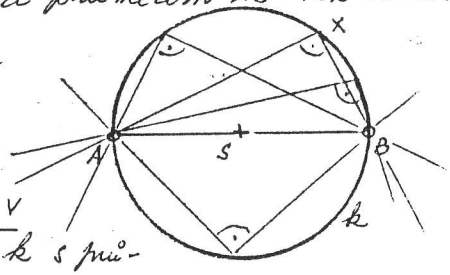
THALETOVA KRUŽNICE

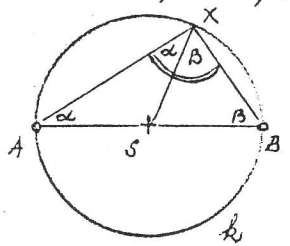
Nechť jsou dány dva body $A \neq B$. Pak množinou všech bodů X v rovině, které mají tu vlastnost, že $|\sphericalangle AXB| = 90°$ je kružnice, sestrojená nad průměrem AB bez bodů A, B.

$$M = \{X \in \varrho;\ |\sphericalangle AXB| = 90°\}$$



Důkaz: a) $X \in M \Rightarrow X$ má vlastnost V

Jestliže bod X náleží kružnici k s průměrem AB, $X \neq A$, $X \neq B$, pak $|\sphericalangle AXB| = 90°$.



$X \in k$, $X \neq A$, $X \neq B$

Sestrojíme úsečku SX a $\triangle ASX$, $\triangle BSX$.

Tyto trojúhelníky jsou rovnoramenné; úhly přilehlající k základnám těchto trojúhelníků označíme α, β.

V $\triangle AXB$ platí:

$|\sphericalangle BAX| + |\sphericalangle AXB| + |\sphericalangle ABX| = 180°$

$\alpha + (\alpha+\beta) + \beta = 180°$

$2(\alpha+\beta) = 180°$

$\alpha+\beta = 90°$

$|\sphericalangle AXB| = \alpha+\beta = 90°$

b) Máme dokázat:

X má vlastnost V $\Rightarrow X \in M$

Důkaz provedeme nepřímo, tj. místo dané věty dokážeme větu obměněnou:

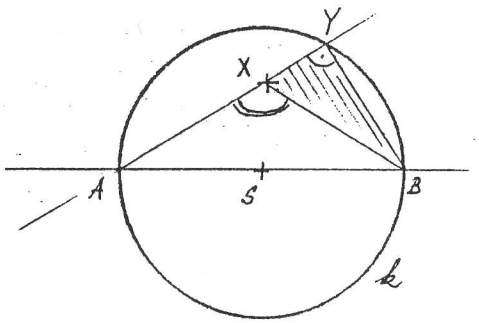
$X \notin M \Rightarrow X$ nemá vlastnost V

p	q	$p \Rightarrow q$	$\neg q$	$\neg p$	$\neg q \Rightarrow \neg p$
1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1

Princip nepřímého důkazu

Dokážeme tedy, že jestliže bod $X \notin M$, pak $|\sphericalangle AXB| \neq 90°$.

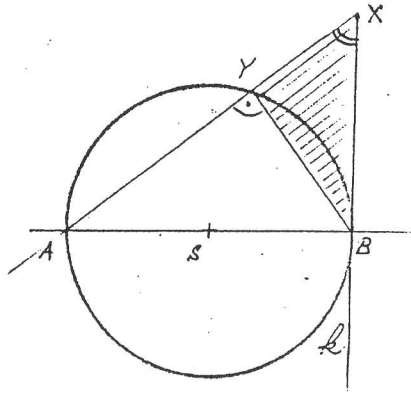
Bod $X \notin M$ — X náleží vnitřní oblasti určené kružnicí k, $X \notin \leftrightarrow AB$
— X náleží vnější oblasti určené kružnicí k, $X \notin \leftrightarrow AB$
— $X \in \leftrightarrow AB$



Bod X náleží vnitřní oblasti určené kružnicí k, $X \notin \leftrightarrow AB$. Sestrojíme bod $Y \in k \cap \leftrightarrow AX$. Pak $\sphericalangle AXB$ je vnější úhel trojúhelníku XYB a proto je větší než vnitřní úhel při vrcholu Y.

Platí tedy $\sphericalangle AXB > \sphericalangle AYB$,

$|\sphericalangle AXB| > 90°$



Bod X náleží vnější oblasti určené kružnicí k, $X \notin \leftrightarrow AB$. Označíme $Y \in AX \cap k$. Pak $\sphericalangle AYB$ je vnější úhel trojúhelníku XYB při vrcholu Y a je tedy větší než vnitřní úhel YXB tohoto trojúhelníku. Platí tedy: $\sphericalangle AYB > \sphericalangle AXB$

$|\sphericalangle AXB| < 90°$

Je zřejmé, že pro každý bod X přímky AB platí, že $|\sphericalangle AXB| \neq 90°$.