

Růžena Blažková, Irena Sytařová

### Číselné obory

Proveďte metodický a didaktický rozbor úloh:

1. Jsou dána přirozená čísla 1, 2, 3, ..., 99. Kolikrát se v zápisu všech těchto čísel objeví číslice a) šest b) jedna ?

2. Kolikrát zapíšete číslici 0, zapíšete-li za sebou

- a) prvních deset přirozených čísel,
- b) prvních sto přirozených čísel,
- c) prvních tisíc přirozených čísel?

3. Jak nejrychleji určíte:

- a) součet všech přirozených čísel od 1 do 100,
- b) součet všech lichých přirozených čísel od 1 do 99,
- c) součet všech sudých přirozených čísel od 2 do 100?

4. Určete úsporně součet čísel:  $10 + 11 + 22 + 33 + 44 + 56 + 67 + 78 + 89 + 90$

5. Čísla 1 až 8 přiřipšte k vrcholům krychle tak, aby se součty čísel zapsaných u vrcholů v každé stěně krychle sobě rovnaly.

6. Čísla 1 až 12 přiřipšte ke hranám krychle tak, aby se součty čísel zapsaných u hran v každé stěně krychle sobě rovnaly.

7. Nejprve odhadněte a potom vypočítejte, jak dlouhá je doba (kolik roků, event. dní):

- a) milionu hodin,
- b) milionu minut,
- c) milionu sekund.

8. Některá čísla se znázorňují pomocí geometrických obrazců, např.

a) trojúhelníková čísla jsou 1, 3, 6, ...

```
      o
     o o
    o o o
```

b) čtvercová čísla jsou 1, 4, 9, ...

```
      o o o
     o o o o
    o o o o
```

c) pětiúhelníková čísla jsou 1, 5, 12, 22 ...

```
      o
     o   o
    o   o   o
   o   o   o   o
  o   o   o   o   o
```

Zapište další čísla, která mají tyto vlastnosti.

9. Číslo 39 můžeme zapsat jako  $39 = 3 \cdot 9 + 3 + 9$ , obecně  $10a + b = a \cdot b + a + b$ . Najděte další čísla této vlastnosti.

10. Kolik existuje všech desetiferných čísel zapsaných všemi číslicemi 0 až 9, jestliže se v zápisu čísla vyskytuje každá číslice právě jednou? Které číslo je nejmenší a které je největší?

11. Určete dvojici přirozených čísel těchto vlastností: Jejich součin je 97. Dělíme-li větší číslo menším, dostaneme podíl 97. Kolik existuje přirozených čísel, jejichž součin a podíl se sobě rovnají?

12. V určité populaci jsou  $\frac{2}{3}$  mužů ženatí, ale jen  $\frac{3}{5}$  žen jsou vdané. Jaká část populace (vyjádřeno zlomkem) jsou svobodní lidé?

13. Jsou dány zlomky  $\frac{x}{y}, \frac{x}{y} + \frac{x}{y}$ , kde  $x$  a  $y$  jsou přirozená čísla. Rozhodněte a zdůvodněte, který zlomek je větší, když a)  $x < y$ , b)  $x > y$ .

14. Vyjádřete následující čísla ve tvaru zlomku, jehož číselník i jmenovatel jsou přirozená čísla:  
a)  $0,3\overline{2}$ , b)  $0,2\overline{3}$ , c)  $1,72\overline{3}$ .

15. Vypočítejte periody zlomků:

a)  $\frac{1}{7}$  b)  $\frac{1}{17}$

16. Vypočítejte velikost tzv. řetězových zlomků a zapište a vypočítejte další takové zlomky:

$$1 + \frac{1}{1} = \frac{2}{1}$$

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}} = \frac{3}{2}$$

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}} = \frac{4}{3}$$

17. Přičteme-li k číselníku i jmenovateli zlomků  $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \dots, \frac{1}{2n}$ , kde  $n$  je přirozené číslo, vzniknou zlomky dvakrát, třikrát, ...  $n$ -krát větší, než byl původní zlomek. Dokažte.

18. Která čísla menší než 100 mohou být jmenovateli zlomků, které je možné zapsat

- a) jako čísla desetinná
- b) jako čísla s ryze periodickým rozvojem?

19. Dokažte, že čísla  $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$  nejsou racionální čísla.

20. Definujte absolutní hodnotu reálného čísla  $a$  a na základě definice dokažte, že pro každá reálná čísla  $a, b$  platí:

a)  $|a| \geq 0$

b)  $|a| = |-a|$

c)  $|a| \geq a$

d)  $|a + b| \leq |a| + |b|$

e)  $|a - b| \leq |a| + |b|$

f)  $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

g)  $\frac{|a|}{|b|} = \left| \frac{a}{b} \right|$

21. Prostředky žáka základní školy zdůvodněte:

a) proč součin dvou záporných čísel je číslo kladné,

b) větu o dělení zlomku zlomkem.