

# STATISTICKÉ METODY V GEOGRAFII

A decorative graphic element consisting of a blue gradient shape that starts as a thin line on the left and curves downwards and to the right, ending as a solid blue area at the bottom right corner of the slide.

Teoretická rozdělení:  
Binomické rozdělení  
Pearsonova křivka  
Studentovo  
 $\chi^2$

# Binomické rozdělení

- pro diskrétní náhodné proměnné,
- které mohou nabývat pouze dvou hodnot ( např. ano, ne)
- pravděpodobnost, že nastane alternativa ANO označme  $\pi$
- pravděpodobnost, že nastane NE ... $q = 1 - \pi$ ), protože
- platí  $\pi + q = 1$  (100 %)
- k výpočtu se používá binomický rozvoj

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \pi^k (1 - \pi)^{n-k}, \quad \text{pro } k = 0, 1, 2, \dots, n.$$

# Příklad 1a – binomické rozdělení

- Předpokládejme, že pravděpodobnost narození dívky je 0,49.
- Jaká je pravděpodobnost toho, že mezi třemi dětmi v rodině je právě jedna dívka?

# Řešení 1 a

**Tabulka3:** Parametry binomického rozdělení v příkladu

Pokus	Úspěch	Neúspěch	Pravděpodobnost úspěchu	Počet pokusů	Počet úspěchů
				$n$	$k$
narození dítěte	dívka	chlapec	0,49	počet dětí	počet dívek

## Řešení 1a

Jak je vidět z tabulky, počet narozených dívek v rodině je náhodná veličina s binomickým rozdělením. Pravděpodobnost, že mezi třemi dětmi je právě jedna dívka tedy vypočteme jako

$$P(X = 1) = \binom{3}{1} 0,49^1 \cdot 0,51^2 = 3 \cdot 0,127 = 0,38. \diamond$$

$$\binom{3}{1} = \frac{3!}{1!2!} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 1} = 3.$$

Pravděpodobnost, že ze tří dětí bude jedna dívka, je 38%.

Microsoft Excel

Formula bar: `=BINOMDIST(1;3;0,49;NEPRAVDA)`

**BINOMDIST**

Úspěch	1	= 1
Pokusy	3	= 3
Prst_úspěchu	0,49	= 0,49
Počet	NEPRAVDA	= NEPRAVDA

Result: = 0,382347

Vrátí hodnotu binomického rozdělení pravděpodobnosti jednotlivých veličin.

**Počet** je logická hodnota: součtová distribuční funkce = PRAVDA, hromadná pravděpodobnostní funkce = NEPRAVDA.

Výsledek = 0,382347

Buttons: OK, Storno

# Příklad 1b

Jaká je pravděpodobnost, že v rodině s 8 dětmi jsou právě 3 dívky? Pravděpodobnost narození dívky je 0,49.

Řešení

binomický rozvoj:

$$P(k = 3) = \binom{8}{3} 0,49^3 \cdot 0,51^5 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 0,118 \cdot 0,035 = 0,23. \diamond$$

Pravděpodobnost, že v rodině s 8 dětmi jsou tři dívky, je 0,23, tj. 23 %.

# Příklad 2, binomické rozdělení

- Vypočítejte pravděpodobnost, se kterou se vyskytne určitý počet měsíců v roce hodnocených jako „suché“.
- Konkretizace:
  - oblast Oxford,
  - období 1851 – 1943, tj. 1116 měsíců
  - **Suchý měsíc** - tj. méně srážek v měsíci než je dlouhodobý průměr tohoto měsíce.
  - 617 měsíců hodnocených jako suché
  - 499 – vlhké měsíce



## Řešení 2

„úspěch“	„neúspěch“	Pravděpodobnost suchého měsíce	Pravděpodobnost vlhkého měsíce	Počet měsíců	Počet suchých měsíců
suchý	vlhký	$\pi = 617/1116$ $\pi = 0,553$	$q = 499/1116$ $q = 0,447$ $(q = 1 - \pi)$	$n = 12$	$k = 0$ až $12$

### Řešení

- Ručně pomocí binomického rozvoje
- s podporou např. Excel

Řešíme dílčí příklady, tj. jaká je pravděpodobnost, že v roce se vyskytne

- žádný suchý měsíc, tj-  $k = 0$
- Jeden suchý měsíc, tj.  $k = 1$
- Atd.
- všechny měsíce suché,  $k = 12$

# Řešení 2

k	f(x)
0	0,000
1	0,000945
2	0,006428
3	0,026507
4	0,073785
5	0,146051
6	0,21
7	0,223
8	0,172
9	0,095
10	0,035
11	0,0079
12	0,0008

Microsoft Excel

Toolbar: File, Edit, Format, Tools, Data, Window, Help, etc.

Formula Bar: `=BINOMDIST(5;12;0,553;npravda)`

**BINOMDIST**

Úspěch: 5 = 5

Pokusy: 12 = 12

Prst\_úspěchu: 0,553 = 0,553

Počet: npravda = NEPRAVDA

**BINOMDIST** = 0,146050652

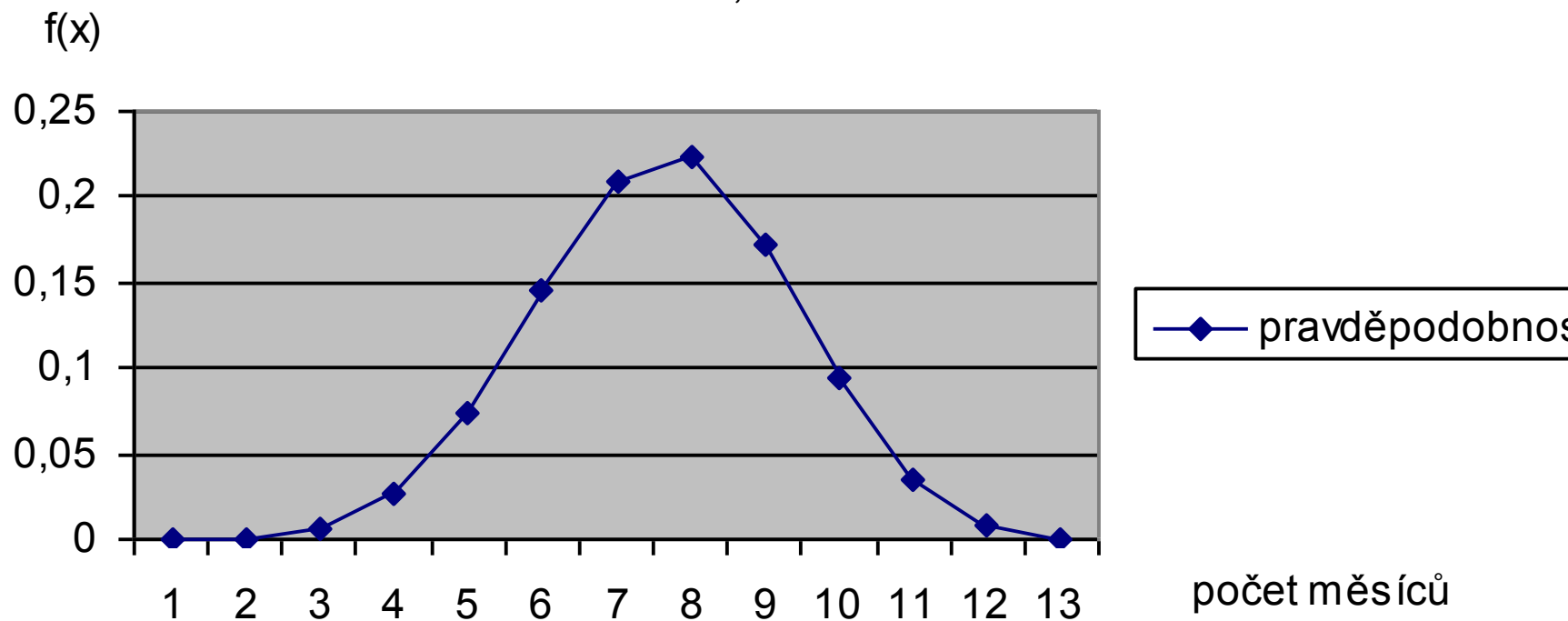
Vrátí hodnotu binomického rozdělení pravděpodobnosti jednotlivých veličin.

**Úspěch** je počet úspěšných pokusů.

Výsledek = 0,146050652

Buttons: OK, Storno

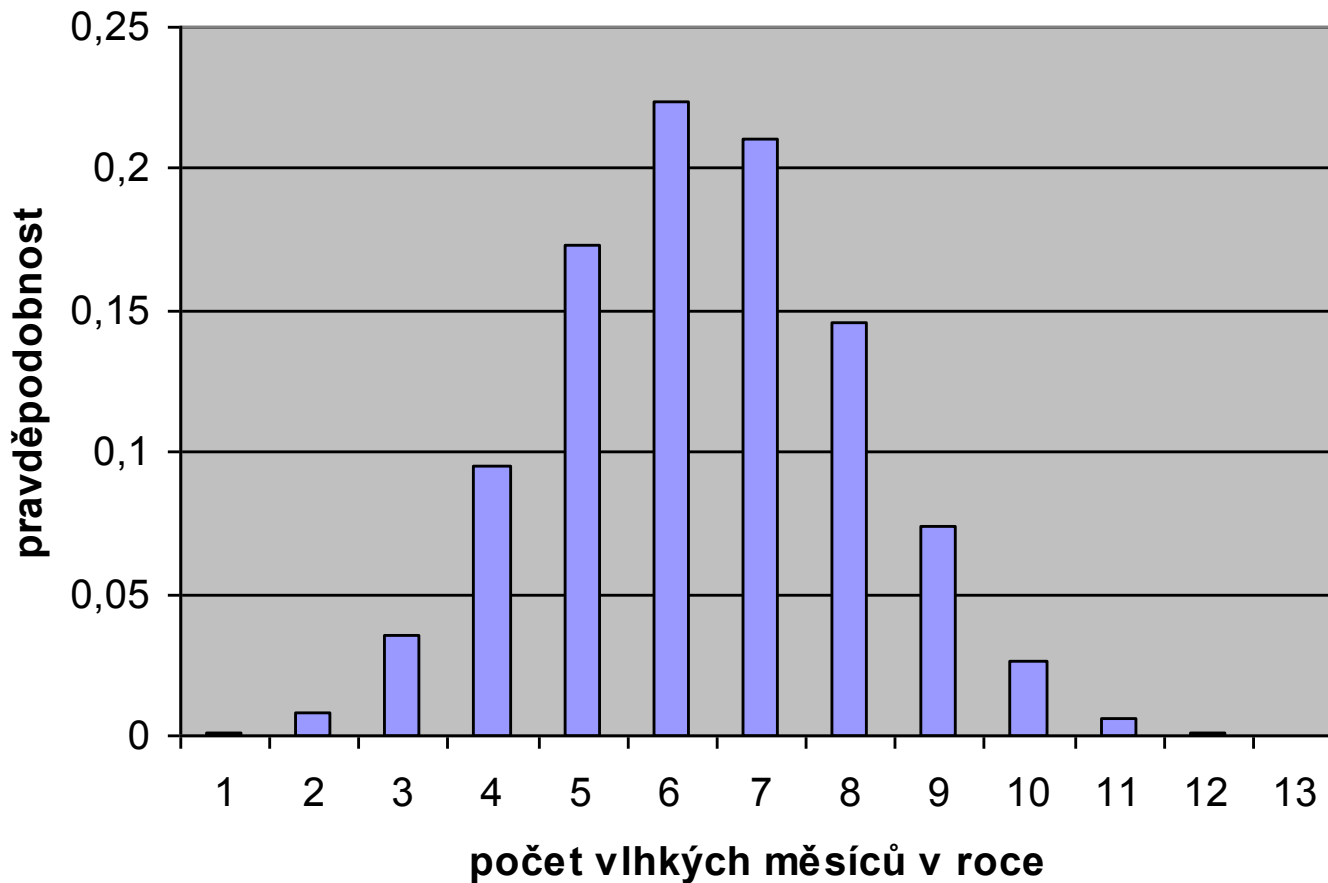
Pravděpodobnost počtu suchých měsíců v roce,  
Oxford, 1851 - 1943



# Jak bude vypadat situace pro „vlhke“ měsíce?

## Binomické rozdělení

Pravděpodobnost výskytu vlhkého měsíce  
v oblasti Oxfordu v letech 1851 - 1943



# Další rozdělení

# Poissonovo rozdělení

- – pro rozdělení vzácných případů
- (zimní bouřka, výskyt mutace apod.).
  
- Je-li pravděpodobnost nějaké výjimečné události (např. určité mutace genu) relativně malá a rozsah výběru poměrně velký, pak **Poissonovo rozdělení v podstatě splývá s binomickým**, ale je mnohem výhodnější pro počítání .

# Poisson - příklad

- Předpokládejme, že v určité populaci krys se vyskytuje albín s pravděpodobností
- $p = 0,001$  , ostatní krys jsou normálně pigmentované.
- Ve vzorku 100 krys náhodně vybraných z této populace určete pravděpodobnost, že vzorek
  - a) neobsahuje albína,
  - b) obsahuje právě jednoho albína.

# Řešení

- určete pravděpodobnost, že vzorek
- neobsahuje albína,

Microsoft Excel

Formula bar: `=BINOMDIST(0;100;0,001;NEPRAVDA)`

**BINOMDIST**

Úspěch	0	= 0
Pokusy	100	= 100
Prst_úspěchu	0,001	= 0,001
Počet	NEPRAVDA	= NEPRAVDA

= 0,904792147

Vrátí hodnotu binomického rozdělení pravděpodobnosti jednotlivých veličin.

**Úspěch** je počet úspěšných pokusů.

Výsledek = 0,904792147

Buttons: OK, Storno

Pravděpodobnost, že neobsahuje albína, je 90,47 %



# Řešení

Microsoft Excel

Binomická distribuce

**BINOMDIST** = **=BINOMDIST(1;100;0,001;NEPRAVDA)**

**BINOMDIST**

<b>Úspěch</b>	1	= 1
<b>Pokusy</b>	100	= 100
<b>Prst_úspěchu</b>	0,001	= 0,001
<b>Počet</b>	NEPRAVDA	= NEPRAVDA

= 0,090569784

Vrátí hodnotu binomického rozdělení pravděpodobnosti jednotlivých veličin.

**Počet** je logická hodnota: součtová distribuční funkce = PRAVDA, hromadná pravděpodobnostní funkce = NEPRAVDA.

Výsledek = 0,090569784

OK Storno

**Pravděpodobnost, že 100 členná populace krys bude obsahovat albína, je 9 %.**

# Pearsonova křivka III. typu

- Na empirické rozdělení mnoha statistických souborů s nimiž v geografii pracujeme, **nelze aplikovat normální rozdělení.**
- Platí to například v těch případech, kdy studovaná náhodná veličina **nemá teoreticky zdůvodněnou možnost nabývat nekonečných hodnot** nebo je-li omezena konečnými čísly  
V takovýchto případech lze aplikovat na studovaný soubor některou ze dvanácti křivek Pearsonova systému.

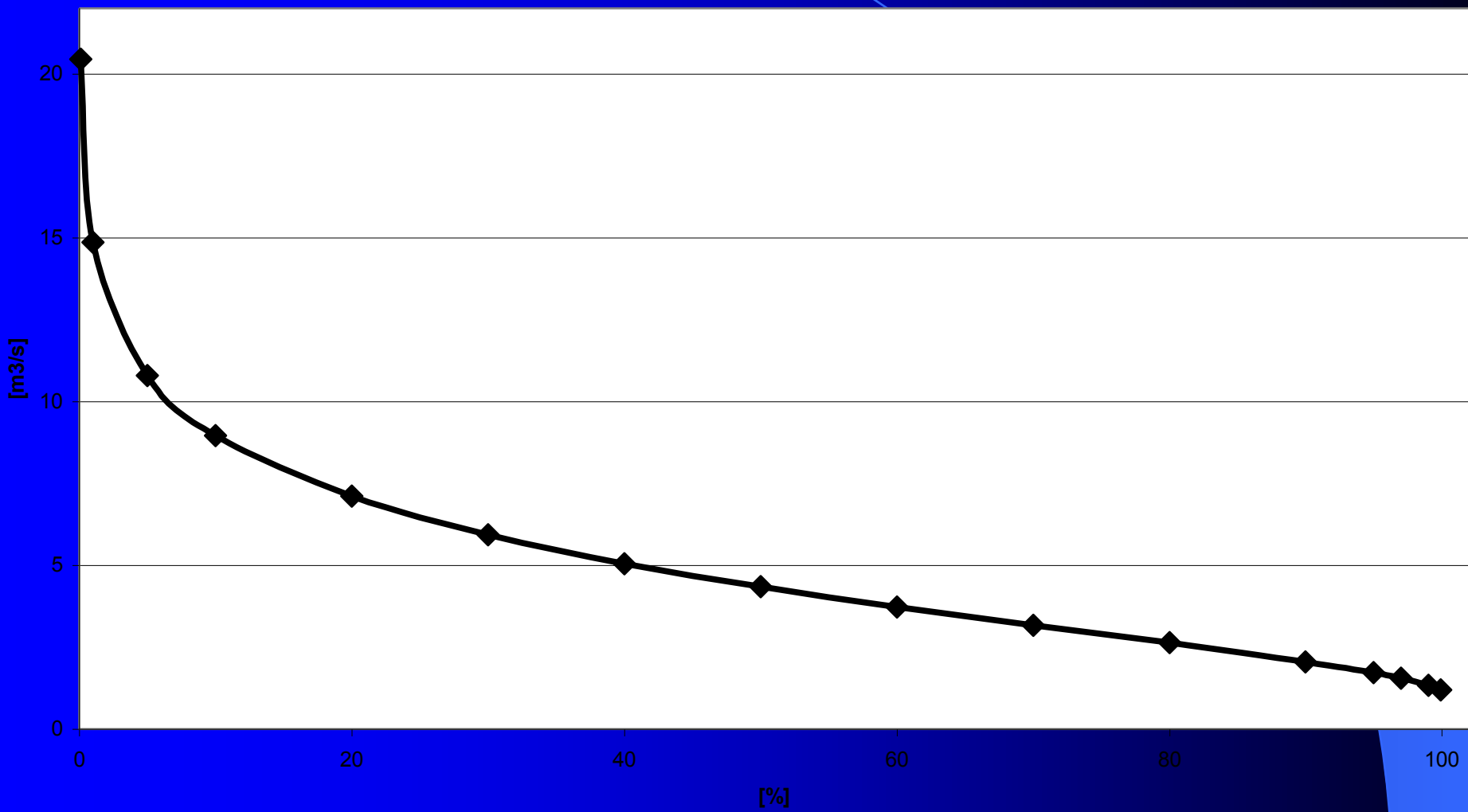
# Pearsonova křivka III. typu

- Pearsonova křivka III. typu
- - obvykle pro veličiny s omezeným množstvím hodnot, které může nabývat
- - z křivky lze např. vyčíst pravděpodobnost se kterou bude hodnota sledovaného statistického znaku dosažena
- v hydrologii se počítá Pearsonova křivka ve variantě součtová čára četností jako
- tzv. čára překročení

- **příklad**
- Konstrukce čáry překročení z průměrných ročních průtoků vodního toku Lažánka za říjen 2002.

den	průtok Qd (m <sup>3</sup> /s)	den	průtok Qd (m <sup>3</sup> /s)
1	2,99	16	2,98
2	2,84	17	4,64
3	2,75	18	12,2
4	3,22	19	7,73
5	3,55	20	4,38
6	12,2	21	3,41
7	9,12	22	3,85
8	3,82	23	3,47
9	3,55	24	3,36
10	3,23	25	3,51
11	2,89	26	12,2
12	3,25	27	10,3
13	3,79	28	6,2
14	3,05	29	4,15
15	3,05	30	5,75
		31	5,1

Křivka překročení průměrných ročních průtoků vodního toku Lažánka za říjen 2002



# rozdělení $\chi^2$

- rozdělení  $\chi^2$  – náhodný výběr  $n$  prvků ze základního souboru (počet vybíraných prvků = počet stupňů volnosti)
- dostaneme  $n$  hodnot, součtu druhých mocnin daného počtu vybraných prvků odpovídá určitá křivka,

# Studentovo/t/ rozdělení

- Studentovo/t/ rozdělení – hodnocení odchylek aritmetického průměru základního souboru a výběrových souborů, odchylkám přísluší Studentovo rozdělení