

# Několik poznámek k používání tabulkových procesorů ve výuce matematiky

Jiří Vaníček

## Úvod

Tento materiál se nezabývá tabulkovým procesorem (Microsoft Excel, OpenOffice Tabulka ...) jako takovým, cílem není seznámit uživatele s jeho obsluhou.

Cílem není procházet témata, ke kterým je tabulkový procesor „jako stvořen“, tzn. hromadné zpracování dat, statistické výpočty, ekonomické výpočty apod. Tyto výpočty se vyučují v předmětu výpočetní technika nebo informatika, bylo by zbytečné o tato témata rozšiřovat výuku matematiky (pokud se nejedná o odbornou střední školu).

Spíše se zaměříme na některá témata, která najdeme v běžné školní látce, a zastavíme se u některých úskalí, se kterými se začáteční nesetká a nematematick je přejde jako pro něho nepodstatná.

Uvedené úlohy platí pro Microsoft Excel i OpenOffice. Některé odlišnosti (např. v psaní vzorců nebo v nabídkách) jsou v textu zachyceny.

Vzorci vepisované do buněk jsou v textu formátovány fontem Courier. Adresy buněk, které jsou ve vzorcích psány modrým písmem, nejsou nijak pevně dané a podstatné pro výpočet úlohy.

## Grafy matematických funkcí

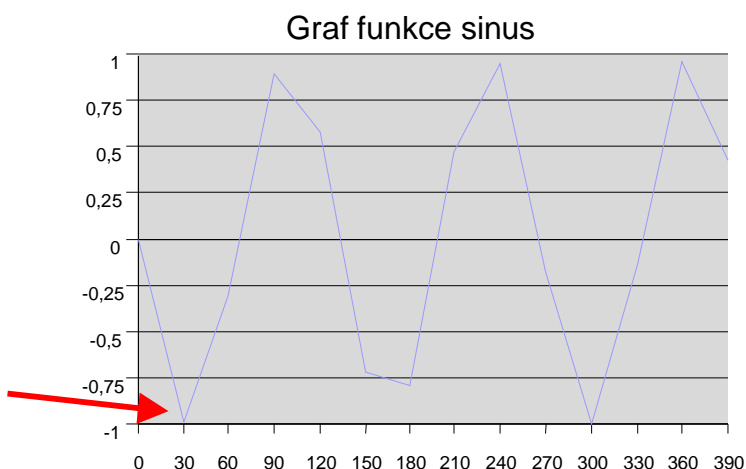
### Typické chyby při tvorbě grafu v tabulkovém procesoru

Úloha: sestrojte graf funkce  $y=\sin(x)$  s definičním oborem  $0^\circ - 400^\circ$

1. První graf se nepovedl (viz obr.) První potíží je, že tabulkový procesor počítá sinus úhlu měřeného v radiánech - je potřeba nejprve převést stupně na radiány.

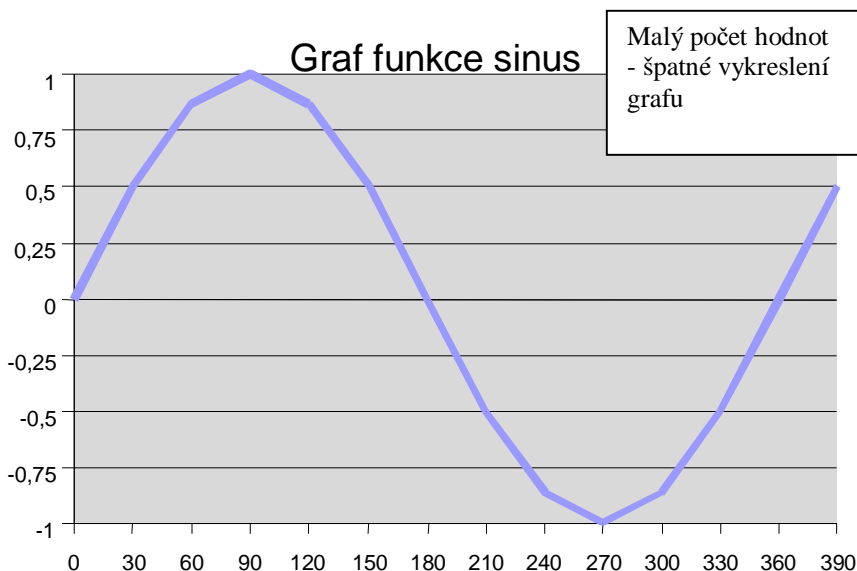
Vzorec  $=\text{SIN}(A2*\text{PI}()/180)$  je složitý zápisem a chybný vzorec  $=\text{SIN}(A2*3,14/180)$  vede k viditelně nepřesným výsledkům. Jestliže nám nejde o aplikaci převodu mezi radiány a úhlovými stupni, je možno použít funkci RADIANS, která převádí stupně na radiány. Vzorec v buňce pak bude  $=\text{SIN}(\text{RADIANS}(A2))$

Při uplatnění vzorce  
 $=\text{SIN}(A2)$   
je  $\sin(30)$  nikoliv sinus 30  
stupňů, ale 30 radiánů



2. Častou chybou žáků při vykreslování grafů je vynesení malého počtu bodů pro konstrukci grafu. Jde o přenesení stereotypu z rýsování grafů na papíře. Graf je hrbolatý, nebo, je-li body proložena křivka, je grafem jakási sinusoidě podobná čára. Takový graf potom podává zkreslenou představu o tom, jak vlastně sinusoida vypadá, je nepřijatelný.

x	sin(x)
0	0
30	0,5
60	0,87
90	1
120	0,87
150	0,5
180	0
210	-0,5
240	-0,87
270	-1
300	-0,87
330	-0,5
360	0
390	0,5



Nebojme se vytvořit tabulku s rostoucím argumentem třeba i po 1 stupni - program nezpomalíme a výsledek bude věrohodnější.

### 3. Nesrozumitelný graf

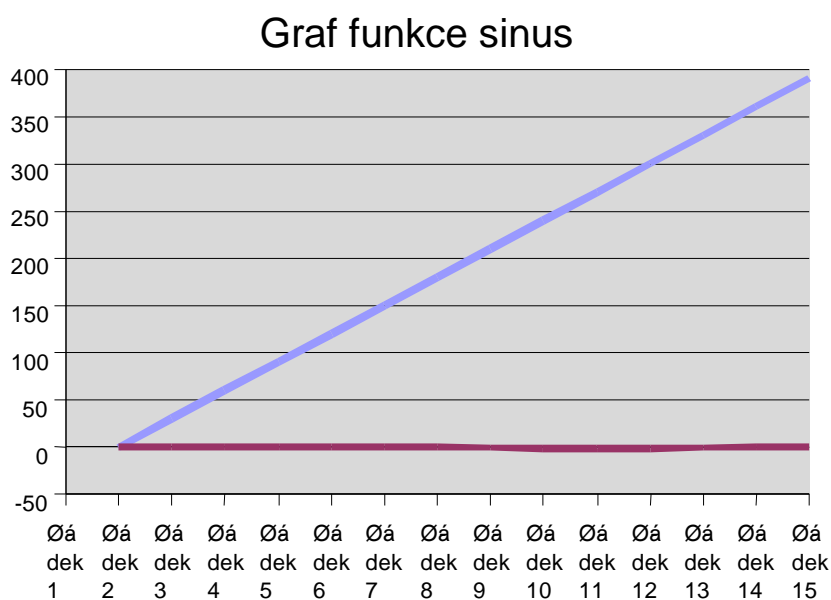
Také jste někdy dostali takovýto graf funkce?

Když se podíváte na obor hodnot funkce, je jasné, že modrá přímka není hledaným grafem

(sinus má obor hodnot  $\langle -1; 1 \rangle$ ).

Grafem funkce sinus je ona nenápadná hnědá čára kolem osy  $x$ .

Při vytváření grafu došlo k chybě, kdy uživatel zahrnul první sloupec tabulky jako další datovou řadu, a program udělal pro každý sloupec jeden graf (o tom svědčí i to, že popiskami na ose  $x$  nyní nejsou čísla z prvního sloupce čísel tabulky, ale čísla řádků).



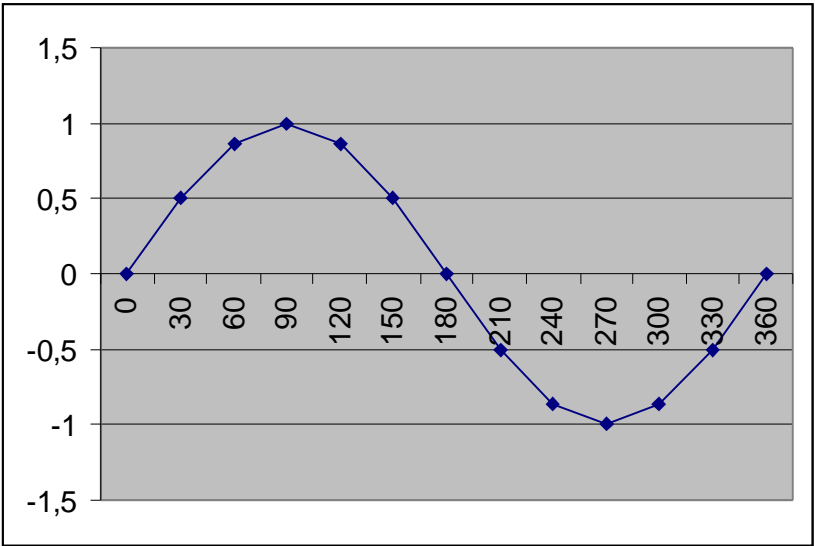
Odstranění chyby je znázorněno v nabídkách obou tabulkových procesorů - viz obr. na další stránce.

Excel:  
Zde není v poli Popisky osy x (kategorie) označena žádná oblast, sloupec A je označen jako Řada1 (jeho hodnoty jsou tak vykreslovány do grafu)

	A	B
1	X	Sin(x)
2	0	0
3	30	0,5
4	60	0,87
5	90	1
6	120	0,87
7	150	0,5
8	180	0
9	210	-0,5
10	240	-0,87
11	270	-1
12	300	-0,87
13	330	-0,5
14	360	0
15	390	0,5

OpenOffice:  
Zde není zaškrtnuto, že první sloupec obsahuje popisky pro osu x.

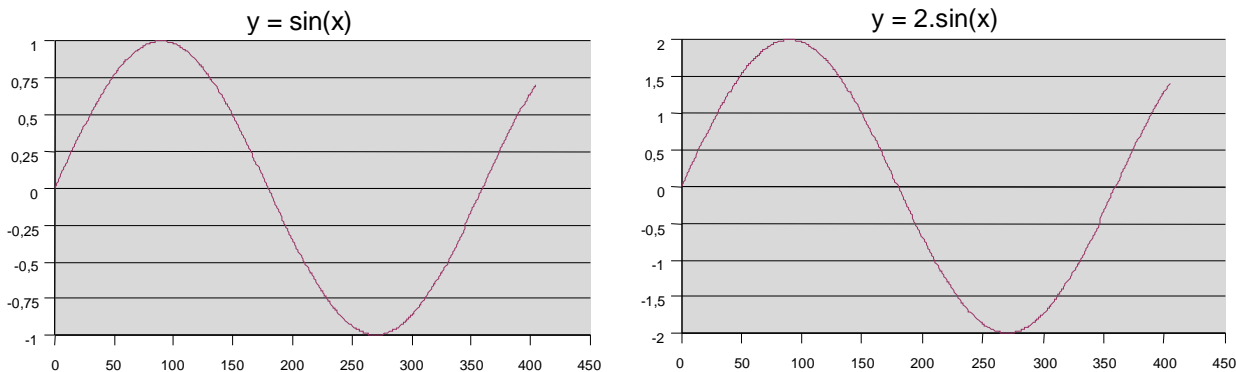
4. Graf je správný, ale neprochází počátkem. Je jakoby posunutý.  
  
To je způsobeno chybnou volbou typu grafu. Místo spojnicového je třeba zvolit XY bodový graf. Více o tomto typu grafu v dalším textu.



Úloha: Z grafu funkce  $y = \sin(x)$  vytvořte graf funkce  $y = 2 \sin(x)$

Máme vytvořen graf funkce  $y = \sin(x)$  a chceme pouhým přepsáním vzorce vytvořit graf funkce  $y = 2 \cdot \sin(x)$ , abychom mohli ihned vidět rozdíl v obou křivkách.

Obsah buněk druhého sloupce  $=\text{SIN}(\text{RADIANS}(A2))$  opravíme na  $=2*\text{SIN}(\text{RADIANS}(A2))$ . Graf se automaticky překreslí, jenže pro pozorovatele se téměř nic nezmění.



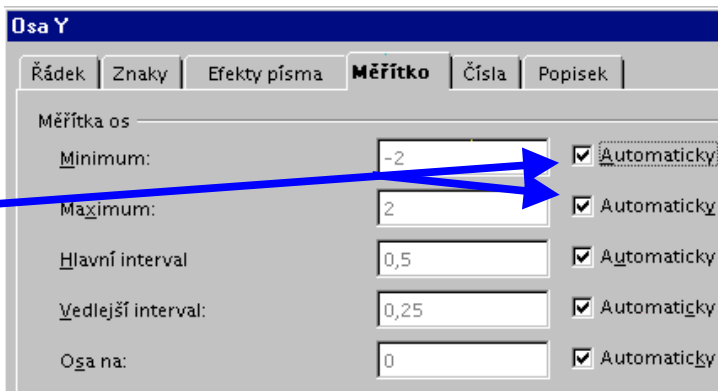
Je zřejmé, že pro nezkušeného pozorovatele, který buď neodhalí rozdíl v měřítku na ose y nebo nedocení jeho význam, připadají oba grafy stejné. To je ovšem z pedagogického hlediska nechtěná situace.

Podstatou chyby je automatické zobrazování oblasti grafu programem (tak, aby se vždy celý graf „vešel“ do obrázku). Toto automatické nastavování je potřeba vypnout.

OpenOffice:

Při úpravách grafu klepněte pravým tlačítkem myši do grafu, v místní nabídce vyberte *Osy/Osa Y*.

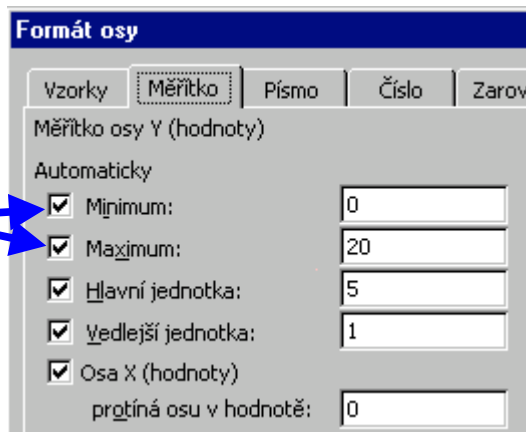
V otevřeném okně v kartě *Měřítka* vypněte zaškrtnutí *Automaticky* u položek *minimum* a *maximum*. Je možné nastavit vlastní hodnoty hranic vykreslované části osy y.



Excel:

Při editaci grafu klepněte pravým tlačítkem myši na osu y. V místní nabídce vyberte *Formát osy*.

V otevřeném okně v kartě *Měřítka* vypněte zaškrtnutí *Automaticky* u položek *minimum* a *maximum*. Je možné nastavit vlastní hodnoty hranic vykreslované části osy y.



### TIP:

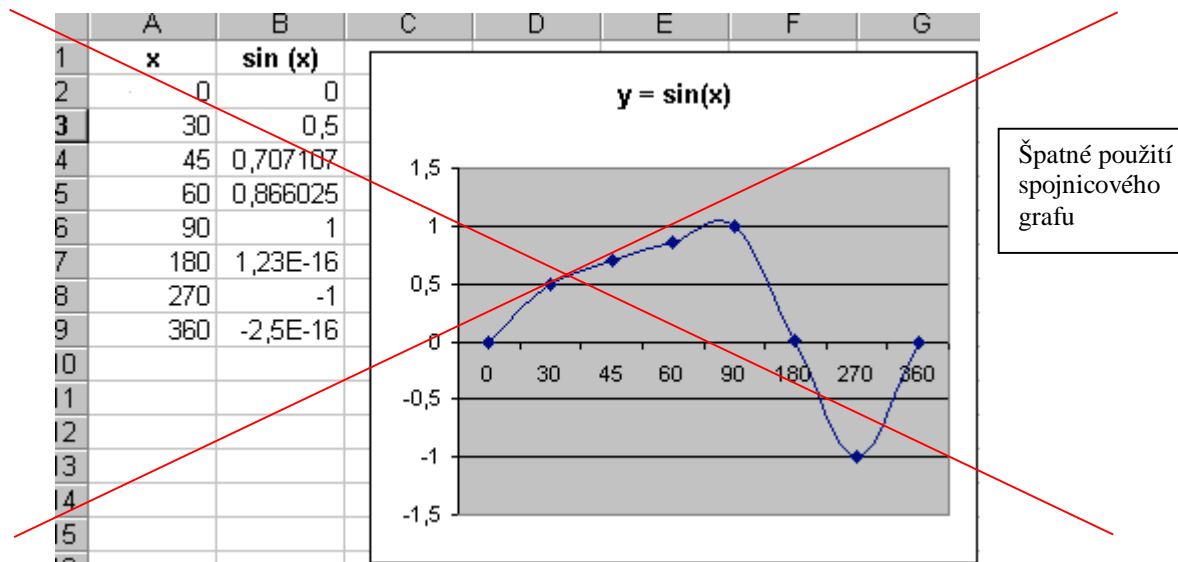
Možnosti ručně ovládat hranice zobrazované oblasti grafu můžete využít v následujícím „pokusů“: vytvořte graf funkce  $y = a \cdot \sin(x)$ .

Do některé buňky vložte číslo (např. do buňky C1 vložte číslo 2). Opravte vzorec v buňkách druhého sloupce  $=2*\text{SIN}(\text{RADIANS}(A2))$  na  $=C1*\text{SIN}(\text{RADIANS}(A2))$ . Vypněte automatické maximum a minimum na ose y grafu. Měňte čísla v buňce C1 a pozorujte, jak se mění tvar grafu funkce.

Tento postup lze uplatnit u jakékoliv funkce s parametrem.

### Typ grafu „bodový XY“

Pro vykreslování grafů matematických funkcí se hojně používá spojnicový graf, což je ale zásadní chyba. Kromě již zmíněné nepřesnosti, kdy body grafu jsou jakoby posunuty oproti hodnotám na osách (viz obr. na straně 3), může dojít k horší situaci (obr.).

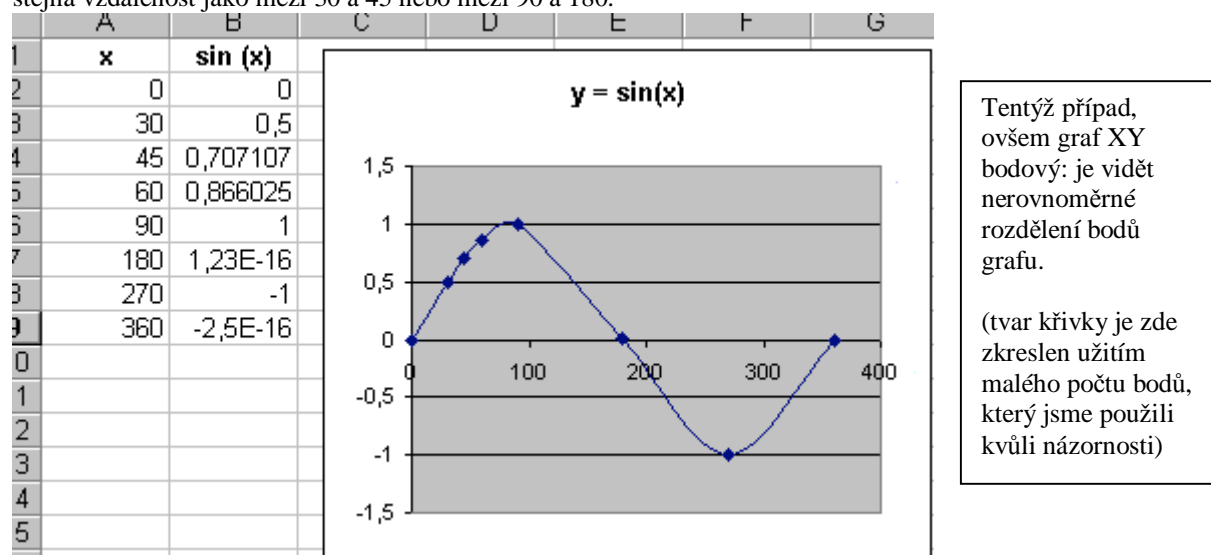


Špatné použití spojnicového grafu

Na tomto obrázku je použit spojnicový graf. Protože hodnoty ve sloupci A nerostou lineárně, ale jsou mezi nimi různě velké intervaly, spojnicový graf se celý pokríví.

Je to dáno tím, že spojnicový graf vynáší hodnoty pouze na osu y. Ve vodorovném směru není žádná osa, osa x slouží pouze k zobrazování položek jednotlivých řádků. Jinými slovy, každá položka na ose x je nanesena vždy ve stejné vzdálenosti, nezávisle na čísle, které je v příslušné buňce napsáno.

V našem příkladě tedy čísla ve sloupci A slouží v grafu pouze jako popisky osy x. Je vidět, že mezi 0 a 30 je stejná vzdálenost jako mezi 30 a 45 nebo mezi 90 a 180.



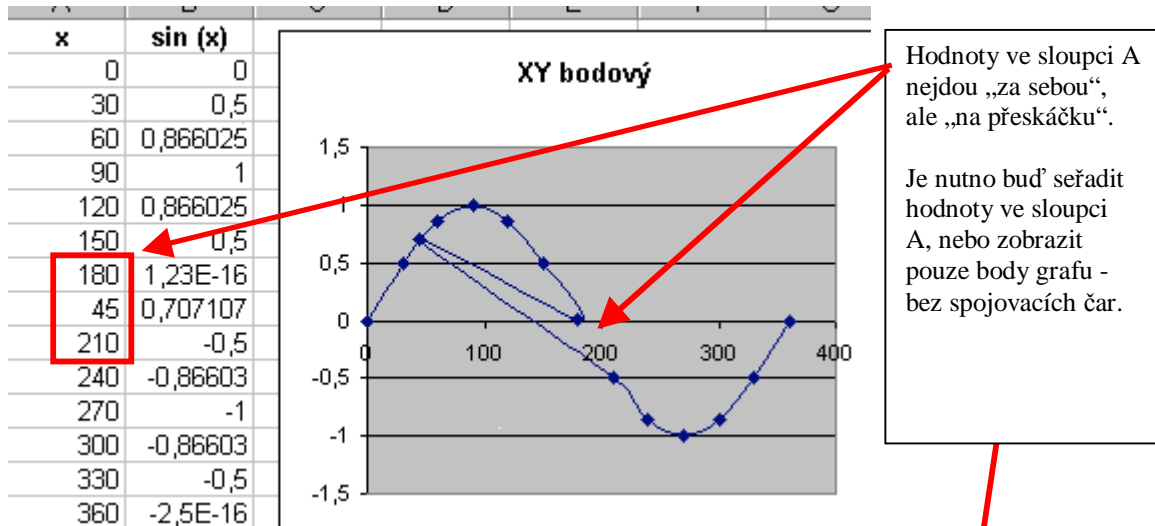
Tentýž případ, ovšem graf XY bodový: je vidět nerovnoměrné rozdělení bodů grafu.  
  
(tvar křivky je zde zkreslen užitím malého počtu bodů, který jsme použili kvůli názornosti)

Spojnicový graf vynáší hodnoty pouze na osu y. Graf „XY bodový“ vynáší hodnoty na obě osy, dva údaje v jednom řádku naší úlohy pak slouží jako souřadnice bodu grafu. Graf XY bodový je tedy ten typ grafu, který používáme v matematice k vykreslování grafů funkcí. Graf spojnicový se používá k vizualizaci při statistických výpočtech apod.

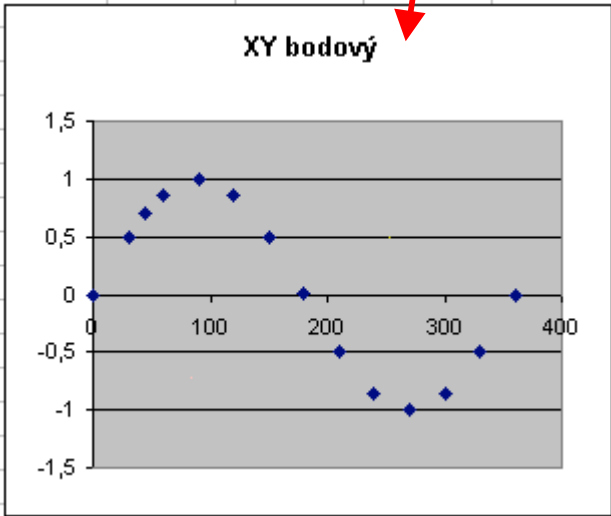
Při tvorbě „XY bodového“ grafu je třeba zvlášť zkontrolovat, které hodnoty z tabulky mají sloužit jako popisky os a které mají být vyneseny do grafu. Oproti spojnicovému grafu zde přibývá jeden řádek nebo sloupec hodnot.

### Spojování čar v XY bodovém grafu

Jedno úskalí skýtá použití XY bodového grafu, a to tehdy, když vybereme graf spojující nanesené hodnoty: pokud hodnoty ve sloupci A (nanášené na osu x) nerostou, mohlo by se stát, že se graf začne „vracet“ (viz obrázek)



Tentýž graf bez spojovacích čar



#### TIP:

použijte XY bodový graf pro vykreslení výsledku nějakého hromadného měření fyzikální nebo biologické podstaty:

Např. Jak souvisí výška člověka s váhou, jak souvisí výška člověka s rozpětím rukou při rozpažení, jak souvisí hmotnost člověka s jeho časem při běhu na 60 m.

Změřené hodnoty pro všechny děti třídy se zapíše do tabulky a vynesou do bodového grafu (bez spojování hodnot čarou).

Z grafu lze zjistit souvislost obou veličin proložení spojnice trendu (a případně zobrazením hodnoty spolehlivosti  $R^2$ ).



# Procenta aneb použití formátu buňky

## Procenta jako formát buňky

Procenta představují zvláštní kapitolu při výuce tabulkových procesorů: neexistuje žádná funkce pro výpočet procent. Žáci hodnotí procenta vesměs jako velmi obtížnou látku, protože musí používat vzorce, které se naučili při matematice a kterým nepříliš rozumí.

Triviální příklad:

Ve třídě je 29 žáků, z toho 16 dívek. Kolik procent je dívek.


V obrázku vpravo je typické žákovské řešení s použitím vzorce

$$\text{počet} \_ \text{procent} = \frac{\text{část}}{\text{základ}} \cdot 100$$

	A	B
1		
2	Počet dívek	16
3	Počet žáků celkem	29
4	Kolik % žáků jsou dívky?	=B2/B3*100

Tento vzorec je složitý uplatněním násobení stem (žákům není jasné, ve které variantě vzorce se násobí, kdy se dělí, a musí si vzorec pamatovat nazpaměť).

Používání těchto vzorců při výpočtech nevede k pochopení pojmu procento.

Tabulkový procesor používá k zobrazení čísel v buňce datové formáty, mezi nimi „styl procent“, který lze vyvolat tlačítkem na panelu nástrojů  (nebo v nabídce *Formát/Buňky*, karta *Číslo*).

## Seznámení se stylem procent

Nechejte žáky napsat libovolné číslo a poté stisknout tlačítko procent. Vysvětlíte, že obě hodnoty představují totéž číslo jinak zapsané.

5	0,02	0,4	10	0,001
500%	2%	40%	1000%	0%

Žáci zjistí, že např. číslo 5 znamená 500%, že procenta jsou vlastně pouze jinak zapsaná běžná čísla, se kterými již umějí počítat.

V každém sloupci je zapsáno stejné číslo v obou řádcích. Druhý řádek je zformátován do stylu procent.

## Počítáme se stylem procent

Učiteli se v tabulkovém procesoru nabízí výborná možnost ukázat souvislost mezi procenty a výpočty částí celku. Použitím formátu buňky zvaném „procenta“ lze převést „úlohu na procenta“ na obyčejnou úlohu s násobením a dělením čísel.

Porovnejme dvě velmi podobné úlohy:

Zadání:

Ve třídě je 29 žáků, z toho 16 dívek. . Jaká část třídy jsou dívky?

Vzorec (podle obrázku nahoře)

= B2/B3

- lze vymyslet uvažováním.

Výsledek vyjde v číslech.

Excel: 0,5517241379

OpenOffice: 0,55

Je vidět, že interpretace výsledku u této úlohy by byla obtížná, ale návod na její řešení, především na vymyšlení vzorce, je totožný s vedlejší úlohou na procenta.


Zadání:

Ve třídě je 29 žáků, z toho 16 dívek. Kolik procent ze třídy je dívek?

Vzorec (podle obrázku nahoře)

= B2/B3

- lze též vymyslet uvažováním.

Po vypočítání stisknete tlačítko .

Výsledek vyjde v procentech.

Excel:55 %


OpenOffice: 55,17%

Podobně lze počítat i úlohy na výpočet procentové části nebo základu, pouze počet procent je potřeba převést do stylu procent (obr. vpravo).

Vhodný postup k napsání počtu procent je nejprve označit příslušnou buňku tlačítkem pro styl procent, teprve pak psát do buňky číslo.

B3		=	=B1*B2
	A		B
1	Procent dívek		60%
2	Počet žáků celkem		30
3	Počet dívek		18,00

Nezávislost formátu buňky na jejím obsahu

**POZOR!** Formát buňky zůstává, i když smažete její obsah a buňka bude prázdná. Při opětovném psaní do buňky opatřené formátem procent se rovnou píšou procenta. Pro nastavení formátu čísla vyberte Styl čárky - tlačítko  na panelu nástrojů (nebo v nabídce *Formát/Buňky*, karta *Číslo*).

### **Nepatrně složitější úlohy na procenta**

Tam, kde jsme zvyklí při výpočtech procent odečítat nebo přičítat číslo 100, musíme být při používání formátu buněk obezřetní. Často se ve vzorci místo 100 píše 1 (místo 100% nastupuje 1 celek).

Příklad:

Ve třídě je 29 žáků, z toho 16 dívek. O kolik procent je více dívek než chlapců?

Buňka B1: počet dívek, B2: celkem žáků.

Vzorec pro počítání bez stylu procent:

$$=B1/(B2-B1)*100-100$$

Se stylem procent:

$$=B1/(B2-B1)-1 \text{ a označit buňku stylem procent.}$$

Jeden zákeřnější příklad

Zadání:

Sendvičovač stojí v obchodě 1539 Kč. Kolik činí daň z přidané hodnoty (ve výši 19%) z tohoto výrobku?

Zákeřností této úlohy je fakt, že prodávaný výrobek již má DPH zahrnutou ve výsledné ceně. Nepočítáme tedy část, ale základ.

	A	B
1	Cena přehrávače	1 539,00 Kč
2	Sazba DPH	19%
3	Daň z tohoto výrobku	=B1/(1-B2)*B2



## Použití náhodných čísel pro výpočty

Pro některé výpočty z počtu pravděpodobnosti nebo pro potřeby simulace některých jevů je potřeba vytvořit tabulku náhodných čísel.

Vzorce v této kapitole jsou psány pro Excel. Protože OpenOffice používá anglické termíny, jsou vzorce pro OpenOffice shrnuty v závěru kapitoly.

### **Příklad: hod hrací kostkou**

Zadání: Vytvořte tabulku pro 100 hodů hrací kostkou se šesti stěnami. Tato tabulka bude dále zpracovávána ve výpočtech.

Potřebujeme interval  $(1;6)$

Tabulkové procesory nabízejí funkci `=NÁHČÍSLO()`, která generuje do buňky čísla z intervalu  $(0;1)$ . Funkce nemá parametry, nelze napsat např. `=NÁHČÍSLO(1;6)`. K tomu, abychom dostali náhodné číslo z intervalu  $(1;6)$ , musíme výsledek dále upravit. To činí studentům potíže, protože nepracují s konkrétním číslem, ale s intervalem.

Pomocná úloha zní:

1. Jaká lineární funkce má definiční obor  $(0;1)$  a obor hodnot  $(1;6)$ ?
2. Čím musíme vynásobit, vydělit nebo které číslo přičíst k číslu z intervalu  $(0;1)$ , aby výsledek patřil do intervalu  $(1;6)$ ?

Správné řešení úloh (funkce  $y=5x+1$  nebo „vynásobíme pěti a přičteme číslo 1“) se do vzorce promítne takto:  
`=5*NÁHČÍSLO()+1`

Zkouška správnosti: je možno místo funkce `NÁHČÍSLO()` dosadit do vzorce dolní a pak horní mez intervalu a zkontrolovat tak řešení úlohy.

Potřebujeme celá čísla

Vzorec `=5*NÁHČÍSLO()+1`, ke kterému jsme dospěli, dává náhodná racionální čísla v intervalu  $(1;6)$ , my ale potřebujeme náhodně vybraná čísla  $\{1;2;3;4;5;6\}$ . Budeme zaokrouhlovat.

Funkce ZAOKROUHLIT

Pokud použijeme standardní zaokrouhlovací funkci `ZAOKROUHLIT`, čísla menší než 0,5 se zaokrouhlí na nulu, na pětku se zaokrouhlí čísla z intervalu  $(4,5;5,5)$ , zatímco na šestku  $(5,5;6)$ , tedy šestek bude zhruba dvakrát méně než ostatních čísel.

Řešením při použití této funkce je přičíst ke všem číslům 0,5. Vzorec pak bude vypadat:

`=ZAOKROUHLIT(5*NÁHČÍSLO()+1,5;0)`

- nula za středníkem znamená zaokrouhlení na 0 desetinných míst.

Jinou možností je použití funkce `ZAOKR.NAHORU`, která zaokrouhlí na celé násobky daného čísla

`=ZAOKR.NAHORU(5*NÁHČÍSLO()+1;1)`

- jednička za středníkem je parametr zaokrouhlení; funkce zaokrouhlí na násobky čísla 1, tedy na celá čísla)

Další možností je použití funkce `ROUNDUP` zaokrouhlující na nejbližší celé číslo směrem nahoru.

Možností je více, ovšem každá z nich využívá vyspělé nástroje programu, místo toho aby pěstovala chápání matematických pojmů a vztahů. Z tohoto pohledu se používání funkce `ZAOKROUHLIT`, která zaokrouhluje standardním způsobem, metodicky nevhodnější.

## Přepočítávání

Máme-li vzorec napsán v jedné buňce, použijeme kopírování vzorců roztahováním, abychom nakopírovali vzorec do dalších 99 buněk (a máme simulovaných 100 hodů kostkou).

Zdá se, že je úkol splněn.

Tabulkový procesor má tu základní vlastnost, že při změně jakékoliv buňky přepočítává všechny vzorce, tzn. dosazuje do buněk nová náhodná čísla.

**Vyzkoušejte:** Kdekoliv v tabulce přepište (i zcela prázdnou buňku) - náhodná čísla se znovu promíchají.

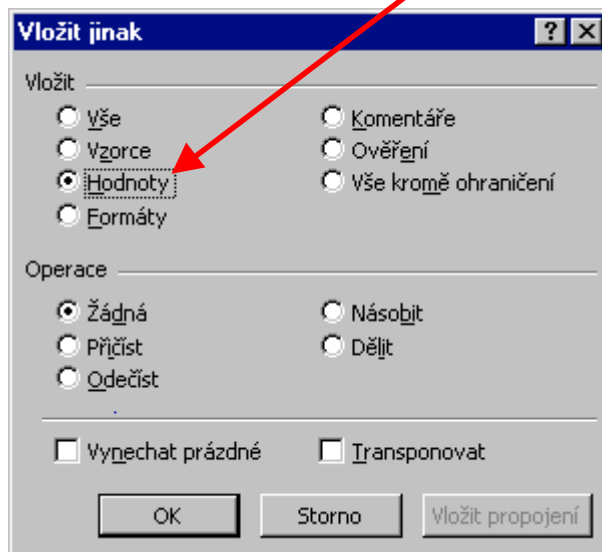
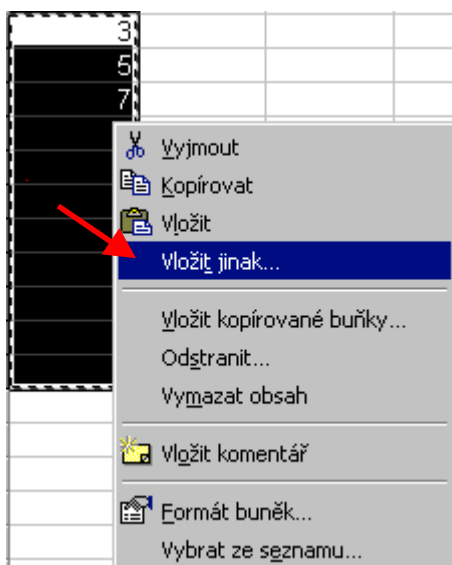
Tato vlastnost je velmi výhodná, chceme-li simulovat mohanásobné opakované pokusy. Slouží k tomu klávesa **F9**, jejíž stisknutí přepočítá obsah všech buněk.

Pokud však potřebujeme náhodná čísla, která se nám dále nebudou měnit, takto upravený list nestačí.

Potřebujeme změnit vzorec na čísla. Toho docílíme následujícím postupem:

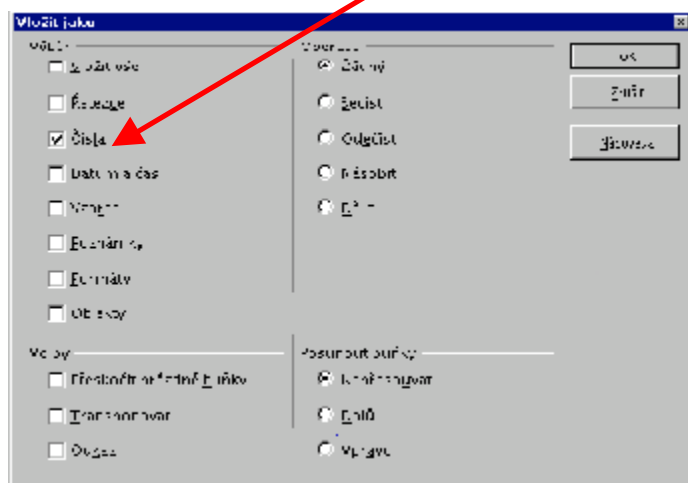
### Excel:

1. Označíme oblast buněk s náhodnými čísly.
2. Zkopírujeme oblast (*Úpravy / Kopírovat*)
3. V nabídce *Úpravy* vybereme *Vložit jinak*, otevře se příslušné okno. V okně zaškrtneme volbu *Hodnoty* (místo vzorců se vloží pouze čísla)

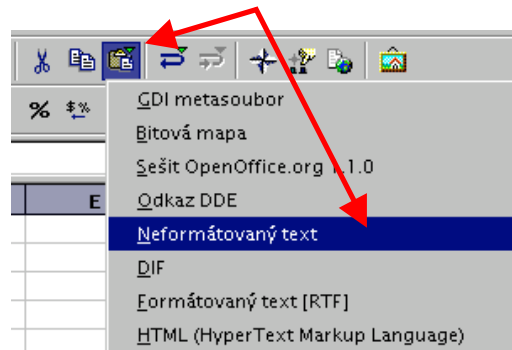


### OpenOffice:

1. Označíme oblast buněk s náhodnými čísly.
2. Zkopírujeme oblast (*Úpravy / Kopírovat*)
3. V nabídce *Úpravy* vybereme *Vložit jako*, otevře se příslušné okno. V okně zaškrtneme pouze volbu *Číslo* (místo vzorců se vloží pouze čísla).



3. Je možné také použít panel nástrojů: podržet ikonu *Vložit* a v rozbaleném menu vybrat *Neformátovaný text*.



## Vzorce pro Excel a OpenOffice

Protože funkce pro OpenOffice nejsou přeloženy do češtiny, používají se jejich anglické ekvivalenty:

### Excel

=NÁHČÍSLO()

=ZAOKROUHLIT()

=ZAOKROUHLIT(5\*NÁHČÍSLO()+1,5;0)

### OpenOffice

=RAND()

=ROUND()

=ROUND(5\*RAND()+1,5;0)

OpenOffice disponuje funkcí, jejímž výstupem je celé číslo mezi dvěma danými mezemi:

=RANDBETWEEN(1;6) dá celé číslo v intervalu  $\langle 1;6 \rangle$ .