

STATISTICKÉ METODY V GEOGRAFII

A decorative graphic element consisting of a blue gradient shape that starts as a thin line on the left and curves downwards and to the right, filling the bottom half of the slide.

Teoretická rozdělení



Teoretická rozdělení

- Základní pojmy
- náhodná veličina spojitá (teplota) a nespojité (počet měsíců s teplotou nad...)
- histogram – grafické znázornění četností
- rozsah souboru se blíží k nekonečnu + náhodná veličina je spojitá – frekvenční funkce / hustota pravděpodobnosti
- kumulativní relativní četnost tj. součtová čára - distribuční funkce
- obr.

Frekvenční funkce, teoretické rozdělení

- frekvenční funkce je teoretickým rozdělením četností základního souboru.
- V praxi máme obvykle k dispozici výběrový soubor, který je více či méně reprezentativní, proto se hledají způsoby, jak nahradit výběrové soubory základními,
- pro základní soubory počítat charakteristiky a hodnotit např. normálnost konkrétní hodnoty

Normální rozdělení

Normální rozdělení / Gaussovo, Laplaceovo- Gaussovo

- nejčastěji používané rozdělení spojité náhodné veličiny (teploty, úhrny srážek, výška, IQ atd.)
- normální křivka (tj. frekvenční křivka normálního rozdělení) má vlastnosti:
 - zvonovitý tvar
 - asymptoticky se blíží k ose x)tj. i hodnoty \pm nekonečno
 - souměrná podle osy, kterou tvoří spojnice jejího vrcholu a aritmetického průměru na ose x
 - aritmetický průměr se rovná modusu se rovná mediánu
 - obr.

Normální rozdělení

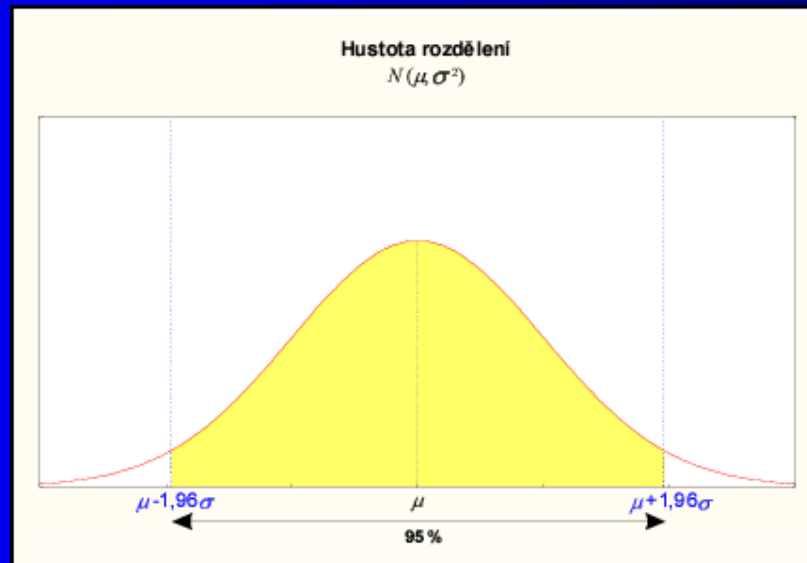
- Normální křivka a osa x vymezují plochu 100%, tj. 1
- lze stanovit pravděpodobnosti, s nimiž leží hodnoty v určitém intervalu, hranice intervalu tvoří průměr a násobky směrodatné odchylky
- obr.

příklady

- normální rozdělení „IQ populace“
- normální rozdělení „ Výška žen v ČR“
apod.

Normální rozdělení / Gaussovo pokračování

- Normální křivka a osa x vymezují plochu 100%,
- tj. lze stanovit pravděpodobnosti, s nimiž leží hodnoty v určitém intervalu,
- hranice intervalu tvoří průměr a násobky směrodatné odchylky
- obr.



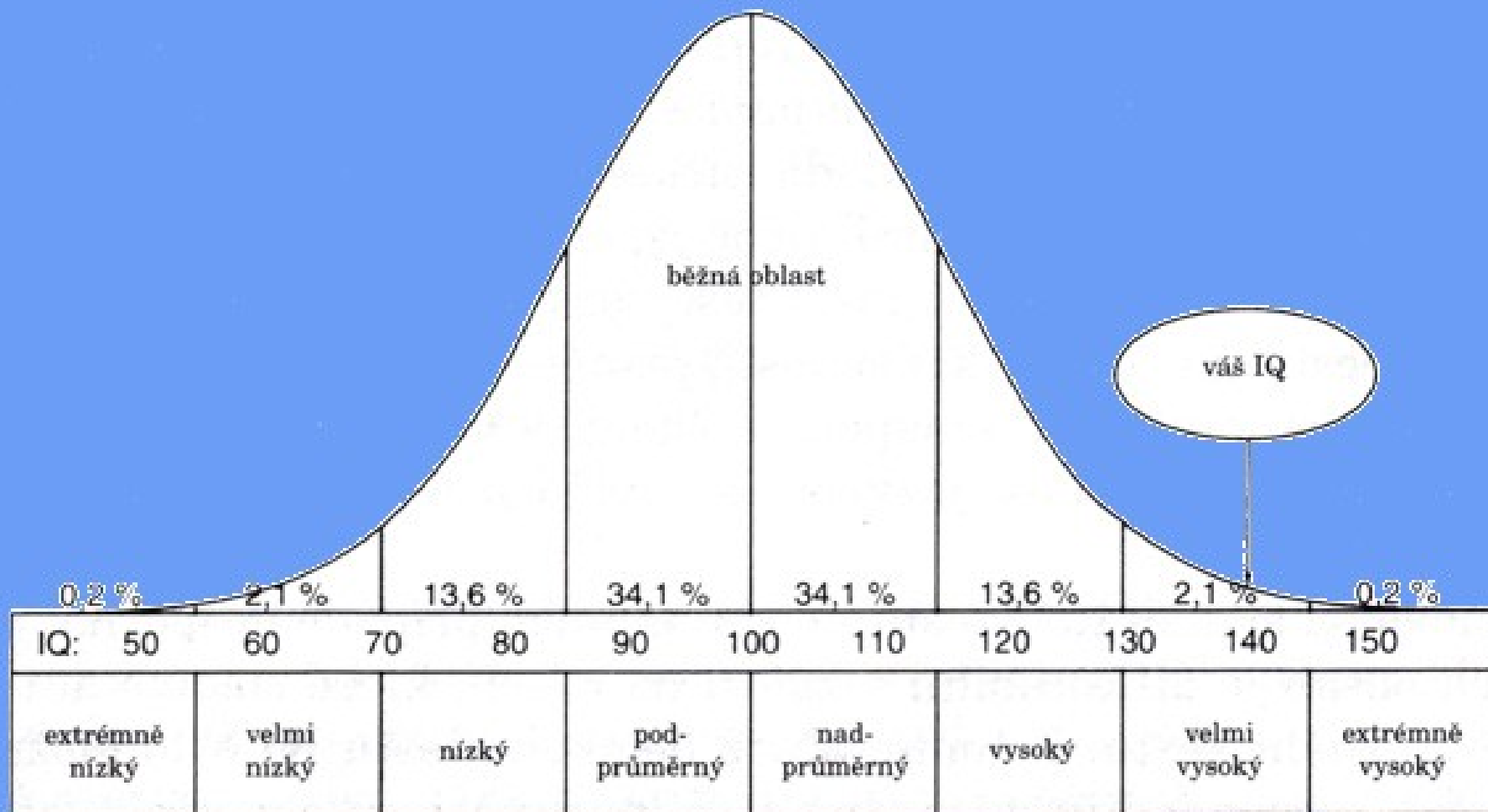
V normálním rozdělení:

- **68, 27% leží v intervalu:**
- **(průměr + - směř. odchylka)**

- **95% leží v intervalu:**
- **(ar. průměr +- 1,96 směř. odchylky)**

- **99% leží v intervalu:**
- **(ar. průměr +- 2,576 směř. odchylky)**

Normální rozdělení pro IQ



imbecilita

debilita

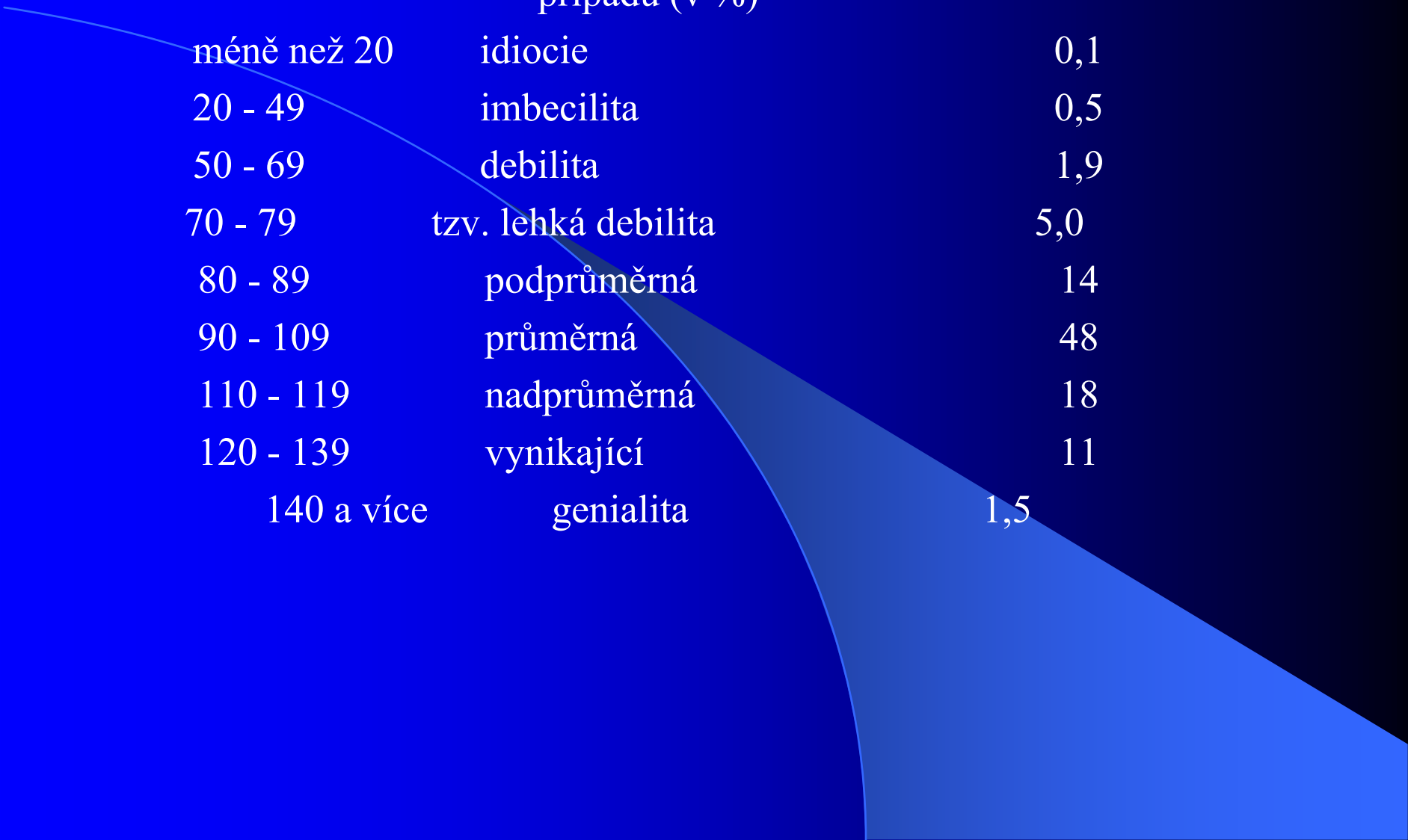
Lehká d.

průměr

vynikající

genialita

idiocie



IQ (v bodech)	stupeň inteligence případů (v %)	procento zkoumaných
méně než 20	idiocie	0,1
20 - 49	imbecilita	0,5
50 - 69	debilita	1,9
70 - 79	tzv. lehká debilita	5,0
80 - 89	podprůměrná	14
90 - 109	průměrná	48
110 - 119	nadprůměrná	18
120 - 139	vynikající	11
140 a více	genialita	1,5

Příklady – normální rozdělení

Příklad 1

- Populace má v daném testu průměr 100, směrodatnou odchylku 15.
- Vypočítejte hranice intervalů, v kterém se nachází 68 % populace.

68 % populace leží v
int. 85 až 115

V normálním rozdělení:

- **68, 27% leží v intervalu:**
- **(průměr + - směr. odchylka)**
- **95% leží v intervalu:**
- **(ar. průměr +- 1,96 směr. odchylky)**
- **99% leží v intervalu:**
 - **(ar. průměr +- 2,576 směr. odchylky)**

Příklad 2

- Výška v populaci chlapců ve věku 3,5 - 4 roky má normální rozdělení s průměrem 102 cm a směrodatnou odchylkou 4,5 cm.
- Vypočítejte intervaly, kde se nachází 68%, 95% a 99% přísl. populace.

V normálním rozdělení:



- 68, 27% leží v intervalu:
(průměr + - směr. odchylka)



- 95% leží v intervalu:
(ar. průměr +- 1,96 směr. odchylky)



- 99% leží v intervalu:
(ar. průměr +- 2,576 směr. odchylky)

Příklad 3

- zadání:
- Výška v populaci chlapců ve věku 3,5 - 4 roky má normální rozdělení s průměrem 102 cm a směrodatnou odchylkou 4,5 cm.
- Spočtete, jaké procento chlapců v uvedeném věku má výšku menší nebo rovnou 93 cm.

Řešení 3

- Pravděpodobnost, že výška nabude hodnoty menší nebo rovné 93 cm, je vyjádřena hodnotou **distribuční funkce F(93)** pro **parametry normálního rozdělení 102;4,5**

Microsoft Excel

Formula bar: **=NORMDIST(93;102;4,5;pravda)**

NORMDIST

X	93	= 93
Střed_hodn	102	= 102
Sm_odch	4,5	= 4,5
Součet	pravda	= PRAVDA

= 0,022750062

Vrátí hodnotu normálního součtového rozdělení pro zadanou střední hodnotu a směrodatnou odchylku.

Součet je logická hodnota: součtová distribuční funkce = PRAVDA, hromadná pravděpodobnostní funkce = NEPRAVDA.

Výsledek = 0,022750062 = 2,27%

OK Storno

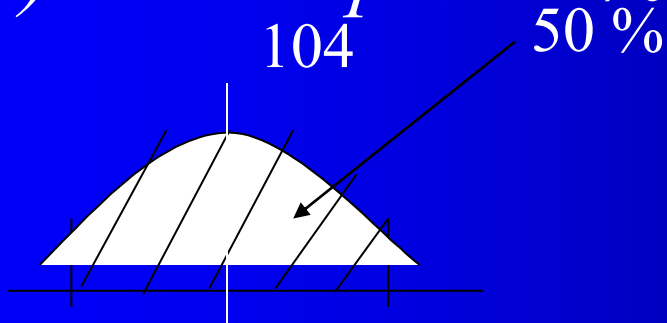
Odpověď: 2,27 % chlapců ve věku 3,5 – 4 roky je menších než 93 cm

Příklad 4

- Psychologickými testy bylo zjištěno, že hodnota IQ populace je náhodnou veličinou s normálním rozdělením, jehož střední hodnota je 104 a směrodatná odchylka 8.
- Určete hodnotu IQ, kterou podle uvedených pravděpodobnostních předpokladů:
 - a) meze, ve kterých bude 50% populace,
 - b) nepřesáhne 5% populace,
 - c) překročí 5% populace.
 - d) Odhadněte v jakých mezích se pohybuje IQ 99.9 % populace

Řešení 4a)

- a) *meze pro 50 % mužské populace*



Hledáme dolní a horní meze intervalu (hodnot IQ),
ve které se bude nacházet 50% mužské populace, tj 1. a 3. kvartil

Řešení 4a)

Excel, statistická funkce inverzní k e Gauss. - NORMINV

Microsoft Excel

Formule: **=NORMINV(0,25;104;8)**

NORMINV

Prst	0,25	= 0,25
Střední	104	= 104
Sm_odch	8	= 8

= 98,60407707

Vrátí inverzní funkci k distribuční funkci normálního součtového rozdělení pro zadanou střední hodnotu a směrodatnou odchylku.
Prst je pravděpodobnost normálního rozdělení, číslo mezi 0 a 1 včetně.

Výsledek = 98,60407707

OK Storno

Microsoft Excel

Formule: **=NORMINV(0,75;104;8)**

NORMINV

Prst	0,75	= 0,75
Střední	104	= 104
Sm_odch	8	= 8

= 109,3959229

Vrátí inverzní funkci k distribuční funkci normálního součtového rozdělení pro zadanou střední hodnotu a směrodatnou odchylku.
Prst je pravděpodobnost normálního rozdělení, číslo mezi 0 a 1 včetně.

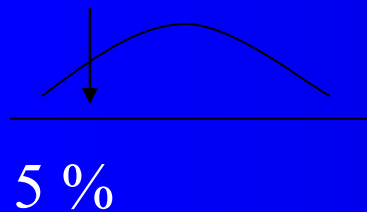
Výsledek = 109,3959229

OK Storno

Podle parametrů daného normálního rozdělení 50 populace má IQ v intervalu 98,6 a 109,4.

Řešení 4b)

- b) hodnotu IQ, pod níž je 5% populace
tj. 5% dosáhne max.IQ



5 % populace
má IQ
(dle parametrů N)
nižší nebo rovno
90,84.

The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the NORMINV function dialog box open. The formula bar contains the formula `=NORMINV(0,05;104;8)`. The dialog box has three input fields: Prst (0,05), Střední (104), and Sm_odch (8). The result field shows the value 90,841176. The text below the dialog box explains the function: "Vrátí inverzní funkci k distribuční funkci normálního součtového rozdělení pro zadanou střední hodnotu a směrodatnou odchylku. Sm_odch je směrodatná odchylka rozdělení, kladné číslo." The result field at the bottom of the dialog box shows "Výsledek = 90,841176".

Parameter	Value	Result
Prst	0,05	= 0,05
Střední	104	= 104
Sm_odch	8	= 8

Result: 90,841176

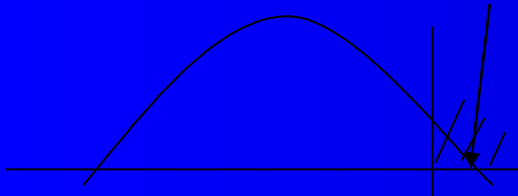
Vrátí inverzní funkci k distribuční funkci normálního součtového rozdělení pro zadanou střední hodnotu a směrodatnou odchylku.
Sm_odch je směrodatná odchylka rozdělení, kladné číslo.

Výsledek = 90,841176

Buttons: OK, Storno

Řešení 4c)

- c) překročí pouze 5% populace



- analogicky s 4b) nebo využít symetrie normálního rozdělení a využít výsledku 4b)

$$\text{pak } 104 - 90,84 = 13,16$$

$$104 + 13,16 = 117,16$$

5% populace (dle $N(104, 8)$) má IQ rovno nebo vyšší 117,16

Řešení 4d

- *Odhadněte v jakých mezích se pohybuje IQ 99.9 %*
- *mužské populace.*

Microsoft Excel

Formula bar: `=NORMINV(0,001;104;8)`

Prst: = 0,001

Střední: = 104

Sm_odch: = 8

Výsledek = 79,27804226

Wrátí inverzní funkci k distribuční funkci normálního součtového rozdělení pro zadanou střední hodnotu a směrodatnou odchylku.

Prst je pravděpodobnost normálního rozdělení, číslo mezi 0 a 1 včetně.

Microsoft Excel

Formula bar: `=NORMINV(0,999;104;8)`

Prst: = 0,999

Střední: = 104

Sm_odch: = 8

Výsledek = 128,7219577

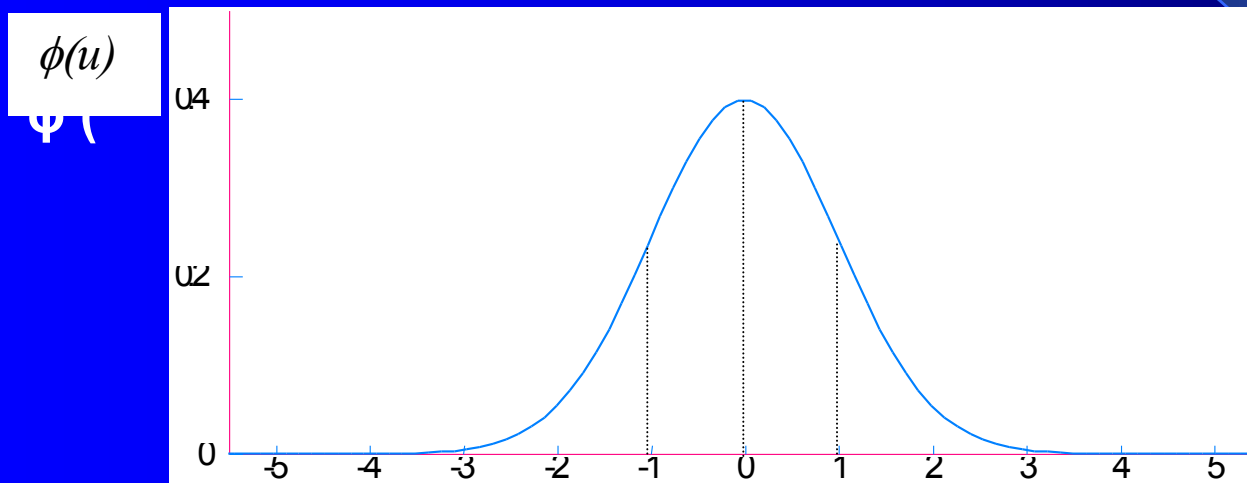
Wrátí inverzní funkci k distribuční funkci normálního součtového rozdělení pro zadanou střední hodnotu a směrodatnou odchylku.

Prst je pravděpodobnost normálního rozdělení, číslo mezi 0 a 1 včetně.

99,9 % mužské populace se pohybuje v mezích intervalu 79,3 až 128,7 jednotek IQ.

- Pro normované normální rozdělení zavedeme označení $N(0, 1)$.

Normování hodnoty: od hodnoty se odečte aritmetický průměr, výsledek (tj. odchylka) se dělí směr. odchylkou
Hustota pravděpodobnosti normovaného normálního rozdělení:



Tabulkové vyjádření vybraných hodnot hustoty pravděpodobnosti

u	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5
$\phi(u)$	0,399	0,352	0,242	0,130	0,054	0,018	0,004	0,001

Tabulkové vyjádření vybraných hodnot distribuční funkce

u	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5
$\Phi(u)$	0,500	0,691	0,841	0,933	0,977	0,994	0,999	0,999