

Sčítání přirozených čísel

Početní operace sčítání přirozených čísel je vyvozována na základě sjednocení dvou množin, které nemají společné prvky, což v praxi znamená, že předměty seskupujeme, dáváme dohromady, přidáváme apod. Aby děti dobře pochopily sčítání, měly by mít potřebu sčítat, měly by být k provedení operace správně motivovány (jinak mohou určit součet např. počítáním předmětů po jedné).

Postup vyvození operace sčítání by měl respektovat několik zásad:

1. Vycházíme z manipulativní činnosti s konkrétními předměty, např.
Na misce jsou 3 jablíčka, přidáme ještě 2 jablíčka. Kolik jablíček bude na misce?
2. Situaci znázorníme pomocí obrázků (např. na tabuli nebo na papíře).
3. Znázorníme pomocí symbolů (puntíků, úseček apod.).

$$\begin{array}{cc} \text{OOO} & \text{OO} \\ 3 & 2 \end{array}$$

4. Zapišeme příklad: $3 + 2 =$ (vysvětlíme význam znaménka „+“)
5. Příklad vyřešíme: $3 + 2 = 5$
6. Vyslovíme a zapišeme odpověď: Na misce bylo pět jablíček.
7. Přesvědčíme se o správnosti výpočtu. Zpočátku, když děti neznají vlastnosti operace sčítání ani operaci odčítání, provádíme zkoušku správnosti „pohledem zpět“ – např. přesvědčíme se počítáním po jedné, že na misce je skutečně 5 jablíček.

Čísla, která sčítáme, se nazývají sčítanci, výsledek operace se nazývá součet. Při vyvozování sčítání je vhodné, aby oba sčítanci i součet měli stejný název, teprve později formulujeme úlohu typu: Na hřišti si hráli 4 chlapci a 3 děvčata. Kolik dětí bylo na hřišti?

Pozor: Vyvarujeme se nesprávného grafického znázornění typu:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{OOO} & + & \text{OO} & = & \text{OOOOO} \\ 3 & + & 2 & = & 5 \end{array}$$

kteří sice vypadá jako ilustrativní, avšak vůbec neodpovídá realitě, protože dítě potřebuje 10 předmětů, aby znázornilo součet $3 + 2$. Velmi často se stává, že děti k tomuto znázornění zapišou příklad $3 + 2 = 10$, protože položí 10 předmětů. Navíc v běžném životě nesčítáme předměty (ty k sobě přidáváme), tedy znaménko sčítání nepoužíváme mezi objekty, ale pouze mezi čísly. Podobně je to s použitím znaku pro rovnost (zde je nepochopena rovnost množin a ekvivalence množin). Je dobré si představit zcela konkrétní situaci, kdy např. Na parkovišti stála 3 osobní auta a 2 nákladní auta. Jak by se znázornila situace na pravé straně rovnosti?

Co může dítě vidět pod zápisem $3 + 2 = 5$:

- tři plus dva rovná se pět
- tři a dvě je pět
- když ke třem přidám dvě, dostanu 5
- když tři zvětším o dvě, dostanu 5
- pět je o 2 víc než 3
- pět je o tři víc než 2, atd.

Postup vyvození jednotlivých spojů sčítání je u dětí s poruchami učení rozčleněn do velmi jemných metodických kroků. Vždy by se mělo dbát nejprve na pochopení situace na základě manipulativní činnosti samotným dítětem spojenou s prožitkem a potom teprve na pamětné zvládnutí jednotlivých spojů sčítání. Pouhý mechanický nácvik spojů sčítání je málo efektivní, neboť děti rychle zapomínají mechanicky naučené učivo.

1. Vyvození sčítání v oboru do 5 – zde je jen několik základních spojů, které se děti naučí zpravidla z paměti s oporou o konkrétní znázornění:

+	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5	
2	3	4	5		
3	4	5			
4	5				
5					

2. Sčítání v oboru do deseti. Ze je třeba brát v úvahu obtížnost jednotlivých spojů, neboť příklad $8 + 2$ je pro dítě snadnější než příklad $2 + 8$. V tomto období se také naučí přičítat nulu, tedy příklady typu $6 + 0 = 6$, $0 + 6 = 6$.
3. Přičítání k číslu 10 – příklady typu $10 + 7$, $9 + 10$.
4. Sčítání v oboru do dvaceti bez přechodu přes základ deset – příklady typu $13 + 5$.
Jednou z možností je využití analogie - $3 + 5 = 8$, tedy $13 + 5 = 18$.
Další možnost je využití rozkladu:

$$\begin{array}{r} 13 + 5 = \\ \swarrow \quad \searrow \\ 10 \quad 3 \end{array}$$

Číslo 13 rozložíme na 10 a 3 a počítáme: $3 + 5 = 8$, $10 + 8 = 18$.

Ke grafickému znázornění je možné využít tzv. mřížky. Z tvrdšího kartonu vystřihneme dětem obdélník, který obsahuje 2 řady čtverců po deseti. Prvky modelujeme např. pomocí uzávěrů od PET lahví (různě barevných).

O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
O	O	O	x	x	x	x	x		

Pro některé děti je vhodnější používat mřížku ve svislé poloze:

O	O
O	O
O	O
O	O
O	O
O	O
O	x
x	x
x	x



Pokud si dítě vytvoří svůj postup a ten je matematicky správný, ponecháme mu jej.

5. Sčítání v oboru do dvaceti s přechodem přes základ deset – příklady typu $7 + 8$.

Zde se zpravidla využívá rozkladu druhého sčítance tak, abychom prvního sčítance doplnili do deseti:

$$7 + 8$$
$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ 3 \quad 5 \end{array}$$

Počítáme: $7 + 3 = 10$, $10 + 5 = 15$, tedy $7 + 8 = 15$.

Tento výpočet je možné znázornit na mřížce ve vodorovné nebo svislé poloze:

O	O	O	O	O	O	O	O	x	x	x
x	x	x	x	x						

O	O
O	O
O	O
O	x
x	x
x	x
x	x
x	

Mnoho dětí s poruchou učení tento rozklad považuje za velmi obtížný, nechápou jej, ani nedokáží najít číslo, kterým je třeba prvního sčítance doplnit do deseti. Řada dětí rozkládá oba sčítance vzhledem k číslu 5 a počítají:

$$7 + 8$$
$$\begin{array}{c} \diagdown \quad \diagup \\ 5 \quad 2 \end{array} + \begin{array}{c} \diagdown \quad \diagup \\ 5 \quad 3 \end{array}$$

$2 + 3 = 5$, $5 + 5 = 10$, $5 + 10 = 15$, tedy $7 + 8 = 15$.

6. Sčítání v oboru do sta

Při vyvozování sčítání v oboru do sta z paměti využíváme velmi jemného postupu při volbě příkladů tak, aby jeden typ příkladů byl předpokladem pro zvládnutí příkladů vyšší náročnosti. Využíváme přitom mnoho pomůcek pro grafické znázornění. Jde např. o stovkovou tabuli, svazky předmětů po deseti, modely peněz, číselnou osu apod.

a) sčítání desítek – příklady typu $40 + 30$

b) sčítání dvojciferného čísla a čísla jednociferného – příklady typu:

$$40 + 3, 42 + 3, 47 + 3, 46 + 7$$

c) sčítání dvojciferných čísel - příklady typu

$$40 + 30, 42 + 30, 42 + 34, 48 + 32, 48 + 36.$$

Pozor: V posledním případě dbáme na to, aby dítě rozkládalo pouze jednoho sčítance, nikoliv oba, protože návyk rozkládat obě čísla způsobí nepředstavitelné problémy při odčítání dvojciferných čísel s přechodem přes základ deset.

Počítáme tedy: $42 + 34 =$ $42 + 30 = 72$, $72 + 4 = 76$

$$\begin{array}{r} \wedge \\ 30 \quad 4 \end{array}$$

$48 + 32 =$ $48 + 30 = 78$, $78 + 2 = 80$

$$\begin{array}{r} \wedge \\ 30 \quad 2 \end{array}$$

$48 + 36 =$ $40 + 30 = 70$, $70 + 6 = 76$

$$\begin{array}{r} \wedge \\ 30 \quad 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \wedge \\ 2 \quad 4 \end{array}$$

S dětmi s poruchami učení počítáme takové příklady, které jsou pro ně zvládnutelné. Pokud se přes veškerou snahu dítě nemůže naučit sčítat z paměti dvojciferná čísla, pak je buď naučíme sčítat písemně (pokud mu to vyhovuje), nebo použijeme kalkulačor jako motivační a reedukační pomůcku. Víceciferná čísla, která by dětem činila problémy, již nesčítáme z paměti, ale buď písemně, nebo s použitím kalkulačoru.

Problémy dětí při pamětném sčítání

1. Děti nechápou rozdíl mezi zápisem čísla a operací sčítání, čísla zapíší vedle sebe např.:
 $1 + 4 = 14$, $32 + 4 = 324$, $42 + 51 = 4251$
2. Děti si v prvním seznámení zafixují nesprávné spoje a ty potom dále používají, např.:
 $3 + 4 = 9$, $6 + 7 = 14$, $8 + 7 = 13$, $8 + 7 = 14$, $9 + 8 = 18$, $6 + 8 = 15$,
 $26 + 27 = 51$
3. Nepochopí poziční číselnou soustavu a sčítají čísla různých řádů, např.:
 $7 + 20 = 90$, $3 + 13 = 43$, $3 + 13 = 34$, $300 + 20 = 500$
4. Využívají postupu písemného sčítání v řádku (ač s písemným sčítáním ještě neseznámili) a nezvládnou přitom práci s řády, např.: $576 + 4 = 5710$
počítá $4 + 6 = 10$, zapíše 10 a další čísla prvního sčítance opíše, nebo opíše všechna ostatní čísla prvního sčítance: $576 + 4 = 57610$.
5. Používá zvláštní postupy, kdy čísla seskupuje vedle sebe bez smyslu, nebo sčítá zvláštním postupem, např.:
 $36 + 30 = 363$, $24 + 40 = 82$ (dominantní je spoj $4 + 4$), $532 + 8 = 534$,
 $23 + 35 = 5800$ - počítá $2 + 3 = 5$, $3 + 5 = 8$, připišeme dvě nuly, protože oba sčítanci mají dohromady 4 číslice, součet musí mít také 4 číslice.
6. Při přičítání čísel „po jedné“ na prstech se děti dopouštějí chyby, kdy mají součet vždy o jednu menší, např. $6 + 4$ počítají: šest, sedm, osm, devět, $6 + 4 = 9$.

Písemné sčítání

Písemné sčítání se liší od pamětného sčítání tím, že při písemném sčítání začínáme sčítat od jednotek, zatímco při pamětném sčítání začínáme sčítat od nejvyšších řádů.

Algoritmus písemného sčítání se vyvozuje na číslech dvojciferných a potom se postupně zobecňuje. V současné době se používá zápis sčítanců pod sebe (v minulosti se využíval při písemném sčítání i zápis sčítanců v řádku). Nejprve se vyvozuje sčítání bez přechodu přes základ deset, potom s přechodem přes základ deset. Dodržujeme přesný postup algoritmu tak, aby se děti naučily jeden postup, který mohou využívat jak při písemném sčítání, tak při písemném odčítání. Vždy provádíme zkoušku správnosti tak, že sčítance zaměníme. Dětem, které mají problém se zápisem čísel poskytneme sešit s většími čtverečky, aby se naučily správně zapisovat čísla jednotlivých řádů pod sebou a jednotlivé řády vyznačíme (D – desítky, J – jednotky jednotlivých sčítanců i součtu).

Sčítání bez přechodu přes základ deset:

D	J
4	2
3	6
7	8

Elementární kroky: $6 + 2 = 8$ 8 zapíšeme pod jednotky
 $3 + 4 = 7$ 7 zapíšeme pod desítky.

Zkoušku správnosti provedeme záměnou sčítanců (využitím komutativnosti sčítání):

D	J
3	6
4	2
7	8

Sčítání s přechodem přes základ deset:

D	J
4	8
3	6
8	4

Elementární kroky: $6 + 8 = 14$, 4 zapíšeme pod jednotky, 1 desítku přičteme k desítkám
 $1 + 3 = 4$, $4 + 4 = 8$ 8 zapíšeme pod desítky.

Zkouška:

D	J
3	6
4	8
8	4

Problémy dětí při písemném sčítání

1. Děti neumí zapsat sčítance správně pod sebe podle jednotlivých řádů, např.

$$\begin{array}{r} 528 \\ 45 \\ \hline 978 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 350 \\ 4279 \\ \hline 7779 \end{array}$$

2. Při sčítání s přechodem přes základ deset nepochopí podstatu desítkové soustavy a přechod nerealizují, např.

$$\begin{array}{r} 59 \\ 36 \\ \hline 815 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 176 \\ 209 \\ \hline 3715 \end{array}$$

3. Děti nepochopí podstatu algoritmu a přičítají částečné součty, např.

$$\begin{array}{r} 396 \\ 528 \\ \hline 3354 \end{array} \quad \text{počítají: } 8 + 6 = 14, \text{ správně zapíše } 4, \text{ avšak dále počítají } 14 + 2 = 16, \\ 16 + 9 = 25, \text{ správně zapíše } 5 \text{ a pokračují } 25 + 5 = 30, 30 + 3 = 33.$$

4. Sčítají všechna čísla v obou sčítancích bez ohledu na řády, např.

$$\begin{array}{r} 59 \\ 67 \\ \hline 27 \end{array} \quad \text{počítají } 7 + 9 + 6 + 5 = 27$$

5. Sečtou všechna čísla v obou sčítancích a dále počítají podle algoritmu, např.

$$\begin{array}{r} 59 \\ 67 \\ \hline 137 \end{array} \quad \text{počítají } 7 + 9 + 6 + 5 = 27, 7 \text{ zapíše pod jednotky a počítají dále} \\ 2 + 6 + 5 = 13$$

6. Přičítají druhého sčítance k oběma číslům prvního sčítance, např.

$$\begin{array}{r} 58 \\ 7 \\ \hline 1215 \end{array} \quad \text{počítají } 7 + 8 = 15, 7 + 5 = 12, \text{ oba částečné součty zapíše}$$

7. U čísel zapsaných v řádcích používají částečně postup písemného sčítání, částečně postup pamětného sčítání, např.

$$\begin{array}{r} 378 + 2 = 3710 \\ 24 + 35 = 5900 \end{array} \quad \text{počítají } 2 + 8 = 10, 10 \text{ zapíše a ostatní čísla opíše} \\ \text{počítají } 2 + 3 = 5, 4 + 5 = 9 \text{ a připiší dvě nuly, protože oba} \\ \text{sčítanci mají dohromady 4 číslice}$$