

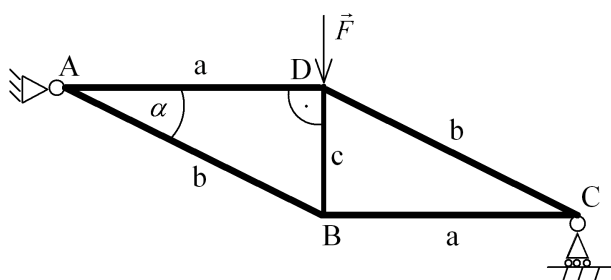
Statické řešení zadané rovinné prutové soustavy

analyticky - aplikace styčnickové metody

Zpracovala: **Ing. Miroslava Tringelová**

Určení sil v prutech prutové soustavy - analyticky

U příkladu viz obr. (1) analyticky určete síly v jednotlivých prutech. Rozhodněte, zda je prut namáhán na tah, tlak.

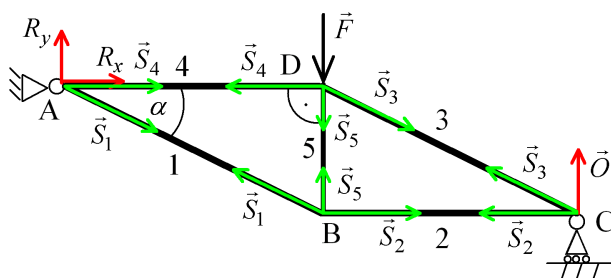


Obrázek 1. Prutová soustava zatížená ve styčnicku D silou \vec{F} .

Dáno: $a = 1m$, $\alpha = 30^\circ$, $F = 10kN$

Prutová soustava je vázána k rámu rotační vazbou v bodě A a obecnou vazbou v bodě C.

- 1) Pruty očíslovujeme čísla od 1 do n ve směru kladném, tj. proti hodinovým ručičkám. Začneme pruty vnějšími a pokračujeme pruty vnitřními. (n určuje počet prutů prutové soustavy.)
- 2) U styčníků, které jsou vázány k rámu, vhodně zakreslíme vnější sekundární síly, tj. sílu $\vec{R} = (R_x, R_y)$ rotační vazby v bodě A a sílu \vec{O} obecné vazby v bodě C.
- 3) Síly v prutech označíme \vec{S}_i , kde i je číslo prutu. Síly v prutech jsou *vnitřní* síly. Nositelkami sil jsou jednotlivé pruty. Orientaci vnitřních sil zatím neznáme. Vnitřní síly budeme orientovat shodně, a to ve smyslu tahového zatížení prutu, tj. od styčnicku.
- 4) Pro každý styčník sestavím 2 silové (složkové) podmínky rovnováhy. Lokální souřadnicový systém volíme libovolně pro každý styčník.



Obrázek 2. Prutová soustava zatížená ve styčnicku D silou \vec{F} .

Silové (složkové) podmínky rovnováhy sestavíme vzhledem k libovolně zvolené orientaci kartézského systému souřadnic

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0, \quad + \uparrow \sum F_y = 0. \quad (1)$$

Silové (složkové) podmínky rovnováhy budeme psát postupně pro styčníky ve smyslu kladném (tj. proti hodinovým ručičkám).

Styčník A

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0, \quad R_x + S_4 + S_1 \cos(\alpha) = 0, \quad (2)$$

$$+ \uparrow \sum F_y = 0, \quad R_y - S_1 \sin(\alpha) = 0. \quad (3)$$

Styčník B

$$\overset{+}{\leftarrow} \sum F_x = 0, \quad S_1 \cos(\alpha) - S_2 = 0, \quad (4)$$

$$+ \uparrow \sum F_y = 0, \quad S_5 + S_1 \sin(\alpha) = 0. \quad (5)$$

Styčník C

$$\overset{+}{\leftarrow} \sum F_x = 0, \quad S_3 \cos(\alpha) + S_2 = 0, \quad (6)$$

$$+ \uparrow \sum F_y = 0, \quad O + S_3 \sin(\alpha) = 0. \quad (7)$$

Styčník D

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0, \quad -S_4 + S_3 \cos(\alpha) = 0, \quad (8)$$

$$+ \uparrow \sum F_y = 0, \quad -S_5 - F - S_3 \sin(\alpha) = 0. \quad (9)$$

Výpočet začneme rovnicí (9), protože známe vektor (velikost a směr) síly \vec{F} . Nejprve vyjádříme velikost síly \vec{S}_5 z rovnice (5) a velikost síly \vec{S}_3 z rovnic (6) a (4)

$$ad (6) \quad a \quad (4) \quad S_3 = -S_1, \quad (10)$$

$$ad (5) \quad S_5 = -S_1 \sin(\alpha). \quad (11)$$

Vztah (10) a (11) dosadíme do rovnice (9) a vypočteme velikost síly \vec{S}_1 .

$$-S_5 - F - S_3 \sin(\alpha) = 0$$

$$S_1 \sin(\alpha) - F + S_1 \sin(\alpha) = 0 \quad (12)$$

$$2 \cdot S_1 \sin(\alpha) = F \quad (13)$$

$$S_1 = \frac{F}{2 \cdot \sin(\alpha)} \quad (14)$$

$$S_1 = \frac{10}{2 \cdot \frac{1}{2}} \quad (15)$$

$$S_1 = 10 \text{ kN}. \quad (16)$$

Ostatní síly určíme postupně z jednotlivých silových podmínek rovnováhy, viz následující výpočty, řešením soustavy n rovnic o n neznámých. Skutečnou orientaci sil vnitřních (\vec{S}_i) a vnějších sekundárních (\vec{R}, \vec{O}) určíme podle znaménka. Vyjde-li síla se znaménkem kladným, je orientována shodně s obr. (2). Vyjde-li síla se znaménkem záporným, je orientována opačně vzhledem k obr. (2). V případě vnitřních sil (sil v prutech), kladné znaménko znamená namáhání prutu na tah, zatímco záporné znaménko znamená namáhání prutu na tlak.

$$ad \quad (11) \quad S_5 = -S_1 \sin(\alpha) = -5 \text{ kN}, \quad (17)$$

$$ad \quad (10) \quad S_3 = -S_1 = -10 \text{ kN}, \quad (18)$$

$$ad \quad (8) \quad S_4 = S_3 \cos(\alpha) \doteq -8,7 \text{ kN}, \quad (19)$$

$$ad \quad (7) \quad O = -S_3 \sin(\alpha) = 5 \text{ kN}, \quad (20)$$

$$ad \quad (4) \quad S_2 = S_1 \cos(\alpha) \doteq 8,7 \text{ kN}, \quad (21)$$

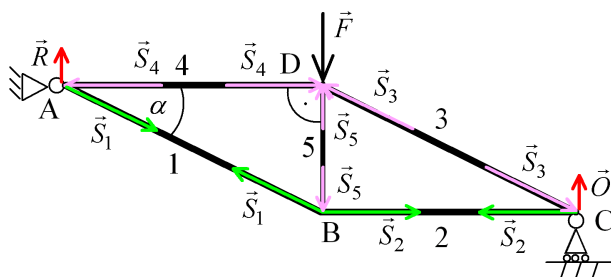
$$ad \quad (3) \quad R_y = S_1 \sin(\alpha) = 5 \text{ kN}, \quad (22)$$

$$ad \quad (2) \quad R_x = -S_4 - S_1 \cos(\alpha) = 0 \text{ kN}. \quad (23)$$

Pruty (1, 2) jsou namáhány na tah, orientace sil \vec{S}_1 a \vec{S}_2 je shodná s orientací zakreslenou v obr. (2). Pruty (3, 4, 5) jsou namáhány na tlak, orientace sil \vec{S}_3 , \vec{S}_4 a \vec{S}_5 bude opačná k orientaci zakreslené v obr. (2). Orientace vektoru síly obecné vazby je shodná s obr. (2). Vektor síly rotační vazby určíme

$$|\vec{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 5 \text{ kN}, \quad (24)$$

$$\gamma_{\vec{R}} = \arctan\left(\frac{R_y}{R_x}\right) = 90^\circ. \quad (25)$$



Obrázek 3. Změna orientace vektorů sil v prutech vzhledem k předpokladu jejich orientace v obr. (2).