

## Dělení přirozených čísel

Dělení přirozených čísel je definováno jako inverzní operace k operaci násobení. Jestliže pro přirozená čísla  $a, b, c$  platí  $a \cdot b = c$  pak pro  $a \neq 0, b \neq 0$  platí  $c : a = b, c : b = a$ .

Protože pro děti je dělení nejnáročnější operací, vyvozujeme dělení na základě rozdělování konkrétních předmětů. Již v předškolním věku umí děti rozdělit několik předmětů mezi určitý počet dětí tak, aby měly všechny děti stejně. Při vyvozování dělení vycházíme proto z konkrétní situace, kdy děti rozdělují konkrétní předměty, přitom je mohou rozdělovat na části např. mezi několik dětí, nebo podle obsahu, tj. po několika předmětech. Formulujeme proto dvě úlohy.

### 1. Dělení na části

Rozdělte 20 kuliček mezi pět dětí tak, aby měly všechny stejně a všechny kuličky jste rozdělili. Kolik kuliček bude mít každé dítě?

- dramatizace – konkrétní provedení
- grafické znázornění situace – postupně přikresluje každému z dětí po jedné kuličce.

| děti | A | B | C | D | E |
|------|---|---|---|---|---|
|      | o | o | o | o | o |
|      | o | o | o | o | o |
|      | o | o | o | o | o |
|      | o | o | o | o | o |

- zápis příkladu:  $20 : 5 = 4$

Každé dítě bude mít 4 kuličky.

Zkouška: (např. sečtením kuliček každého z dětí)  $4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$ .

V tomto příkladu je dělenec 20, dělitel 5, podíl 4 a podíl vyjadřuje počet prvků každé z částí.

### 2. Dělení podle obsahu

Rozdělte 20 kuliček na hromádky po pěti. Kolik hromádek vytvoříte?

- dramatizace – zde děti pracují samostatně – každý má 20 kuliček a vytváří hromádky po pěti kuličkách.
- grafické znázornění

o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o

- zápis příkladu :  $20 : 5 = 4$

Vytvoříme čtyři hromádky.

Zkouška.  $5 + 5 + 5 + 5 = 20$

I v tomto příkladu je dělenec 20, dělitel 5, podíl 4, podíl však vyjadřuje počet vytvořených částí.

Je třeba si uvědomit, že jeden příklad vyjadřuje dvě zcela jiné situace a obě je třeba s dětmi provést, zejména proto, aby v budoucnu uměly řešit slovní úlohy, ve kterých se vyskytuje operace dělení.

Speciální případy při dělení:

a) dělení číslem 1  $5 : 1 = 5$

vyvodíme na příkladu: Pět bombónů rozděl po jednom, kolik dětí podělíš?

b) dělenec je roven děliteli  $5 : 5 = 1$

vyvodíme na příkladu: Pět bombónů rozděl mezi 5 dětí, kolik bombónů bude mít každé dítě?

c) dělení nulou  $0 : 5 = 0$

vyvodíme na příkladu: Nula kuliček rozděl mezi 5 dětí, kolik kuliček bude mít každé dítě?

d) dělení nulou  $5 : 0 = ?$

Děti se seznamují s větou „Nulou nedělíme“, avšak často bez jakéhokoliv zdůvodnění a proto v příkladech chybují a píšou buď  $5 : 0 = 0$  nebo  $5 : 0 = 5$ . Je vhodné ukázat dětem, že neexistuje přirozené číslo, pro které bychom mohli po vydělení nulou provést zkoušku správnosti.

Kdyby např.  $5 : 0 = 0$ , muselo by platit  $0 \cdot 0 = 5$ . To však neplatí, protože  $0 \cdot 0 = 0$ .

Kdyby  $5 : 0 = 5$ , muselo by platit  $5 \cdot 0 = 5$ . To neplatí, protože  $5 \cdot 0 = 0$ .

Takto můžeme postupovat a hledat číslo, pro které by vyšla zkouška správnosti. To však nenajdeme.

*(Poznámka. Obecně jestliže by platilo pro  $a \neq 0$   $a : 0 = x$ , pak by muselo platit  $x \cdot 0 = a$ . To však neplatí, protože  $x \cdot 0 = 0$  pro každé přirozené  $x$ .)*

Postupně děti zvládají základní spoje dělení z paměti a pokud chybují, měly by mít možnost vždy situaci znázornit konkrétními předměty.

Dále se děti seznámí se souvislostí operace násobení a operace dělení v obor přirozených čísel, např. jestliže  $5 \cdot 7 = 35$ , pak  $35 : 7 = 5$  a  $35 : 5 = 7$ .

### Problémy dětí při dělení v oboru násobílek

1. Děti nepochopí význam operace dělení, zejména pokud nemají dostatek konkrétních činností a nácvik se opírá pouze o pamětné zvládnutí spojů dělení.
2. Děti zaměňují některé příklady dělení (základní spoje), např.  $54 : 9 = 7$ ,  $56 : 8 = 9$ , apod. Jedná se zejména o čísla 42, 48, 54, 56, 63, 64 aj.
3. Ve slovních úlohách nepochopí, kdy se užívá operace dělení.
4. Zaměňují dělence a dělitele, např.  $2 : 8 = 4$

### Dělení mimo obor násobílek

#### A. Dělení se zbytkem

Dělení se zbytkem uvádíme takto: Jestliže máme dvě přirozená čísla  $a, b$  taková, že  $a$  není násobkem  $b$  a  $b$  je různé od nuly, pak k těmto číslům existují přirozená čísla  $q, z$  tak, že platí  $a = b \cdot q + z$ .

Číslo  $a$  se nazývá dělenec,  $b$  dělitel,  $q$  neúplný podíl,  $z$  zbytek. Přitom zbytek musí být vždy menší než dělitel.

Dělení se zbytkem se vyvozuje analogicky jako dělení beze zbytku.

Nejprve formulujeme úlohu: 17 sešitů máme rozdělit mezi 5 dětí. Kolik sešitů dostane každé dítě a kolik sešitů zbude.

|   |   |   |   |   |                     |
|---|---|---|---|---|---------------------|
| A | B | C | D | E |                     |
|   |   |   |   |   |                     |
|   |   |   |   |   | $17 : 5 = 3$ (zb.2) |
|   |   |   |   |   | 2                   |

Zkouška.  $3 \cdot 5 + 2 = 17$       nebo       $3 \cdot 5 = 15$      $15 + 2 = 17$

Každé dítě bude mít 3 sešity a 2 sešity zbudou.

Další úloha: 17 sešitů máme rozdělit na hromádky po pěti. Kolik hromádek vytvoříme a kolik sešitů zbude?

| | | | |      | | | | |      | | | | |      | |

$$17 : 5 = 3 \text{ (zb 2)}$$

Zkouška:  $3 \cdot 5 + 2 = 17$   
Vytvoříme 3 hromádky a 2 sešity zbudou.

Je nutné, aby děti viděly pod každým číslem jeho význam, tj. které číslo je ve významu je dělitele, dělenec, neúplného podílu i zbytku.

Vhodné je využití násobků čísel a vyznačení nejbližší menšího násobku daného čísla k danému číslu.

### Problémy dětí při dělení se zbytkem

1. Nezvládnutí základních spojů násobení a dělení, které jsou zde nezbytné.
2. Pokud je dělenec blízko dalšího násobku dělitele, děti počítají např.

$$41 : 7 = 6 \text{ (zb 1)}$$

Zapiší vyšší násobek a do zbytku zapiší číslo, které do vyššího násobku chybí.

3. Děti zapisují přímo násobek, např.:  $38 : 7 = 35$  (zb.3)

4. Nevědí si rady s případy, kdy je dělenec menší než dělitel, např.  $3 : 5 =$  nemá řešení. Přitom  $3 : 5 = 0$  (zb.3) – toto je nutné zvládnou pro písemné dělení.

5. Provádějí chybný zápis zkoušky správnosti, např.:  $3 \cdot 5 = 15 + 2 = 17$ . Zde je porušena tranzitivita rovnosti. V průběhu výpočtu není možné nic přičítat nebo odčítat a zapisovat tak chybné rovnosti.

### B) Dělení mimo obor násobílek z paměti

Jedná se o příklady typu  $72 : 4$ .

Je třeba najít vhodný rozklad čísla 72 na dvě čísla tak, aby byla, pokud možno, obě dělitelná číslem 4. V tomto případě jsou to čísla 40 a 32.

Počítáme:  $72 : 4 = (40 + 32) : 4 = 40 : 4 + 32 : 4 = 10 + 8 = 18$

Stručný zápis:  $72 : 4 = 18$   
40 32

Zkouška:  $18 \cdot 4 = (10 + 8) \cdot 4 = 10 \cdot 4 + 8 \cdot 4 = 40 + 32 = 72$

Příklady tohoto typu se počítají z paměti pouze v jednodušších případech.