Látkové množství

Kolik atomů obsahuje 5 mg uhlíku ^{11}C ?

1 mol ≡ 6,022.10^{23} částic= N_A částic

1 mol ^{12}C … 12 g

1 mol ^{11}C ≈ 11 g

1 mol ^{A}X ≈ A g

≈ $2Z$ g pro lehké atomy s výjimkou ^{1}H

$$5 \text{ mg } ^{11}C \approx \frac{5.10^{-3}}{11} \text{ mol} \approx \frac{5.10^{-3}}{11} N_A \text{ částic} =$$

$$= \frac{5.10^{-3}}{11}.6{,}022.10^{23} = 2{,}74.10^{20}$$

$$N = nN_A ; n = \frac{m}{M} \Rightarrow N = \frac{mN_A}{M}$$

Látkové množství

Kolik atomů obsahuje 5 mg uhlíku ^{11}C ?

$$N = nN_A ; n = \frac{m}{M} \Rightarrow N = \frac{mN_A}{M} = \frac{5.10^{-3}\,\text{g}\,.6{,}022.10^{23}\,\text{mol}^{-1}}{11\,\text{g.mol}^{-1}}$$

N ... počet částic

n ... látkové množství [mol]

N_A... Avogadrova konstanta [mol^{-1}]

m … hmotnost vzorku [kg]

M … molární hmotnost [kg/mol, g/mol]

$\{M\}$ v g/mol ≈ A ... nukleonové číslo

Pokud dosadíme molární hmotnost A v gramech, musíme i hmotnost m dosadit v gramech !

Jednotka se v podílu vykrátí.

Rozpadový zákon

Radioaktivní uhlík ^{11}C se rozpadá s poločasem rozpadu T=20 minut.

Jaká část radioaktivního uhlíku zůstane z původního množství po uplynutí času t=2 hodin?

Jaká část radioaktivního uhlíku zůstane z původního množství po uplynutí t=45 minut?

Po uplynutí jaké doby zbyde 1/10 původního množství radioaktivního uhlíku?

Pravidla logaritmování

$$\ln\left(e^{x}\right)=\ln(\exp(x))=x=\exp(\ln(x))=e^{\ln x}$$

$$\log 10^{3}=3;\quad \log 10=\log\left(10^{1}\right)=1 \qquad \log(1)=\log\left(10^{0}\right)=0$$

$$\ln(x.a)=\ln x+\ln a$$

$$\log(10^{2}.10^{3})=\log(10^{2})+\log(10^{3})=2+3=5$$

$$\ln\left(x^{a}\right)=a\ln x$$

$$\log\left(10^{4}\right)=4\log 10=4.1=4$$

$$\log(0,1)=\log\left(10^{-1}\right)=-1$$

$$\ln\left(\frac{1}{x}\right)=\ln\left(x^{-1}\right)=-1.\ln(x)=-\ln x$$

Rozpadový zákon

Pravděpodobnost rozpadu kteréhokoliv atomu je nezávislá na ostatních atomech

$$\mathrm{d}\,n(t) = -\lambda n(t)\,\mathrm{d}\,t$$

$\mathrm{d}n(t)$ … změna počtu radioaktivních jader za čas $\mathrm{d}t$

$n(t)$ … počet radioaktivních jader v čase t

λ … rozpadová (přeměnová) konstanta

parametr daného nuklidu

přímo souvisí s poločasem rozpadu

Rozpadový zákon - odvození

Označíme-li počáteční čas rozpadu t_0=0 a konečný čas rozpadu t, musí pro všechny časy t' =0..t platit:

$$\mathrm{d}\,n(t') = -\lambda n(t')\,\mathrm{d}\,t' \Rightarrow \frac{\mathrm{d}\,n(t')}{n(t')} = -\lambda\,\mathrm{d}\,t'$$

Celková změna počtu jader a času během rozpadu je dána integrálem

$$\int_0^t \frac{\mathrm{d}\,n(t')}{n(t')} = \int_0^t -\lambda\,\mathrm{d}\,t'$$

$$\int_0^t \frac{\mathrm{d}\,n(t')}{n(t')} = \left[\ln n(t')\right]_0^t = \ln n(t) - \ln n(0) = \ln \frac{n(t)}{n_0}$$

$$\int_0^t -\lambda\,\mathrm{d}\,t' = \left[-\lambda t'\right]_0^t = -\lambda t$$

$$\ln \frac{n(t)}{n_0} = -\lambda t$$

Rozpadový zákon

Množství radioaktivních jader klesá exponenciálně s časem

$$\ln\frac{n(t)}{n_0} = -\lambda t \Rightarrow \underline{n(t) = n_0 \exp(-\lambda t)}$$

$$\boxed{\lambda = \frac{\ln 2}{T}}$$

Poločas rozpadu T

$$n(T) = \frac{n_0}{2} \qquad n(T) = n_0 \exp(-\lambda T)$$

$$\frac{n_0}{2} = n_0 \exp(-\lambda T) \Rightarrow \frac{1}{2} = \exp(-\lambda T) \Rightarrow \ln\frac{1}{2} = -\ln 2 = -\lambda T$$

$$\underline{n(t)} = n_0 \exp\left(-\frac{\ln 2}{T} t\right) = n_0 [\exp(\ln 2)]^{-\frac{t}{T}} = \underline{n_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}}$$

Aktivita látky

Aktivita látky udává počet přeměn za jednotku času (1 přeměna = úbytek 1 radioaktivního jádra)

$$\mathrm{d}n(t) = -\lambda n(t)\mathrm{d}t \Rightarrow \underline{A(t)} = -\frac{\mathrm{d}n(t)}{\mathrm{d}t} = \underline{\lambda n(t)}$$

Aktivita je přímo úměrná počtu radioaktivních jader a přeměnové konstantě

Aktivita klesá s časem stejně jako množství radioaktivního materiálu

$$A(t) = A_0 \exp(-\lambda t) = A_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}; \lambda = \frac{\ln 2}{T}$$

Jednotky aktivity

Bq (Becquerel)

1 Bq = 1 přeměna za 1 s

Ci (Curie)

1 Ci = $3{,}7.10^{10}$ Bq

Intenzita záření

Intenzita dopadajícího (prošlého) záření je dána jako počet částic dopadajících (prošlých) za 1s

- Nezohledňuje energii částic, pouze jejich počet
  - Jednotky stejné jako pro aktivitu (Bq, Ci)
  - Celková intenzita záření vycházejícího ze zářiče je rovna jeho aktivitě
- Pro posouzení účinků záření je nutné použít souvisejících jednotek zahrnujících jak energii, tak počet absorbovaných částic

Absorpční zákon

Vychází z předpokladu, že útlum (podíl pohlcených částic) na jednotku délky závisí pouze na materiálu absorbátoru a druhu záření

Zanedbává závislost útlumu na energii částice

Nepodstatné, pokud se částice pohltí během několika srážek (fotony, lehké nabité částice – pouze přibližně)

Nezanedbatelné, jestliže částice během absorpce výrazně mění energii – pohlcování těžkých částic

$$I(x) = I_0 \exp(-\mu x) = I_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{d}}$$

μ... lineární koeficient útlumu (absorpční koeficient)

d... polotloušťka (polovrstva)

$$d = \frac{\ln 2}{\mu}$$

$I(x)$...intenzita ve vzdálenosti x

Absorpční zákon - odvození

Označíme-li počátek absorpce x_0=0 a konečnou polohu x, musí pro všechny vzdálenosti x' =0..x platit:

$$\mathrm{d}\,I(x') = -\mu\, I(x')\,\mathrm{d}\,x' \Rightarrow \frac{\mathrm{d}\,I(x')}{I(x')} = -\mu\,\mathrm{d}\,x'$$

Celková změna intenzity a polohy během absorpce je dána integrálem

$$\int_0^x \frac{\mathrm{d}\,I(x')}{I(x')} = \int_0^x -\mu\,\mathrm{d}\,x'$$

$$\int_0^x \frac{\mathrm{d}\,I(x')}{I(x')} = \left[\ln I(x')\right]_0^x = \ln I(x) - \ln I(0) = \ln\frac{I(x)}{I_0}$$

$$\int_0^x -\mu\,\mathrm{d}\,x' = \left[-\mu\,\mathrm{d}\,x'\right]_0^x = -\mu x$$

$$\ln\frac{I(x)}{I_0} = -\mu x \Rightarrow I(x) = I_0 \exp(-\mu x)$$

Absorpční zákon – zdůvodnění nepřesnosti exp. závislosti

Vztah

$$\mathrm{d}\,I(x') = -\mu\, I(x')\,\mathrm{d}\,x'$$

je nepřesný, protože během absorpce se snižuje energie částice. Lineární absorpční koeficient závisí na energie částice

$$\Downarrow$$

Lineární absorpční koeficient se mění podél dráhy absorpce

Správně bychom měli uvažovat

nejpřesnější zápis

$$\mathrm{d}\,I(x') = -\mu(x')\,I(x')\,\mathrm{d}\,x' \;\Downarrow\; \mathrm{d}\,I(x') = -\mu(E(x'))\,I(x')\,\mathrm{d}\,x'$$

obecný (neexp.) tvar absorpčního zákona

Jednotky ionizujícího záření (IZ)

Absorbovaná dávka, gray, Gy, 1 Gy = 1 J/kg

- Střední množství energie odevzdané prostředí, vztažené na jednotkovou hmotnost
- Starší jednotka rad (radiation absorbed dose), 1 Gy = 100 rad

Kerma

- Obdoba absorbované dávky, ale uvažuje pouze energii předanou primárním zářením (zpravidla se používá pro fotony)

Dávkový ekvivalent, sievert (J/kg), 1 Sv = 100 rem

- Stejná jednotka jako absorbovaná dávka, ale uvažuje rozdílný biologický účinek různých druhů záření o stejné energii
- Absorbovaná dávka se násobí následujícími bezrozměrnými koeficienty
  - Gama záření, elektrony: 1
  - Neutrony, protony: 10
  - Částice alfa, částice s více než jedním nábojem: 20

Jednotky ionizujícího záření (IZ)

Dávková (kermová) rychlost, Gy/s = J/kg/s

- Absorbovaná dávka (kerma) vztažená na jednotkový čas
- Dána intenzitou (počet částic za 1 s) a energií dopadajícího záření

Expozice, C/kg

- Udává množství vzniklého náboje (stejně velkého kladného a záporného) vzniklé v 1 kg vzduchu vlivem rentgenového nebo γ záření
- Starší jednotka 1 R (rentgen) = $2{,}58.10^{-4}$ C/kg
- Množství vzniklého náboje je úměrné absorbované energii (1 R ≈ 1 rad)

Expoziční rychlost, C/kg/s

- Míra intenzity rentgenového nebo γ záření

Kosmické záření je proud energetických částic pocházejících z kosmu, pohybujících se vysokou rychlostí a dopadajících do zemské atmosféry.
Jedná se především o protony (85 až 90 procent) a jádra hélia (9 až 14 procent).
Zbytek tvoří elektrony, jádra jiných atomů a další elementární částice.