

3. ČÍSLA PŘIROZENÁ

3.1. osnova tématu

Předčíselné představy

- hledání společné charakteristické vlastnosti předmětů
- třídění
- uspořádání
- přiřazování

Vytvoření pojmu přirozeného čísla

Práce s konkrétními předměty
Práce se symboly, 1. stupeň abstrakce
Pochopení pojmu čísla, 2. stupeň abstrakce
Vyslovení čísla
Pochopení symbolu k zápisu čísla, číslice
Psaní číslic

Numerace

Čtení čísel
Zápis čísel
Orientace v číselných řadách
Znázorňování čísel na číselné ose
Porovnávání čísel
Zaokrouhlování čísel

Operace s přirozenými čísly

Vyvození každé z operací, práce s konkrétními předměty
Práce se symboly, 1. stupeň abstrakce
Zápis příkladu, 2. stupeň abstrakce
Pamětné spoje
Písemné algoritmy
Aplikační úlohy

Aplikace

Využití matematických znalostí při řešení problémů z praxe a z běžného života

Uvědomělé využití jednotlivých operací

Práce s veličinami a jednotkami měř

Odhady

Matematický model reálné situace a jeho interpretace v realitě

3. 2. Budování pojmu přirozeného čísla

Odpověď na otázku, co je to přirozené číslo, je velmi složitá. Je třeba si uvědomit, jak se pojem přirozeného čísla vytvářel z hlediska historického vývoje a jak vzniká pojem čísla v mozku dítěte. Dítě začíná vnímat kvantitu kolem druhého roku. Nejprve vnímá dva předměty, později tři, všechno ostatní je mnoho. Neumí počítat, ale pouze přiřazuje předměty k sobě – ze jsou tři, tam jsou tři, tam také – vidí mnoho skupin předmětů, které mají stejně prvků. Postupně si přestává všimnout viditelných vlastností předmětů (jako je např. materiál, barva, velikost aj.), až se stane dominantním, kolik jich je. Vnímá společnou charakteristickou vlastnost mnoha skupin předmětů, kterou je to, že předměty můžeme vzájemně jednoznačně přiřazovat (každému prvku z jedné skupiny se přiřadí právě jeden prvek z druhé skupiny a naopak). Vidí např. 3 osoby, 3 talíře, 3 lžičky, atd. – ale nepočítá je, pouze je přiřazuje. Umí přiřadit např. každému ze čtyř dětí u stolečku hrníček, talířek, lžičku, ale počítat do čtyř ještě neumí. Postupně dochází k abstrakci – vytvoří se pojem čísla 3 nebo 4 a dítě ví, kolik to je, aniž by muselo vidět konkrétní předměty. Do šesti roků se tímto způsobem vytvoří čísla do šesti, u některých dětí i další čísla. Přitom vůbec nemusí předměty počítat po jedné.

Teoretická podstata pojmu přirozeného čísla

Teoretické základy budování pojmu přirozeného čísla je možné najít v publikacích týkajících se aritmetiky nebo algebry. Uvedme jen stručně možnosti jejich zavedení.

- A) Přirozená čísla se zavádějí jako kardinální čísla konečných množin. V tomto případě je třeba chápat pojmy zobrazení, ekvivalentní množiny, kardinální číslo množiny A . Kardinální číslo množiny A je třída, do které patří množina A a všechny množiny s ní ekvivalentní. Dvě množiny jsou ekvivalentní, právě když existuje prosté zobrazení jedné množiny na druhou.

o	o	o	o
x	x	x	x
n	n	n	n
l	l	l	l

- B) Přirozená čísla se zavádějí jako ordinální čísla konečných, dobře uspořádaných množin. Je třeba chápat pojmy uspořádaná množina, podobné zobrazení, ordinální číslo

o	o	o	
jedna	dvě	tři	
	o		o
	čtyři		pět
	o	o	
	šest	sedm	

Každému prvku přiřadíme jedno slovo z uspořádané řady číslovek – jedna, dvě, tři, ...,

prvky počítáme po jedné, žádný nesmíme vynechat a žádný nesmíme počítat dvakrát.

C) Přirozená čísla se zavádějí pomocí prvků Peanovy množiny.

Nejprve vytvoříme představu čísla 1 (např. máme jednu hlavu, jednu maminku, jedno je sluníčko). K jednomu prvku přidáme další – vytvoříme číslo 2, ke dvěma prvkům přidáme další, vytvoříme číslo 3 a tak postupujeme stále dál.

Současně s vytvářením pojmu čísla se děti či psát příslušnou číslici.

Význam čísla

Děti se od malička setkávají s čísly v různých významech:

Čísla ve významu množství – tj. počtu prvků určité skupiny (množiny) – 5 dětí, 3 rohlíky, 4 jablka apod.

Číslo jako veličina – 2 kg mouky, 3 litry mléka, 75 Kč, 37° C.

Číslo jako adresa – např. bydlíme v domě číslo 8, v pátém poschodí.

Číslo jako kód – pin platební karty, zabezpečovací kód, telefonní číslo.

Číslo jako operátor – o kolik, kolikrát (více, méně).

Číselné soustavy

V současnosti používáme poziční desítkovou soustavu, to znamená, že deset prvků nižšího řádu tvoří jednu jednotku vyššího řádu, např. deset jednotek je jedna desítka, deset desítek je jedna stovka, atd. a v zápisu čísla záleží na pozici jednotlivých číslic. Každá číslice v zápisu čísla má dvě hodnoty, hodnotu vlastní (počet jednotek příslušného řádu) a hodnotu místní (na kterém místě v zápisu čísla je uvedena). Např. v čísla 333 je vlastní hodnota vždy 3, ale místní hodnota každé z číslice je jiná – 3 jednotky, 3 desítky, 3 stovky.

V historii se používalo mnoho různých číselných soustav. Některé byly adiční (nezáleželo na umístění znaků, hodnota čísla se určila sečtením hodnot jednotlivých znaků). Takovou soustavou byla např. číselná soustava starých Egyptanů. Požívaly se soustavy o různých základech, např. Babylóňané používali soustavu o základu šedesát.

Didakticky se tato teorie transformuje takto:

Nejprve budujeme čísla do pěti, potom do deseti.

A) Např. vytváříme číslo čtyři:

1. Dítěti se ukazují různé skupiny konkrétních předmětů, učí se chápat pojem „stejně“ (např. kaštiny, jablka, židle, děti, aj.)

2. Dítě přiřazuje symboly

Ke konkrétním předmětům přiřazuje nejprve obrázky a potom symboly, např.
o o o o, l l l l (puntíky, tyčinky, čárky aj.).

3. Všechny skupiny (předmětů nebo symbolů), které vytvoříme tak, že mají stejně prvků dají se vzájemně jednoznačně přiřadit), určují přirozené číslo.

4. Nezáleží na konfiguraci prvků – např. pomocí čtyř tyčinek nebo pomocí čtyř čtverců nebo krychlí můžeme vytvářet různé sestavy, tvar je jiný, ale počet předmětů je stejný.

5. U dítěte se postupně vytváří takový stupeň abstrakce, že při vyslovení slova „čtyři“ nemusí vidět žádné konkrétní předměty a chápe je jako celou třídu prvků, kterých je stejně (jsou čtyři).
6. Současně s budováním pojmu čísla se dítě učí názvy čísel vyslovovat a zapisovat čísla pomocí číslic.

B) Jestliže má dítě určit, kolik je na hromádce kuliček a nepozná to na první pohled, zpravidla je počítá po jedné. Uvědomme si, co vlastně děláme, když počítáme předměty po jedné. Předměty určitým způsobem uspořádáváme (buď na ně ukazujeme nebo je označujeme, např. škrtním) a zároveň každému předmětu přiřadíme jedno slovo z řady číslovek: jedna, dvě, tři, čtyři, pět atd. Poslední vyslovená číslovka určí počet předmětů ve skupině. Přitom musíme dbát na to, abychom žádný předmět nevynechali a abychom žádný nepočítali dvakrát.

C) Přirozená čísla můžeme budovat také tak, že vždy přidáme jeden prvek ke skupině prvků již vytvořené. Nejprve vytvoříme představu čísla 1, k jednomu prvku přidáme jeden další prvek, vytvoříme číslo 2, k této skupině přidáme opět jeden prvek, vytvoříme číslo 3, atd.

Číslo 0

Číslo 0 se je třeba vytvářet analogicky jako každé jiné číslo – jako počet prvků prázdné množiny. Např. na jednom talíři jsou tři koblihy – označíme číslem 3, druhý talíř je prázdný – počet označíme číslem 0.

Číslo 0 je možné vyvodit také odčítáním dvou sobě rovných čísel, např. $3 - 3 = 0$.

Při vytváření čísla 0 není vhodné používat pojmy „nic“ nebo „žádný“, protože pak se děti k nule chovají jako k „ničemu“ a neuznávají ji ani jako číslo, ani jako pozici v zápisu čísla. Nerozliší zápisy např. 32, 302. (Přitom stačí zapsat nulu k jinému nenulovému číslu zprava a číslo se desetkrát zvětší – např. 7, 70).

Čísla 1 – 10 je vhodné modelovat také pomocí grafických znázornění, např. čísla figurální – trojúhelníková, čtvercová apod.

Číslice

K zápisu čísel používáme znaky – číslice, kterých je v desítkové soustavě 10 – jednička, dvojka, ... devítka, nula. Pomocí těchto deseti znaků zapíšeme jakékoliv přirozené číslo.

Psaní číslic je pro děti náročné, zejména dvojka, osmička, proto je vhodné rozfázování psaní jednotlivých částí číslic. Některým dětem dělá problémy rozlišení např. 6 a 9, 2 a 5, děti s poruchou pravolevé orientace mají problémy se zápisem čísel 1, 3, 7. V současnosti je také třeba, aby děti zvládly digitální zápis čísel, zejména vzhledem k jejich velmi častému používání na různých přístrojích.

Důsledné rozlišování pojmů „číslo“ a „číslíce“ přispívá k lepšímu chápání u dětí (např. ve školské matematice není vhodné používání výrazů patnáctka, třicítka apod. – neboť číslo 15 je zapsáno dvěma číslicemi – jedničkou a pětkou, patnáctka není číslice).

Čísla 10 – 20

Při rozšíření číselného oboru do dvaceti je třeba si uvědomit, že zde se začínají vytvářet základy poziční číselné soustavy desítkové. V zápisu čísla 15 má „1“ již jiné postavení, neboť označuje jednu desítku, což je 10 jednotek. Děti potřebují mnoho konkrétních modelů, aby viděly 10 jednotek jako jednu desítku (vhodné jsou např. svazky brček na pití). Méně vhodné jsou pro některé děti s poruchou učení v první fázi papírové kartičky nebo modely peněz, protože dítě vidí jednu kartičku nebo jednu desetikorunu a nevidí za jednou desítkou 10 jednotek.

Čísla 0 – 100

Vycházíme nejprve z aplikací – kde se dítě setká s čísly do sta (věk rodičů, prarodičů, počet dětí ve třídě, počet zubů, hmotnost dítěte v kilogramech, počet dní v měsíci, ceny některého zboží aj.)

Zápis dvojciferných čísel vyžaduje jasnou představu o desítkách a jednotkách v dvojciferném čísle – dětem dělá problémy např. rozlišit čísla 26 a 62.

Představa je nutná i pro chápání řady čísel do sta, protože pokud ji děti nemají, nedokáží přecházet mezi jednotlivými desítkami (např. počítají třicet osm, třicet devět, třicet deset ...) a mají problémy zejména s čísly od 50 do 100. Řadu čísel by měly umět vyjmenovat vždy od určitého čísla k jinému vzestupně i sestupně.

Čísla 0 – 1 000

Motivací čísel do tisíce může být počet žáků ve škole, v menší obci počet obyvatel obce, počet dnů v roce, výška dítěte v centimetrech, délka skoku do dálky v cm, ceny některého zboží aj.). Pokud se u dítěte objevují problémy při chápání čísel do 100, analogické problémy se vyskytnou při chápání čísel do 1 000.

Čísla 0 – 1 000 000

Pro správné pochopení čísel větších než 1 000 je nutná vhodná motivace a dále pochopení principu poziční desítkové soustavy a zápisu čísla v ní. Jde zejména o pochopení, že deset jednotek nižšího řádu tvoří jednu jednotku vyššího řádu (deset jednotek tvoří jednu desítku, deset desítek tvoří jednu stovku, atd.) a dále, že na každém místě v zápisu čísla může být pouze jedna číslice.

Problémy dětí v oblasti chápání pojmu přirozeného čísla:

- dítě nevytvoří skupinu předmětů o daném počtu prvků
- neumí určit počet prvků dané skupiny
- při počítání po jedné je vázáno na konkrétní předměty, takže při změně konfigurace těchto předmětů uvádí to číslo, které mu bylo přiřazeno poprvé (např. při počítání panenek počítá: jedna, dvě, tři, čtyř, pět avšak když se panenky přemístí, počítá např. jedna, čtyři, dvě, pět, tři)
- dítě neumí vyjmenovat řadu čísel v přirozeném uspořádání vzestupně i sestupně
- dítě není schopno zbavit se konkrétních představ a nevytvoří se u něj pojem čísla
- nepochopí podstatu poziční desítkové soustavy.

Problémy dětí se zápisem čísla

- problémy se zvládnutím psaní číslic, psaní číslic v přiměřené velikosti
- problémy s rozlišením číslic tvarově podobných, např. 6, 9 3, 8 3, 5 2, 5 v zápisu číslicemi arabskými i v digitálním tvaru

- problémy s pravolevou orientací – u číslic jednostranně orientovaných (např. 1, 3, 7) neví, na kterou stranu se píše
- nerozlišování řádu číslic – u dvojčiferných čísel nerozlišuje např. 35 a 53, 435 a 453 apod.
- chybný zápis čísel s nulami – např. místo 305 píše buď 35 nebo 3005 (slyší tři sta pět a tak to zapíše)
- nepochopení čísla jako celku – např. v zápisu čísla 647 dítě vidí jen izolované číslice 6, 4, 7 a nikoliv číslo jako celek
- neschopnost psát čísla podle diktátu.

Dále je důležité správně budovat pojmy číslo a číslice a správně je rozlišovat. Číslic (cifer), tj. znaků používáme 10 (nula, jednička, dvojka, ... devítka) a pomocí těchto deseti znaků umíme zapsat jakékoliv číslo. Vyjádření jako „patnáctka“, „dvacítká“ nemají ve školské matematice místo. Číslo 15 je zapsáno pomocí dvou znaků – jedničky a pětky, ale znak pro patnáctku neexistuje. Na otázku, zda může být trojka větší než pětka můžeme odpovédět kladně, protože znaky mohou takto být zapsány: **3**, 5, ale číslo 3 je vždy menší než číslo 5.

Počítání po jedné (po desítkách, stovkách, atd.)

Pro zvládnutí posloupnosti přirozených čísel a pro počítání po jedné je třeba, aby děti znaly bezpečně uspořádanou řadu slov „jedna, dvě, tři, čtyři, ...“, analogicky pak „deset, dvacet, třicet...“ a např. „dvacet jedna, dvacet dva, ...“, aby slova nezaměňovaly a aby za každým vysloveným sloven viděly vždy počet prvků. Řady čísel se učí vyjmenovat vzestupně i sestupně (to má význam pro další operace s přirozenými čísly, zejména pro odčítání).

Dále je důležité, aby děti:

- konkrétní předměty nepočítaly od čísla 0,
- při počítání konkrétních předmětů nepočítaly některý předmět dvakrát,
- aby počítaly správně i při změně konfigurace předmětů.

Problémy dětí se čtením čísel

- neumí rozlišit a přečíst jednotlivé znaky – číslice
- neumí přečíst vícečiferná čísla, např. 2 008 čte dva osm, nebo dva nula nula osm, 2 010 čte dva deset, nebo dva nula jedna nula apod.
- neorientuje se ve větších číslech, např. se čtením čísel řádu statisíců a větších si neví rady
- neumí skloňovat číslovky.

3. 3. Reedukační postupy

1. Manipulativní činnosti s konkrétními předměty, s obrázky, se symboly

Využíváme běžných denních činností – např. prostírání nádobí k obědu, hry dětí ve skupinách, práce s krabičkami, obálkami apod., kdy děti doplňují předměty tak, aby v nich byl stanovený počet (nejprve do pěti, potom do deseti). využití znázornění čísel od 10 do 20 pomocí svazků (např. brček, dřívěk apod.). Důležité je zapojení všech smyslů (hmat, sluch, zrak, pohyb) a poté matematický zápis činnosti.

2. Důležité jsou pohádky, ve kterých hraje roli počet (např. 7 trpaslíků), nebo posloupnost dějů (např. O kohoutkovi a slepičce).
3. Podpůrné jsou různé říkánky a písničky, ve kterých se vyskytují číselné údaje (např. Jedna, dvě, Honza jde ..., Měla babka čtyři jabka ..., apod.)
4. K chápání víceciferných čísel je třeba využívat speciální kartičky.
5. Využíváme různé typy počítadel (dvacítkové, stovkové, řádové), avšak práci s počítadlem je třeba dítě naučit.

Cílem všech činností je, aby děti uměly vytvořit skupinu o daném počtu prvků, aby dokázaly určit počet prvků v dané skupině, aby uměly zapsat dané číslo a aby docházelo k postupné abstrakci potřebné pro pochopení pojmu přirozeného čísla.