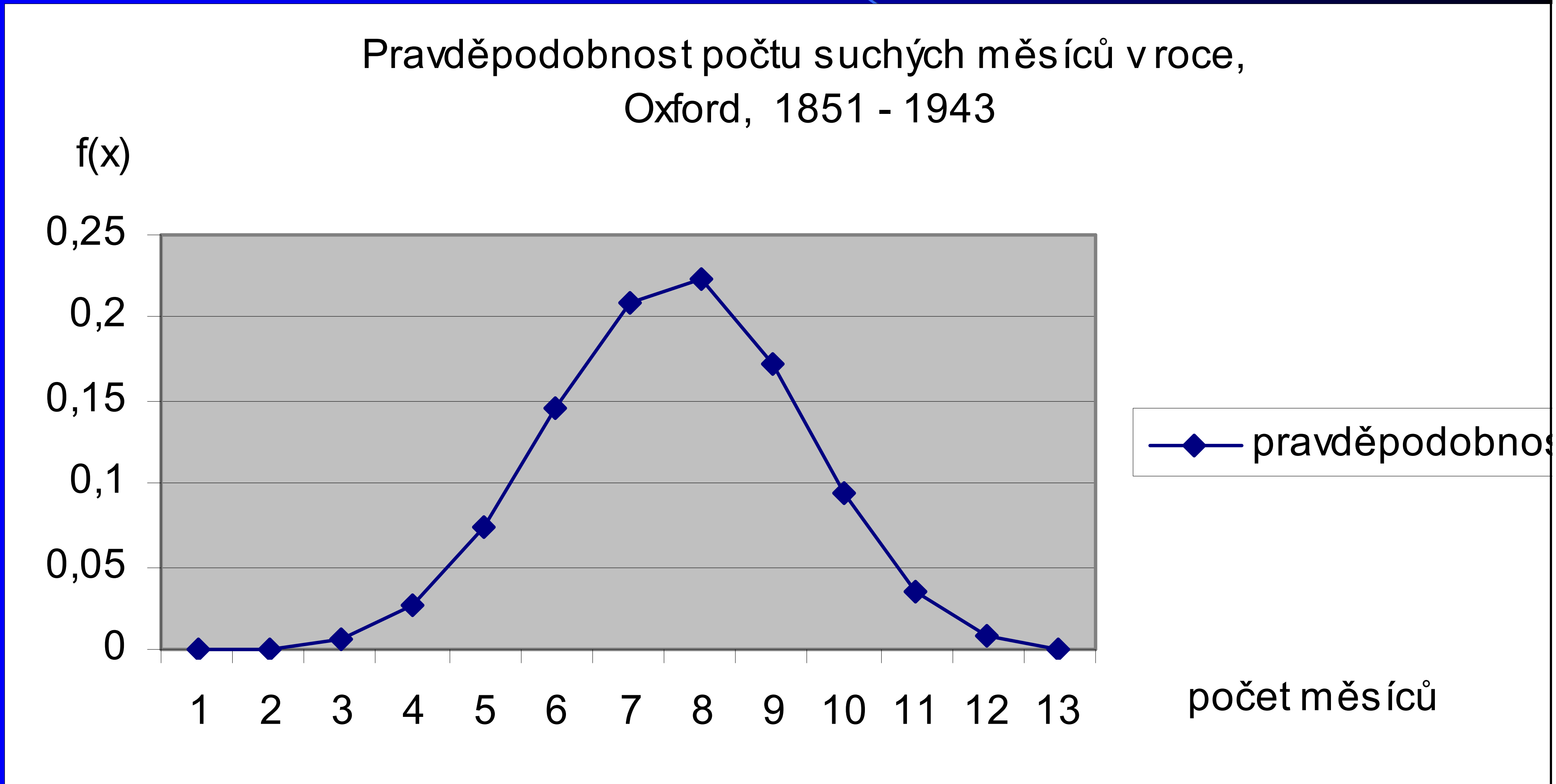
Řešíme dílčí příklady, tj. jaká je pravděpodobnost, že v roce se vyskytne

a) žádny suchý měsíc, tj- k = 0
b) Jeden suchý měsíc, tj. k = 1
c) Atd.
d) všechny měsíce suché, k= 12

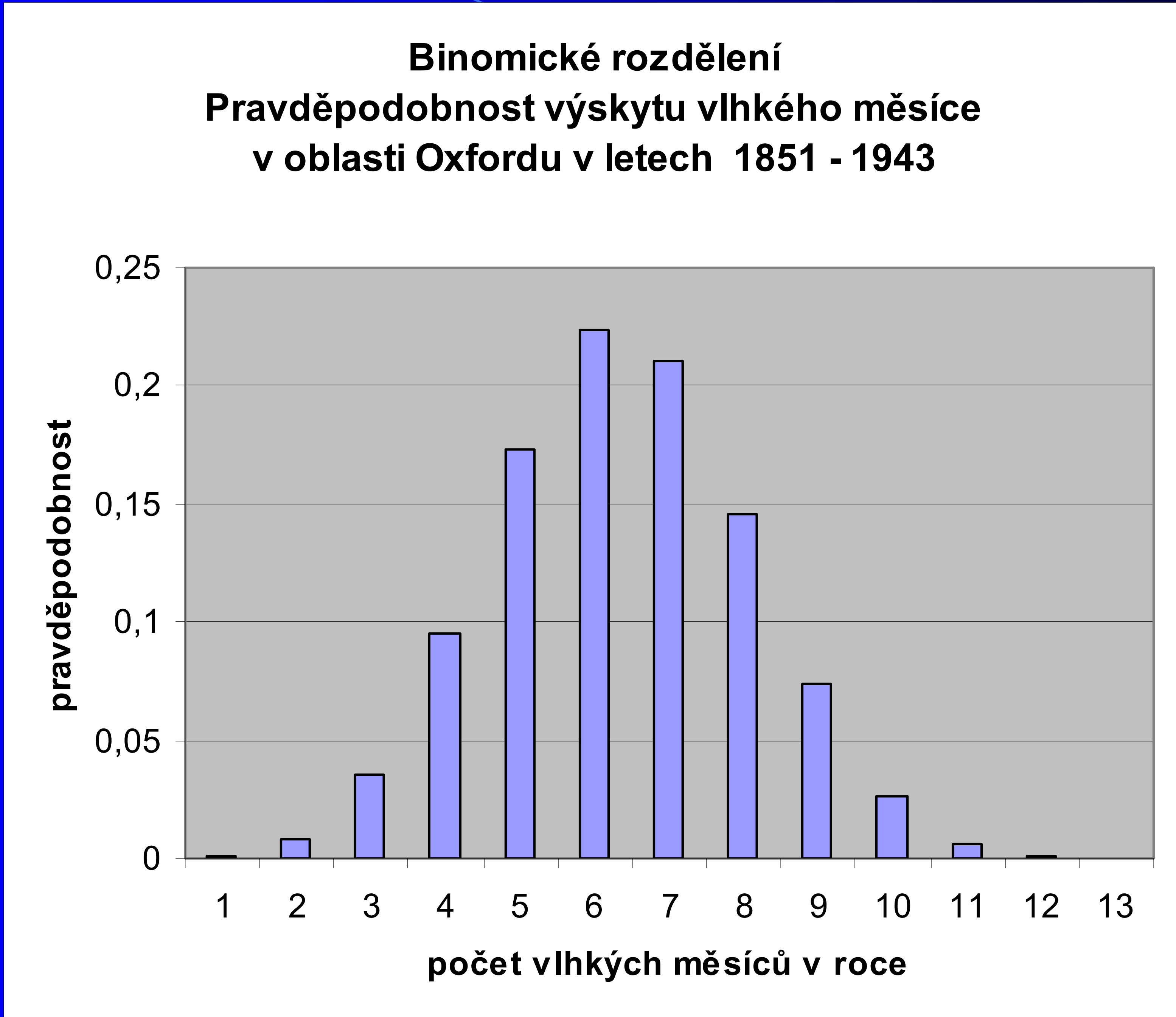
Řešení 2



k	f(x)
0	0, 000
1	0,000945
2	0,006428
3	0,026507
4	0,073785
5	0,146051
6	0,21
7	0,223
8	0,172
9	0,095
10	0,035
11	0,0079
12	0,0008


Pravděpodobnost počtu suchých měsíců v roce,
Oxford, 1851 - 1943
f(x)
0,25
0,2
0,15
0,1
0,05
0
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13
počet měsíců
pravděpodobnos

Jak bude vypadat situace pro „vlhké“ měsíce?



Další rozdělení

Poissonovo rozdělení

- – pro rozdělení vzácných případů
- (zimní bouřka, výskyt mutace apod.).

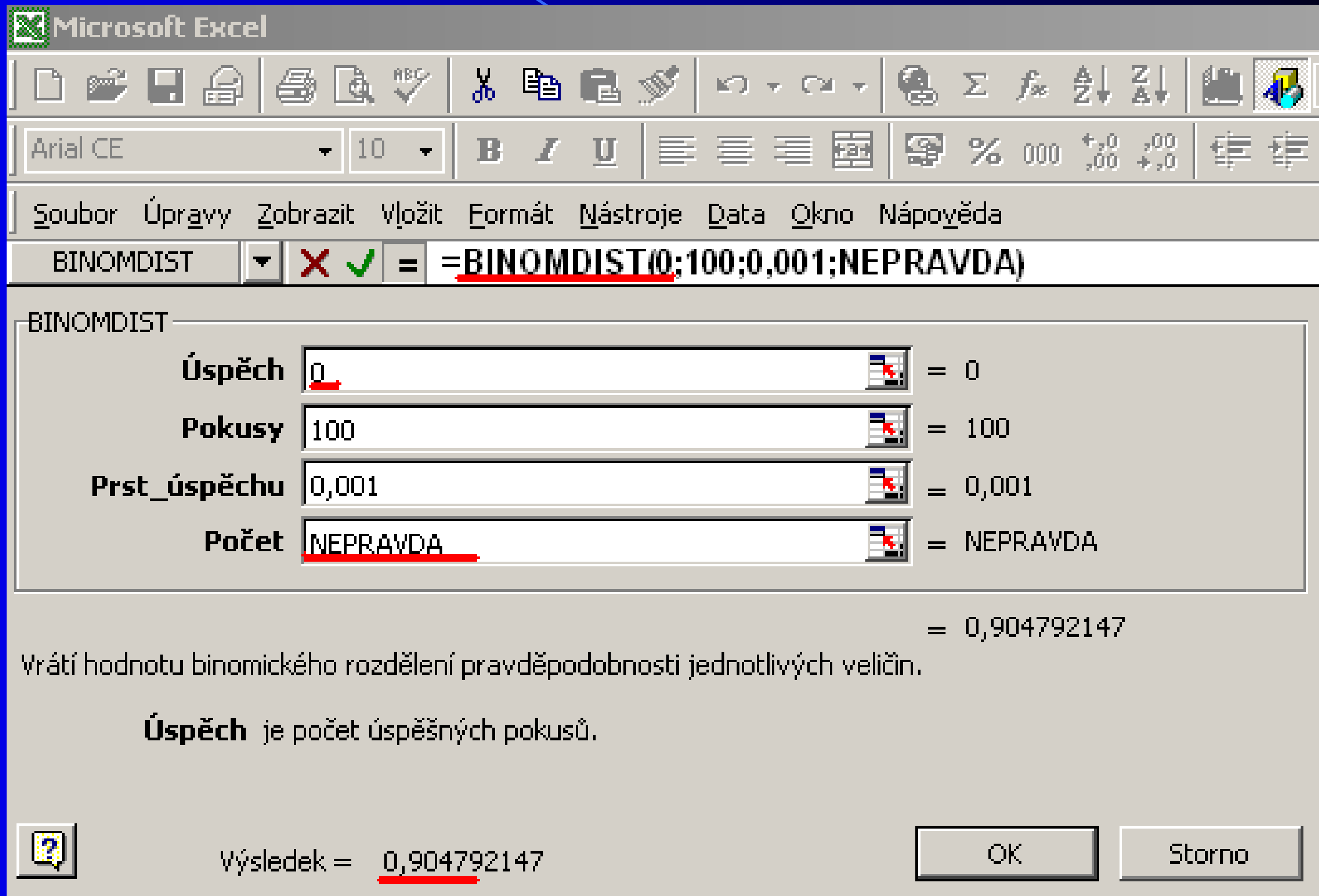
- Je-li pravděpodobnost nějaké výjimečné události (např. určité mutace genu) relativně malá a rozsah výběru poměrně velký, pak Poissonovo rozdělení v podstatě splývá s binomickým, ale je mnohem výhodnější pro počítání .

Poisson - příklad

- Předpokládejme, že v určité populaci krys se vyskytuje albín s pravděpodobností
- p = 0,001 , ostatní krysy jsou normálně pigmentované.
- Ve vzorku 100 krys náhodně vybraných z této populace určete pravděpodobnost, že vzorek
- a) <u>neobsahuje albína,</u>
- <u>b) obsahuje právě jednoho albína.</u>

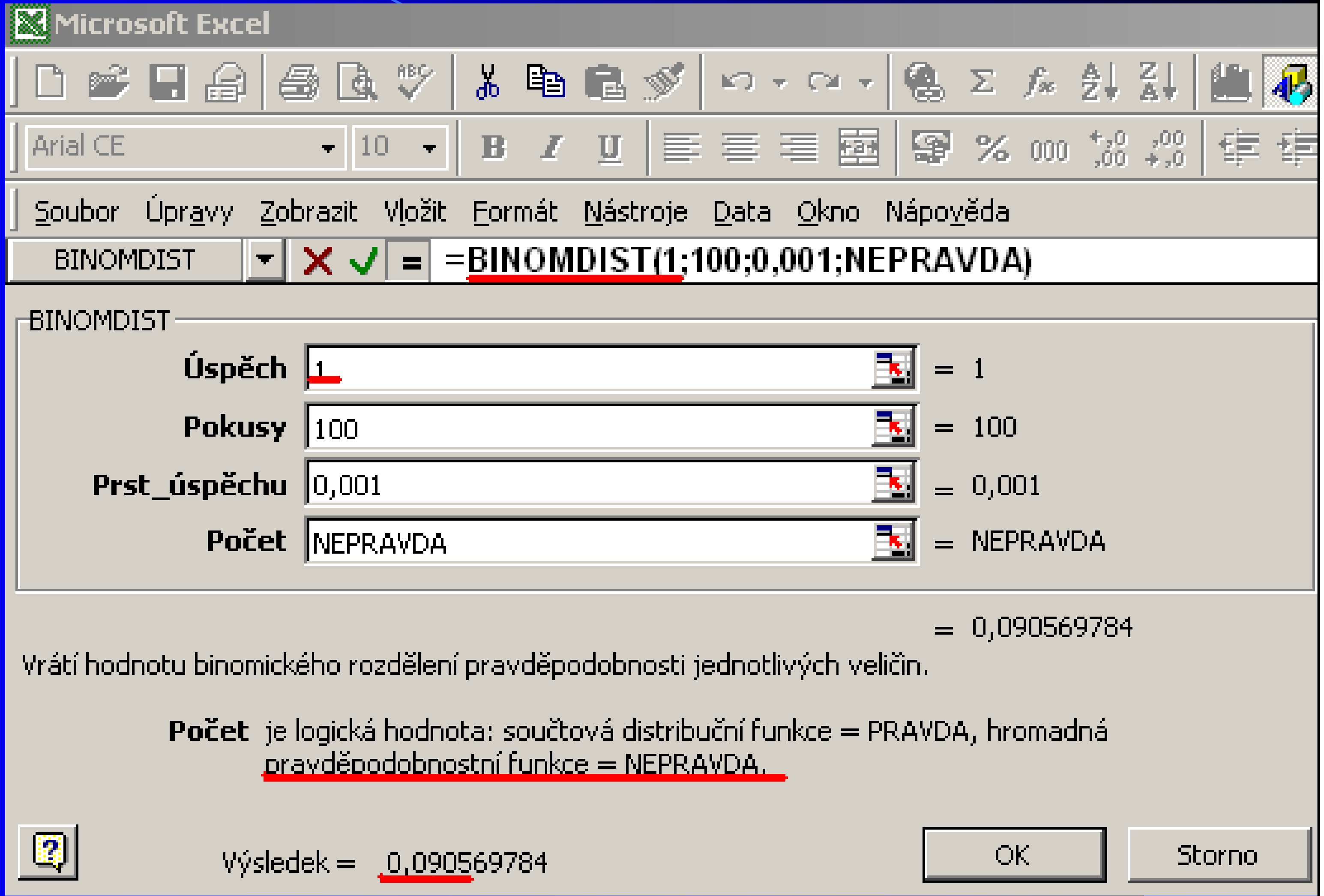
Řešení

- určete pravděpodobnost, že vzorek
- neobsahuje albína,



Pravděpodobnost, že neobsahuje albína, je 90,47 %

Řešení



Pravděpodobnost, že 100 členná populace krys bude obsahovat albína, je 9 %.

Pearsonova křivka III. typu

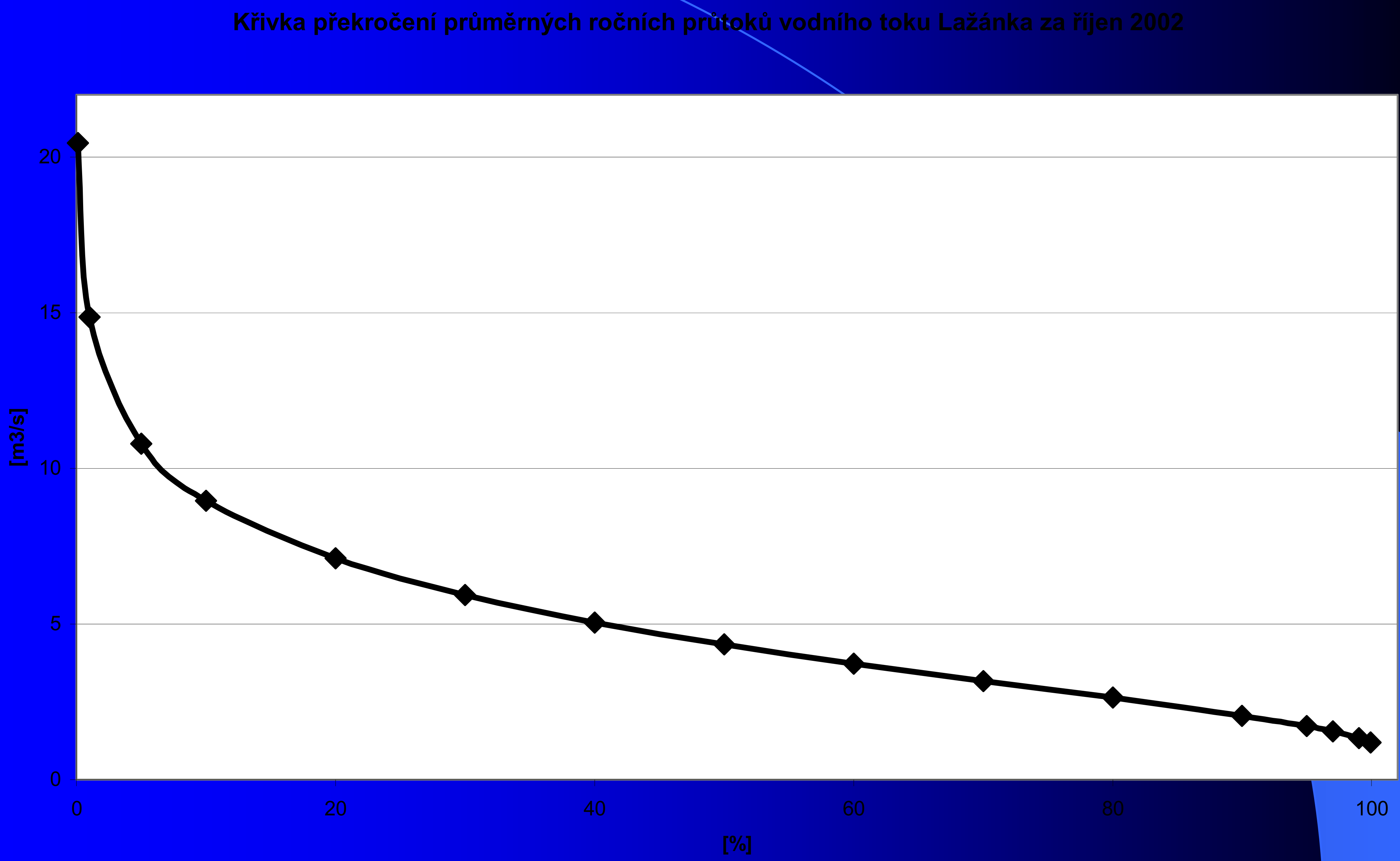
- Na empirické rozdělení mnoha statistických souborů s nimiž v geografii pracujeme, nelze aplikovat normální rozdělení.
- Platí to například v těch případech, kdy studovaná náhodná veličina nemá teoreticky zdůvodněnou možnost nabývat nekonečných hodnot nebo je-li omezena konečnými čísly V takovýchto případech lze aplikovat na studovaný soubor některou ze dvanácti křivek Pearsonova systému.

Pearsonova křivka III. typu

- **Pearsonova křivka III. typu**
- - obvykle pro veličiny s omezeným množstvím hodnot, které může nabývat
- - z křivky lze např. vyčíst pravděpodobnost se kterou bude hodnota sledovaného statistického znaku dosažena
- v hydrologii se počítá Pearsonova křivka ve variantě součtová čára četností jako
- tzv. čára překročení

- **příklad**
- Konstrukce čáry překročení z průměrných ročních průtoků vodního toku Lažánka za říjen 2002.

den	průtok Qd (m3/s)	den	průtok Qd (m3/s)
1	2,99	16	2,98
2	2,84	17	4,64
3	2,75	18	12,2
4	3,22	19	7,73
5	3,55	20	4,38
6	12,2	21	3,41
7	9,12	22	3,85
8	3,82	23	3,47
9	3,55	24	3,36
10	3,23	25	3,51
11	2,89	26	12,2
12	3,25	27	10,3
13	3,79	28	6,2
14	3,05	29	4,15
15	3,05	30	5,75
		31	5,1


Křivka překročení průměrných ročních průtoků vodního toku Lažánka za říjen 2002
[m3/s]
0
5
10
15
20
0
20
40
60
80
100
[%]

rozdělení $\chi 2$

- **rozdělení $\chi 2$** – náhodný výběr n prvků ze základního souboru (počet vybíraných prvků = počet stupňů volnosti)
- dostaneme n hodnot, součtu druhých mocnin daného počtu vybraných prvků odpovídá určitá křivka,

Studentovo/t/ rozdělení

- **Studentovo/t/ rozdělení** – hodnocení odchylek aritmetického průměru základního souboru a výběrových souborů, odchylkám přísluší Studentovo rozdělení