

ÚHEL A JEHO VELIKOST

POJMY a dovednosti

Úhel, vrchol úhlu, ramena úhlu. Klasifikace úhlů (úhel konvexní, nekonvexní, úhel ostrý, pravý, tupý, přímý, plný, nulový).

Přenášení úhlu k dané polopřímce do dané poloroviny. Porovnávání úhlů. Shodnost úhlů. Grafický součet úhlů. Grafický rozdíl úhlů. Násobek úhlu.

Osa úhlu, její konstrukce.

Dvojice úhlů: úhly styčné, vedlejší vrcholové, souhlasné, střídavé.

Velikost úhlu. Měření úhlů, úhломěr. Jednotky velikosti úhlu – radián, stupeň.

Rýsování úhlu dané velikosti – pomocí úhломěru i pomocí kružítka (některé úhly).

Definice 1.

Jsou dány tři různé body A, B, V, které neleží v jedné přímce. Konvexním úhlem AVB nazýváme průnik poloroviny AVB a poloroviny BVA.

$$\text{Symbolicky: } \angle VB = \rightarrow AVB \cap \rightarrow BVA$$

Jestliže body A, B, V leží v jedné přímce a bod V leží mezi body A, B, pak konvexním úhlem AVB nazýváme každou polorovinu s hraniční přímkou AB. Úhel AVB se nazývá úhel přímý.

Jestliže body A, B, V leží v jedné přímce a bod A leží mezi body V, B, pak konvexním úhlem AVB nazýváme

- každou rovinu, obsahující přímku AB – úhel AVB je úhel plný
- polopřímku VA – úhel AVB je úhle nulový.

Definice 2.

Jsou dány tři různé body A, B, V, které neleží v jedné přímce. Nekonvexním úhlem AVB nazýváme sjednocení polorovin opačných k polorovinám AVB a BVA.

$$\text{Symbolicky: } \angle AVB = \leftarrow VB \cup -VA$$

Definice 3

Jsou dány tři různé body A, B, V, které neleží v jedné přímce. Konvexním úhlem AVB rozumíme množinu všech bodů X roviny ρ , které leží na všech polopřímkách VY, kde bod Y leží na úsečce AB.

$$\text{Symbolicky: } \angle AVB = \{ X \in \rho \mid X \in Y \wedge Y \in \overline{AB} \}$$

Úhly označujeme také písmeny řecké abecedy, např. α , β , ν , ρ aj.

Poznámka: V uvedených definicích je úhel chápán ve smyslu rovinného úhlu. V budoucnu se mohou žáci setkat s dalšími významy úhlu, jako je např. úhel otočení, orientovaný úhel, prostorový úhel aj.

Školská matematika

Rámcový vzdělávací program:

Očekávané výstupy:

Žák

- zdůvodňuje a využívá polohové a metrické vlastnosti základních rovinných útvarů při řešení úloh a jednoduchých praktických problémů, využívá potřebnou matematickou symboliku.
- Charakterizuje a třídí základní rovinné útvary - úhly.
- Určuje velikost úhlu měřením a výpočtem.
- Načrtne a sestrojí úhel.

Motivace:

Úhel hodinových ručiček, úhel stoupání, úhel klesání, střelecký úhel, úhel dopadu, úhel odrazu,

Úhel

Ve školské matematice se úhel zavádí pomocí dvou polopřímek se společným počátkem. Dvě polopřímky VA a VB určují v rovině dva úhly – jeden konvexní a jeden nekonvexní. Rozlišují se buď barevně nebo pomocí jednoho vnitřního bodu daného úhlu. Bod V se nazývá vrchol úhlu AVB, polopřímky VA a VB se nazývají ramena úhlu AVB.

Osa úhlu

Osa úhlu AVB je přímka, která prochází vrcholem úhlu a dělí úhel na dva shodné úhly.
Poznámka: V případě konvexního úhlu se někdy osou úhlu rozumí polopřímka VX – zejména v případě, kdy osou úhlu rozumíme množinu všech bodů daného úhlu, které mají od obou ramen úhlu sobě rovné vzdálenosti.

Pomocí osy úhlu přímého můžeme vyvodit pojem úhlu pravého a následně uvést klasifikaci úhlů (zatím bez velikostí) vzhledem k úhlu pravému:

Úhel ostrý – menší než úhel pravý

Úhel pravý

Úhel tupý – větší než úhel pravý a menší než úhel přímý

Úhel přímý.

Dvojice úhlů

Úhly styčné – jsou takové dva úhly, které mají společný vrchol a jedno rameno.

Úhly vedlejší – jsou takové dva úhly, které mají společný vrchol a jedno rameno a druhá ramena úhlů leží na opačných polopřímkách. Sjednocením vedlejších úhlů je úhel přímý.

Úhly vrcholové – jsou takové dva úhly, které mají společný vrchol a jejich ramena leží na opačných polopřímkách. Vrcholové úhly jsou shodné.

Úhly souhlasné a střídavé

Jsou dány dvě různoběžné přímky a , b a přímka p , které obě přímky protíná (tzv. příčka).

Souhlasné úhly jsou takové úhly, které leží v téže polorovině určené přímkou p (v této polorovině mají oba úhly jedno z ramen) a průnikem jejich druhých ramen je polopřímka. Pokud jsou přímky a , b rovnoběžné, jsou odpovídající si souhlasné úhly shodné.

Střídavé úhly jsou takové úhly, které leží v opačných polorovinách s hranicí p , průnikem jejich ramen je buď úsečka nebo je průnik prázdný.

Pokud jsou přímky a, b rovnoběžné, jsou střídavé úhly shodné.

Poznámka 1. Dětem definice nesdělujeme, avšak pomocí obrázku vytvoříme pojmy v duchu správných definic.

Poznámka 2: Dvojic úhlů střídavých nebo souhlasných užíváme zejména v případě, chceme-li dokázat rovnoběžnost přímek.

VELIKOST ÚHLU

Podnět k měření úhlů daly astronomické práce starých Babyloňanů, kteří rozdělili plný úhel na 360° , tj. jednotek úhlové míry. Z Babylonie se kolem roku 200 dostalo dělení úhlu na 360° do Alexandrie.

Velikost rovinného úhlu se odvozuje z délky oblouku AB na jednotkové kružnici.

Úhel AVB má velikost **1 radián** (1 rad), jestliže oblouk AB je dlouhý 1 m a leží-li na kružnici o poloměru m. (Míra oblouková)

Úhel AVB má velikost **1 stupeň**, jestliže je oblouk AB dlouhý ($\pi : 180$) m a leží-li na kružnici o poloměru 1 m. (Míra stupňová)

Název stupeň pochází z latinského gradus (schody, žebřík).

Minuta pochází z latinského pars minutae primae, což jsou části prvního dělení.

Vteřina – sekunda – z latinského pars minutae secundae – části druhého dělení.

Převodní vztah mezi radiány a stupni: $1 \text{ rad} = 50^\circ 17' 45''$.

Poznámka: Označení sekunda se používá k označení jednotky času, označení vteřina se používá k označení jednotky velikosti úhlu (SI).

Velikost úhlu zapisujeme symbolicky $|\sphericalangle V B|$ nebo písmeny řecké abecedy $\alpha \beta \delta$ aj.

Ve školské matematice se většinou uvádí 1° jako jedna devadesátina úhlu pravého.

Úhly měříme úhломěrem

Úhломěr má zpravidla dvě stupnice – vnější a vnitřní, které jsou vyznačeny na půlkružnicích vždy od 0° do 180° . Střed půlkružnic se současně středem úhломěru.

Podle velikosti klasifikujeme úhly:

Název úhlu	nulový	ostrý	pravý	tupý	přímý	nekonvexní	plný
velikost	0°	$0^\circ < \alpha < 90^\circ$	90°	$90^\circ < \alpha < 180^\circ$	180°	$180^\circ < \alpha < 360^\circ$	360°

Poznámka: V období Velké francouzské revoluce se byl pravý úhel rozdělen na 100 dílků a jeden díl se nazýval grad, menší jednotky byly decigrad, centigrad, miligrad. Desetinného dělení se užívá i v zeměměřictví a ve vojenství.

Dáje se užívá tzv. dělostřelecký dílec, což je jedna třítisícina přímého úhlu.

Pod pojmem „dílec“ se rozumí zorný úhel, pod nímž je vidět tyč výšky 1 m na vzdálenost 1 km.