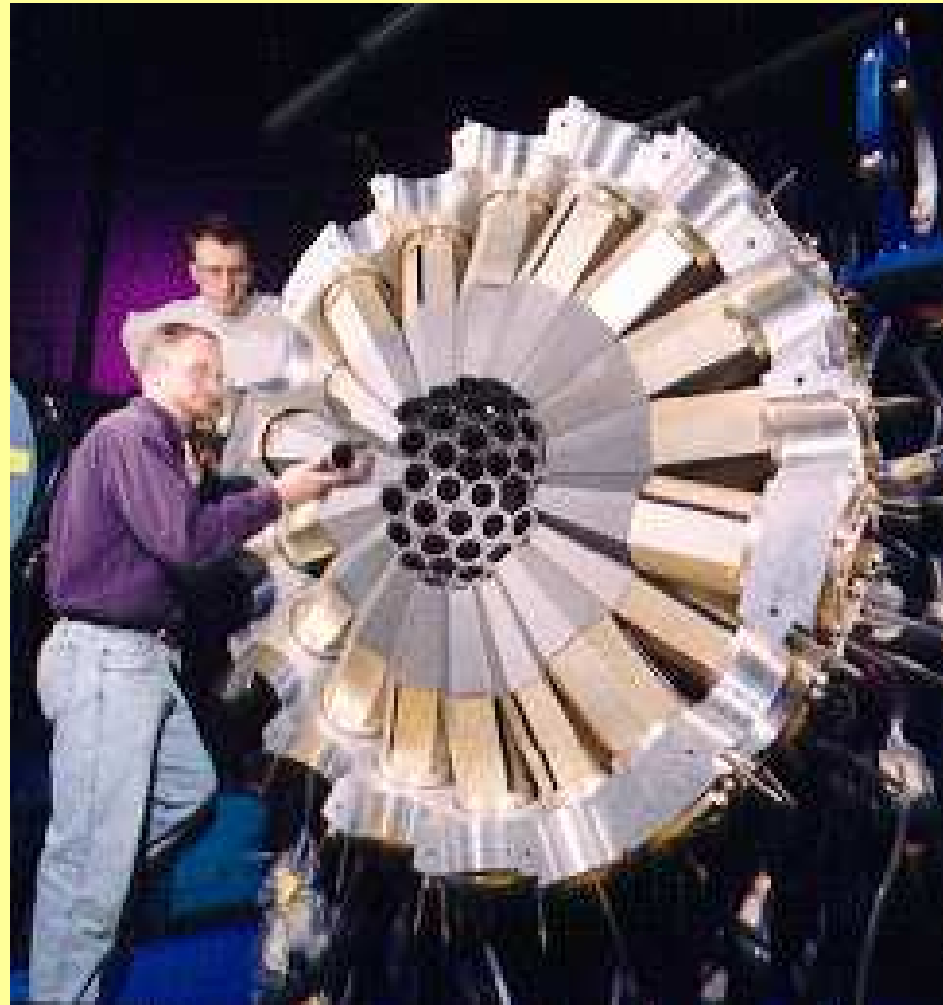


# Radioaktivní přeměna jader

- 1) Úvod
- 2) Rozpadový zákon
- 3) Rozpad alfa
- 4) Rozpad beta
- 5) Rozpad gama
- 6) Štěpení
- 7) Rozpadové řady
- 8) Exotické formy rozpadu



Detektorový systém **GAMASPHERE** pro studium záření  
z rozpadu gama

# Úvod

Pozorována přeměna jader spojená s vyzařováním záření - **radioaktivita**. Objev radioaktivity učinil H. Becquerel (1896).

Tři základní druhy radioaktivity a rozpadů jader:

- 1) Rozpad alfa
- 2) Rozpad beta
- 3) Rozpad gama

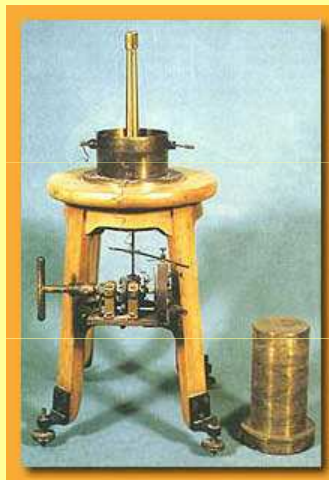
k nim přistupuje štěpení jader (samovolné a indukované) a další, exotičtější druhy rozpadu

Při rozpadu dochází k přeměně jednoho jádra na druhé (u rozpadu gama se nemění – zmenší se pouze energie vzbuzeného (excitovaného) jádra.

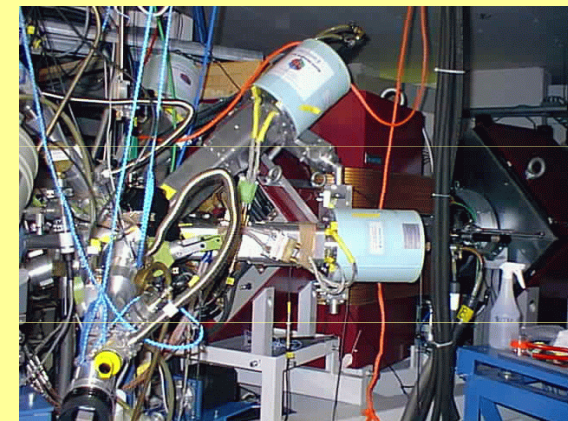
**Mateřské jádro** – rozpadající se jádro      **Dceřiné jádro** – jádro vzniklé rozpadem

Sekvence následných rozpadů – **rozpadová řada**.

Rozpad jádra nezávisí na chemických a fyzikálních vlastnostech okolí jádra (výjimkou je například ovlivnění rozpadu gama prostřednictvím konverzních elektronů chemickou vazbou).



Elektrostatický přístroj P. Curie pro měření radioaktivity (vlevo) a současný komplex pro měření elektronů vnitřní konverze (vpravo)



# Zákon radioaktivního rozpadu

**Aktivita (radioaktivita) A:**  $A = -\frac{dN}{dt}$

kde  $N$  je počet jader v daném okamžiku ve vzorku [ $Bq = s^{-1}$ ,  $Ci = 3,7 \cdot 10^{10} Bq$ ].

Předpokládejme konstantní pravděpodobnost  $\lambda$  rozpadu každého jádra za jednotku času.

Počet  $dN$  jader rozpadlých za dobu  $dt$ :

$$dN = -N\lambda dt \longrightarrow \frac{dN}{N} = -\lambda \cdot dt$$

Obě strany integrujeme:  $\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt$

$$\ln N - \ln N_0 = -\lambda t \longrightarrow N = N_0 e^{-\lambda t}$$

Potom pro radioaktivitu dostaneme:

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t} \quad \text{kde } A_0 \equiv -\lambda N_0$$

Pravděpodobnost rozpadu  $\lambda$  se nazývá rozpadovou konstantou. Čas, za který poklesne  $N$  na  $N/2$  je poločas rozpadu  $T_{1/2}$ . Dosadíme  $N = N_0/2$ :

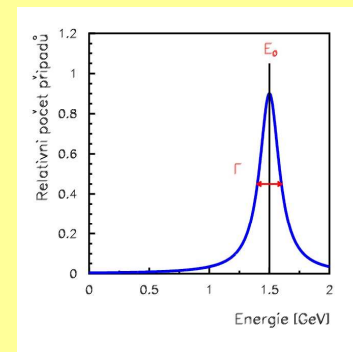
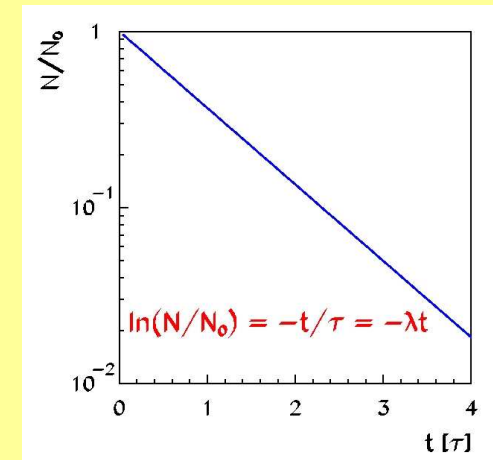
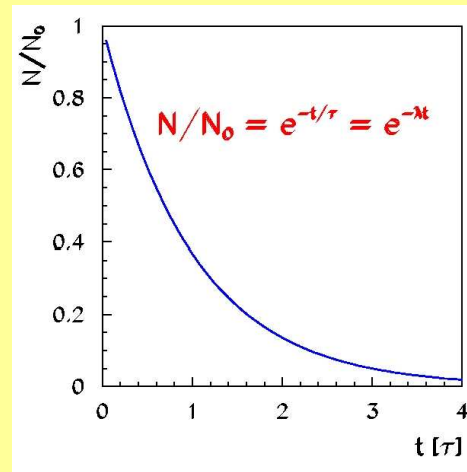
$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \longrightarrow T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

**Střední doba života  $\tau$ :**  $\tau = \frac{1}{\lambda}$

Pro  $t = \tau$  klesne aktivita na  $1/e = 0,36788$ .

Heisenbergův princip neurčitosti:  $\Delta E \Delta t \approx \hbar \longrightarrow \Gamma \cdot \tau \approx \hbar$

kde  $\Gamma$  je rozpadová šířka nestabilního stavu:  $\Gamma = \hbar / \tau = \hbar \lambda$



**Celková pravděpodobnost  $\lambda$  při různých alternativních možnostech s rozpadovými**

**konstantami  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \dots \lambda_M$ :**  $\lambda = \sum_{k=1}^M \lambda_k \longrightarrow \Gamma = \sum_{k=1}^M \Gamma_k$

**U rozpadových řad máme posloupnost rozpadů  $\lambda_1 N_1 \rightarrow \lambda_2 N_2 \rightarrow \lambda_3 N_3 \rightarrow \dots \rightarrow \lambda_i N_i \rightarrow \dots \rightarrow \lambda_M N_M$**

**časová změna  $N_i$  pro  $i$ -tý izotop v řadě:**

$$dN_i/dt = \lambda_{i-1} N_{i-1} - \lambda_i N_i$$

**řešíme soustavu diferenciálních rovnic  
a předpokládáme:**

$$N_1 = C_{11} e^{-\lambda_1 t}$$

$$N_2 = C_{21} e^{-\lambda_1 t} + C_{22} e^{-\lambda_2 t}$$

...

$$N_M = C_{M1} e^{-\lambda_1 t} + \dots + C_{MM} e^{-\lambda_M t}$$

**Pro koeficienty  $C_{ij}$  platí:  $i \neq j$   $C_{ij} = C_{i-1,j} \frac{\lambda_{i-1}}{\lambda_i - \lambda_j}$**

**Koeficienty s  $i = j$  dostaneme z okrajových podmínek v čase  $t = 0$ :  $N_i(0) = C_{i1} + C_{i2} + C_{i3} + \dots + C_{ii}$**

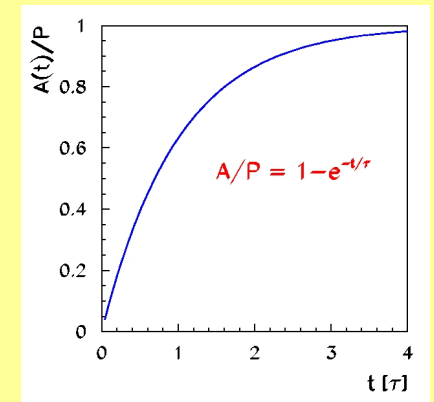
**Zvláštní případ pro  $\tau_1 \gg \tau_2, \tau_3 \dots \tau_M$ : každý následující člen má stejný počet rozpadů za sekundu jako první. Počet existujících atomů je nepřímo úměrný jeho  $\lambda$ .  $\rightarrow$  Rozpadová řada je v radioaktivní rovnováze.**

**Vznik radioaktivních jader konstantní rychlostí – ozářením v reaktoru a na urychlovači. Rychlost vzniku radioaktivních jader je  $P$ :**

$$dN/dt = -\lambda N + P$$

**Řešení rovnice ( $N_0 = 0$ ):  $\lambda N(t) = A(t) = P(1 - e^{-\lambda t})$**

**Je sice účelné ozařovat několik poločasů ale ne moc dlouho – dochází k nasycení.**



**Vývoj aktivity při rovnoměrném ozařování**

## Rozpad alfa

Vysoká hodnota vazebné energie částice  $\alpha \rightarrow E_{\text{KIN}}$  dostatečná k úniku z jádra  $\rightarrow {}^A_Z X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y + {}^4_2 \text{He}$

**Vztah mezi energií rozpadu a kinetickou energií částic  $\alpha$ :**

**Energie rozpadu:**  $Q = (m_i - m_f - m_\alpha)c^2$

**Kinetické energie jader po rozpadu (nerelativistické přiblížení):**

$$E_{\text{KIN } f} = (1/2)m_f v_f^2 \quad E_{\text{KIN } \alpha} = (1/2) m_\alpha v_\alpha^2$$

**Ze zákona zachování hybnosti:**  $m_f v_f = m_\alpha v_\alpha \rightarrow v_f = \frac{m_\alpha}{m_f} v_\alpha \quad (m_f \gg m_\alpha \rightarrow v_f \ll v_\alpha)$

**Ze zákona zachování energie:**  $E_{\text{KIN } f} + E_{\text{KIN } \alpha} = Q \quad (1/2) m_\alpha v_\alpha^2 + (1/2)m_f v_f^2 = Q$

**Upravíme a dosadíme:**  $\frac{1}{2} m_f \left( \frac{m_\alpha}{m_f} v_\alpha \right)^2 + \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 = \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 \left( \frac{m_\alpha}{m_f} + 1 \right) = E_{\text{KIN } \alpha} \frac{m_\alpha + m_f}{m_f} = Q$

**Kinetická energie částice  $\alpha$ :**  $E_{\text{KIN } \alpha} = \frac{m_f}{m_\alpha + m_f} Q \approx \frac{A-4}{A} Q$

**Typická hodnota kinetické energie 5 MeV. Např. pro  ${}^{222}\text{Rn}$ :  $Q = 5,587 \text{ MeV}$  a  $E_{\text{KIN } \alpha} = 5,486 \text{ MeV}$ .**

**Průnik bariérou:**

Částice  $(Z_\alpha, A_\alpha)$  nalétávající na jádro  $(Z, A)$  - nutnost překonání **potenciálového bariéry**.

Pro coulombovskou bariéru je nejvyšší bod v místě, kde začnou působit jaderné síly:

$$V_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_\alpha Z e^2}{r_0 (A_\alpha^{1/3} + A^{1/3})} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_\alpha Z e^2}{R}$$

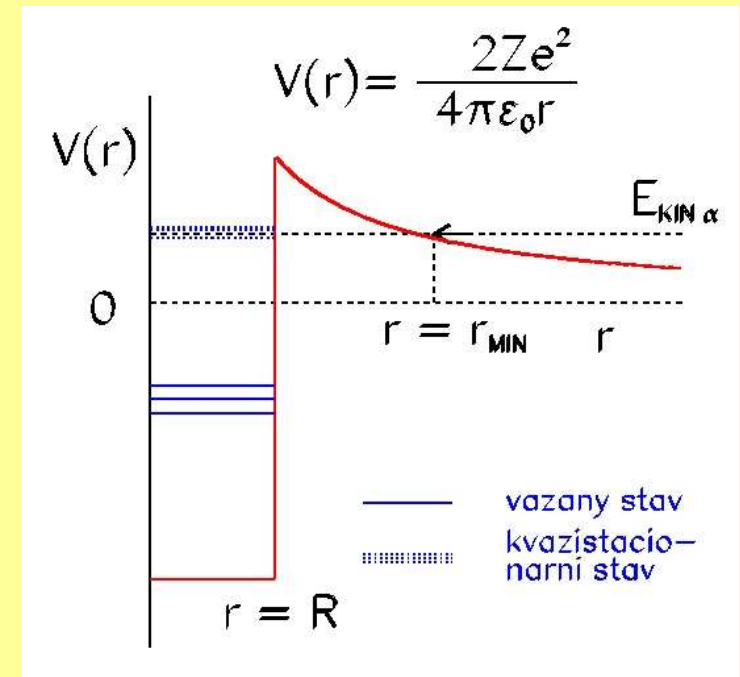
Výška bariery je pro jádra s  $A=200$  je  $V_{CB} \approx 25$  MeV.

Problém úniku částice  $\alpha$  z jádra přes potenciálovou bariéru.

→ možno pouze v kvantové fyzice.

Předpoklady teorie průniku částice  $\alpha$ :

- 1) Částice  $\alpha$  může existovat v jádře samostatně
- 2) Částice se neustále pohybuje a je držena v jádře potenciálovým valem
- 3) Existuje pravděpodobnost (velmi malá), že při nárazu na bariéru jí částice projde.



Pravděpodobnost rozpadu  $\lambda$  za jednotku času:  $\lambda = \nu P$

kde  $\nu$  je počet nárazu na bariéru za jednotku času a  $P$  pravděpodobnost průchodu bariérou.

Předpokládáme, že částice  $\alpha$  kmitá podél průměru jádra:  $\nu = \frac{v}{2R} = \sqrt{\frac{E_{KIN\alpha}}{2m_\alpha R^2}} = \sqrt{\frac{E_{KIN\alpha} c^2}{2E_{0\alpha} R^2}} \approx 10^{21}$

Pravděpodobnost  $P = f(E_{KIN\alpha}/V_{CB})$ . K jejímu odvození je třeba použít kvantovou fyziku.

**Odstředivá bariéra** závisí na momentu hybnosti vyletující nebo nalétávající částice:

klasicky:  $F = m_\alpha r \omega^2 = \frac{L^2}{m_\alpha r^3} = -\frac{\partial V_1}{\partial r} \longrightarrow V_1(r) = \frac{L^2}{2m_\alpha r^2}$

kvantově:  $L^2 \rightarrow l(l+1)\hbar^2 \rightarrow V_1 = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2m_\alpha r^2}$

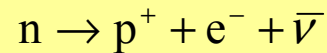
# Rozpad beta

Jádra emitují elektrony:

- 1) Spojité rozdělení energie elektronů (očekávalo se diskrétní – diskrétní hodnoty rozdílu energie – hmotnosti - mateřského a dceřiného jádra). Maximální  $E_{\text{EKIN}} = (M_i - M_f - m_e)c^2$ .
- 2) Moment hybnosti – spiny mateřského a dceřiného jádra se většinou liší o 0 nebo o 1. Spin elektronu je však  $1/2 \rightarrow$  poločíselná změna

$\rightarrow$  postulování existence další částice – **neutrino**.

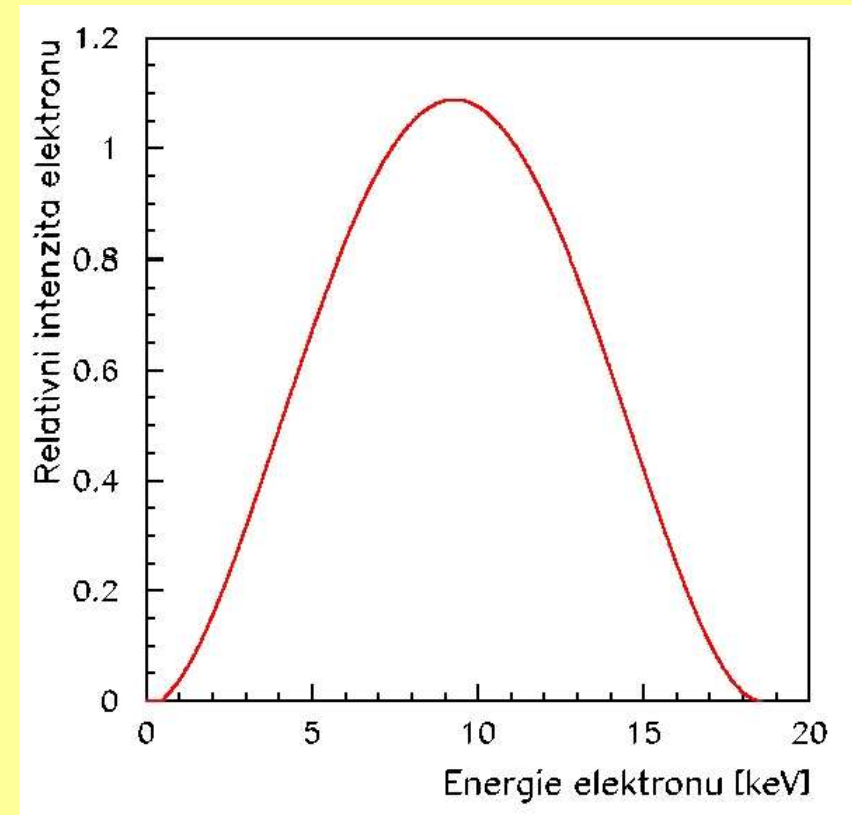
$m_n > m_p + m_e \rightarrow$  samovolný proces



rozpad neutronu  $\tau \approx 900$  s. (silná  $\approx 10^{-23}$  s,  
emg  $\approx 10^{-16}$  s)  $\rightarrow$  rozpad způsoben slabou interakcí

opačný proces proběhne samovolně pouze v jádře

Proces beta – vznik elektronu (pozitronu) nebo záchyt elektronu z atomového obalu doprovázený vznikem antineutrina (neutrino) v jádře. Z se mění o jedničku. A se nemění.



Schematický průběh závislosti  $N_e = f(E_e)$  v rozpadu beta

Podle hmotnosti atomu s nábojem  $Z$  dostaneme tři případy:

1) Hmotnost je větší než hmotnost atomu s nábojem  $Z+1 \rightarrow$  **elektronový rozpad** – energie rozpadu se rozdělí na elektron a antineutrino, v jádře se neutron přemění na proton:  ${}^A_Z Y \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + e^- + \bar{\nu}$

2) Hmotnost je menší než hmotnost atomu s nábojem  $Z+1$ , je ale větší než  $m_{Z+1} - 2m_e c^2 \rightarrow$  **záchyt elektronu** – energie se rozdělí na energii neutrina a vazbovou energii elektronu. Proton se přemění na neutron:  ${}^A_{Z+1} Y + e^- \rightarrow {}^A_Z Y + \nu$

3) Hmotnost je menší než  $m_{Z+1} - 2m_e c^2 \rightarrow$  **pozitronový rozpad** – část energie rozpadu překračující  $2m_e c^2$  se rozdělí na kinetickou energii neutrina a pozitronu. Proton se přemění na neutron:



Na spojité spektrum se nakládají :

1) **Augerovy elektrony** – elektrony, kterým se předá energie získaná záchytem elektronu, tyto pak vyletí místo rentgenovského fotonu. Jeho energie je pouze několik keV  $\rightarrow$  velmi snadno je absorbován  $\rightarrow$  složitá detekce

2) **Konverzní elektrony** – přímé předání energie vzbuzeného jádra elektronu v atomovém obalu

Rozpad beta může jít na různé hladiny dceřiného jádra, kromě základní na vzbuzevané. Vzbuzevané dceřiné jádro se pak zbavuje energie rozpadem gama.

Některá mateřská jádra se mohou rozpadat dvěma způsoby buď elektronovým rozpadem nebo záchytem elektronu na dvě různá jádra.

Při zkoumání beta rozpadu učiněn objev **nezachování parity** v procesech spojených s slabými interakcemi.



**Neutrino** – částice interagující pouze slabě, velmi malý účinný průřez. Detekce pomocí inverzního rozpad beta:



## Určování hmotnosti neutrina z tvaru konce elektronového spektra

Můžeme vyjádřit funkci, související s závislostí počtu elektronů na jejich energii:

$$\sqrt{\frac{N(E_e)}{F^*(Z, E_e)}} = \text{konst} \cdot (E_{\text{MAX}} - E_e)$$

Kde  $N(E_e)$  – počet elektronů,  $F^*(Z, E_e)$  – Fermiho funkce, obsahující korekci na coulombovské pole jádra i atomového obalu. V případě nenulové hmotnosti neutrina :  $E_{\text{MAX}} = Q - m_\nu c^2$ . ( $Q$  – energie rozpadu). Vynesení této závislosti do grafu se nazývá:

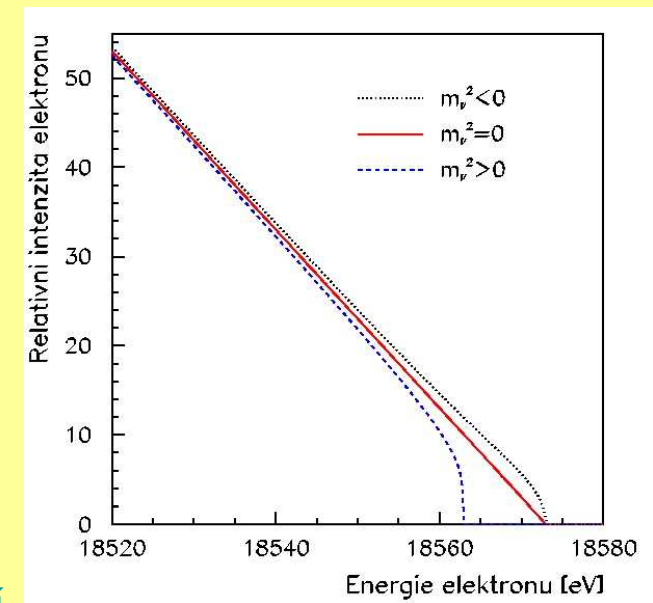
**Fermiho graf** – možnost přesného určení maximální energie (energie rozpadu) – případně hmotnosti neutrina. V dnešní době je takto určovaná horní hranice pro hmotnost neutrina 2 eV.



Testy a přeprava hlavní vakuové komory spektrometru KATRIN



Fermiho graf pro rozpad tritia  $^3\text{H}$ , které se nejčastěji využívá k určování hmotnosti neutrina



# Rozpad gama

Excitované jádro se zbavuje energie vyzářením fotonu

Po rozpadu alfa nebo beta → dceřina jádra ve vzbuzeném stavu → vyzáření kvanta gama → rozpad gama

**Multipólový rozvoj a jednoduchá výběrová pravidla:**

Různé multipolarity přechodů: Elektrické EJ → spin  $I = \min J$ , parita  $\pi = (-1)^I$   
Magnetické MJ → spin  $I = \min J$ , parita  $\pi = (-1)^{I+1}$

Přechod mezi hladinami se spinem  $I_i$  a  $I_f$  a paritami  $\pi_i$  a  $\pi_f$ :

$$I = |I_i - I_f| \text{ pro } I_i \neq I_f \quad I = 1 \text{ pro } I_i = I_f > 0$$
$$\pi = (-1)^{I+K} = \pi_i \cdot \pi_f \quad K=0 \text{ pro E a } K=1 \text{ pro M}$$

Elektromagnetický přechod s vyzářením fotonu mezi stavy  $I_i = 0$  a  $I_f = 0$  neexistuje

**Energie vyzářeného kvanta gama:**  $E_\gamma = h\nu = E_i - E_f$

**Přesněji (započtení odrazu jádra):**

**Zákon zachování hybnosti** →  $h\nu/c = M_j v$

**Zákon zachování energie** →  $E_i - E_f = h\nu + \frac{1}{2} M_j v^2 = h\nu + \frac{1}{2M_j} \left( \frac{h\nu}{c} \right)^2$

$$E_\gamma = h\nu = E_i - E_f - \frac{h^2 \nu^2}{2M_j c^2} = E_i - E_f - \Delta E_R$$

**Kde  $\Delta E_R$  je energie odrazu.**

Šířka hladiny  $\Gamma$  je s její dobou života spojena Heisenbergovým principem neurčitosti:  $\Gamma\tau \cong \hbar$

A tedy  $\Gamma \cong \hbar/\tau \sim$  neurčitost  $\nu$  ( $E_i - E_f$ ).

Jádro může být vybuzeno stejnou  $E_\gamma$  jakou vyzařuje. Při uplatnění odrazu jádra musí platit (k odrazu dojde i při absorpci):

$$\Gamma \geq 2 \cdot \Delta E_R$$

aby mohlo nastat rezonanční pohlcení. To platí pro volný atom.

Přechod  $E_\gamma = 14$  keV u izotopu  $^{57}\text{Fe}$ :

$$\text{Pro hladinu } \tau \sim 10^{-7} \text{ s} \rightarrow \Gamma \sim 10^{-8} \text{ eV a } \Delta E_R \sim 10^{-3} \text{ eV.} \rightarrow \Gamma \ll \Delta E_R$$

Atom v krystalové mříži  $\rightarrow$  hybnost se předává celé mříži  $\rightarrow$  malý přenos energie  $\rightarrow$  možnost rezonanční absorpce – **Mössbauerův jev**.

Díky **Mössbauerovu jevu** velmi přesné měření energií a šířek hladin. Máme:

- 1) Zdroj kvant gama
- 2) Absorber, který se může pohybovat
- 3) Detektor záření gama

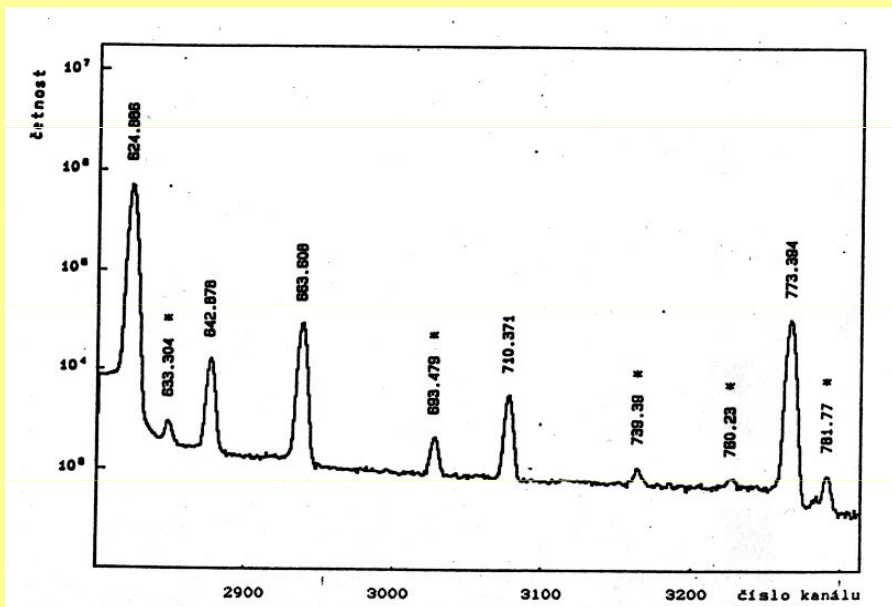
Díky **Dopplerovu jevu** se s rychlostí absorberu mění i energie kvant gama o  $\Delta E = E \cdot v/c$ , které je schopen absorbovat  $\rightarrow$  lze proskanovat Mössbauerovi linie.

**Doba života hladin většinou velmi krátká ( $< 10^{-7}s$  – elektromagnetická interakce je mnohem silnější než slabá) → doba života předchozího rozpadu beta a alfa je delší → časový průběh rozpadu gama kopíruje průběh předchozího rozpadu.**

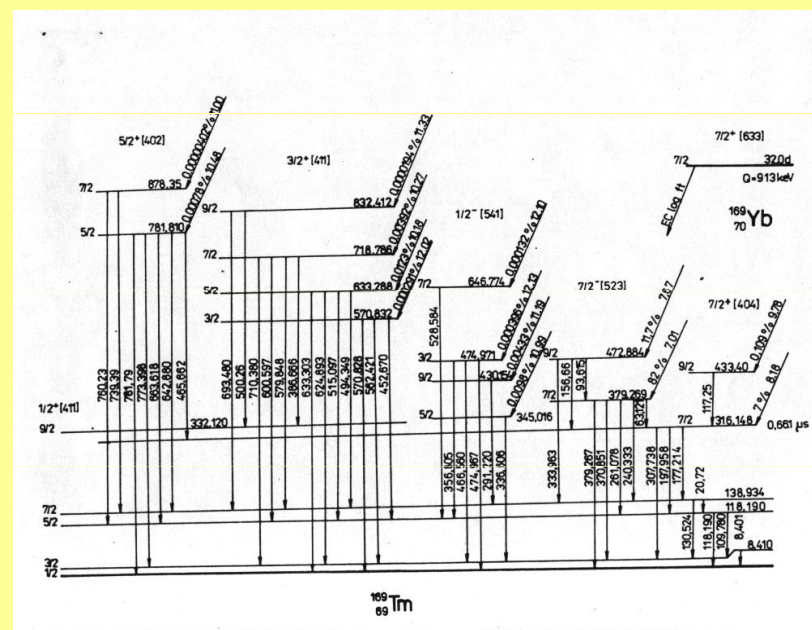
**Existují i delší až velmi dlouhé doby života vzbuzených hladin - izomérní stavy.**

**Pravděpodobnost (intenzita) přechodu mezi energetickými hladinami závisí na spinech a paritách počátečního a koncového stavu. Zjednodušeně intenzivnější jsou přechody, při kterých je změna spinu menší.**

**Systémy vzbuzených hladin, přechodů mezi nimi a jejich charakteristiky se zakreslují do schématu rozpadu.**



**Příklad části spektra záření gama ze zdroje  $^{169}\text{Yb} \rightarrow ^{169}\text{Tm}$ :**



**Schéma rozpadu  $^{169}\text{Yb} \rightarrow ^{169}\text{Tm}$ :**

## Vnitřní konverze

Přímé předání energie vzbuzeného jádra elektronu v atomovém obalu (Coulombovská interakce mezi jádrem a elektrony):

Energie emitovaného elektronu:  $E_e = E_\gamma - B_e$

kde  $E_\gamma$  je excitační energie jádra,  $B_e$  vazebná energie elektronu

Alternativní proces k emisi gama. Celková pravděpodobnost přechodu  $\lambda$  je:  $\lambda = \lambda_\gamma + \lambda_e$

**Zavádí se konverzní koeficienty  $\alpha$ :** Platí:  $dN_e/dt = \lambda_e N$  a  $dN_\gamma/dt = \lambda_\gamma N$   
a tedy:  $N_e/N_\gamma = \lambda_e/\lambda_\gamma$  a  $\lambda = \lambda_\gamma (1 + \alpha)$  kde  $\alpha = N_e/N_\gamma$

Označme  $\alpha_K, \alpha_L, \alpha_M, \alpha_N, \dots$  konverzní koeficienty příslušné slupky elektronového obalu K, L, M, N, ...:  
$$\alpha = \alpha_K + \alpha_L + \alpha_M + \alpha_N + \dots$$

Konverzní koeficienty klesají s  $E_\gamma$  a rostou se  $Z$  jádra.

Přechody  $I_i = 0 \rightarrow I_f = 0$ : pouze vnitřní konverze ne gama

Místo uvolněné po elektronu vyletujícím při vnitřní konverzi se zaplní jiným elektronem s vyzářením rentgenova záření s energií:  $E_\gamma = B_{ef} - B_{ei}$

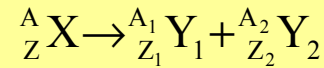
charakteristické rentgenovské záření příslušné slupky.

Energie uvolněná při zaplnění volného místa elektronem se může zase předat přímo jinému elektronu a vyzáří se místo rentgenova záření Augerův elektron.

**Párová vnitřní konverze** –  $E_\gamma > 2m_e c^2 \rightarrow$  může se vytvořit pár elektron pozitron  $\rightarrow$  nesouvisí s elektronovým obalem  $\rightarrow$  pravděpodobnost roste s  $E_\gamma$ .

## Štěpení jader

Závislost vazebné energie na počtu nukleonů ukazuje na možnost (dělení) štěpení těžkých jader na dvě jádra (fragmenty) s hmotnostmi v oblasti poloviny hmotnosti původního jádra.

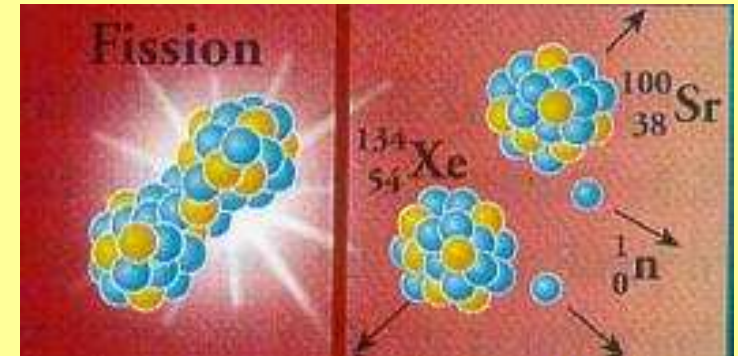


Překonání coulombovské bariery je pro fragmenty těžší než pro částice alfa ( $Z_1, Z_2 > Z_\alpha = 2$ ) → nejlehčí jádro se **spontánním štěpením** je  ${}^{232}\text{Th}$ . Příklad štěpení  ${}^{236}\text{U}$ :

Energie uvolněná štěpením  $E_f \geq V_C \rightarrow$  **spontánní štěpení**

Předpokládáme  $A_1 = A_2 = A/2$  a  $Z_1 = Z_2 = Z/2$ . Pak je velikost coulombovské potenciálové bariéry:

$$V_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(Z/2)^2 e^2}{2r_0 (A/2)^{1/3}} = C \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$



Pro energii štěpení platí:  $E_f/c^2 = m(Z, A) - 2m(Z/2, A/2)$

Po dosazení z Weizsäkerovi formule:  $E_f/c^2 = a_s A^{2/3} - 2a_s (A/2)^{2/3} + a_c Z^2 A^{-1/3} - 2(Z/2)^2 (A/2)^{-1/3} =$   
 $= a_s A^{2/3} (1 - 2^{1/3}) + a_c Z^2 A^{-1/3} (1 - 2^{-2/3}) \rightarrow$

$$E_f = (1 - 2^{1/3}) c^2 a_s A^{2/3} + (1 - 2^{-2/3}) c^2 a_c Z^2 A^{-1/3} = a_s' A^{2/3} + a_c' Z^2 A^{-1/3} = A^{2/3} (a_s' + a_c' Z^2/A)$$

Odtud:  $E_f > 0 \rightarrow Z^2/A > -a_s'/a_c' \sim 18$   $a_s' = -4,768 \text{ MeV}$   
 $E_f \geq V_C \rightarrow \frac{Z^2}{A} \geq \frac{a_s'}{C - a_c'} \approx 51$   $a_c' = 0,263 \text{ MeV}$   
 $C = 0,170 \text{ MeV}$

Poměr  $Z^2/A$  (**štěpný parametr**) je rozhodující pro stabilitu vůči samovolnému štěpení.

Po dodání energie – **indukované štěpení** – energie dodána fotonem (fotoštěpení), neutronem, ...

Indukované štěpení lze popsat srovnáním povrchové a coulombovské energie symetrické koule a deformovaného elipsoidu o poloosách **a** a **b** o stejném objemu **V**:  $V_{\text{KOULE}} = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot ab^2 = V_{\text{ELIPSOID}}$

Stejný objem  $\rightarrow$  stejná objemová energie pro kouli i elipsoid. Necht'  $a = R(1 - \epsilon)$  a  $b = R(1 - \epsilon)^{-1/2}$

Kde  $\epsilon$  je výstřednost elipsoidu. Povrch elipsoidu je:  $S_{\text{ELIPSOID}} = 4\pi \cdot R^2(1 + \frac{2}{5}\epsilon^2 + \dots)$

Povrchová energie ve Weizsäkerově vztahu pak je:  $E_S = a_s A^{2/3}(1 + \frac{2}{5}\epsilon^2 + \dots)$

Coulombovská energie nabitého elipsoidu:  $E_C = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z^2 e^2}{R}(1 - \frac{1}{5}\epsilon^2 + \dots)$

Pak z Weizsäkerova vztahu:  $E_C = a_c Z^2 A^{-1/3}(1 - \frac{1}{5}\epsilon^2 + \dots)$

Deformační energie  $E_D$  ( $\Delta E_S$  a  $\Delta E_C$  jsou rozdíly mezi energiemi elipsoidu a koule  $\epsilon = 0$ ):

$$E_D = \Delta E_S + \Delta E_C = a_s A^{2/3} \frac{2}{5} \epsilon^2 - a_c Z^2 A^{-1/3} \cdot \frac{1}{5} \epsilon^2 + \dots$$

Po dosazení konstant z Weizsäkerova vztahu:

$$E_D = \epsilon^2(7,34 \cdot A^{2/3} - 0,14 \cdot Z^2 A^{-1/3}) = \epsilon^2 \cdot A^{2/3} (7,34 - 0,14 \cdot Z^2/A) [\text{MeV}]$$

$$Z^2/A \geq 52 \rightarrow E_D \leq 0 \rightarrow \text{samovolné štěpení}$$

Energie  $E_a$  potřebná k překonání potenciálové bariery – **aktivační energie** – pro těžká jádra je malá ( $\sim \text{MeV}$ )  $\rightarrow$  stačí energie uvolněná **záchytem neutronu** (vysoká pro jádra s lichým  $N$ ).

Při každém štěpení po záchytu se uvolňuje jistý počet neutronů (jádra se střední hodnotou  $A$  mají relativně menší přebytek neutronů než jádra s velkým  $A$ )  $\rightarrow$  indukují další štěpení  $\rightarrow$  **řetězová reakce**.

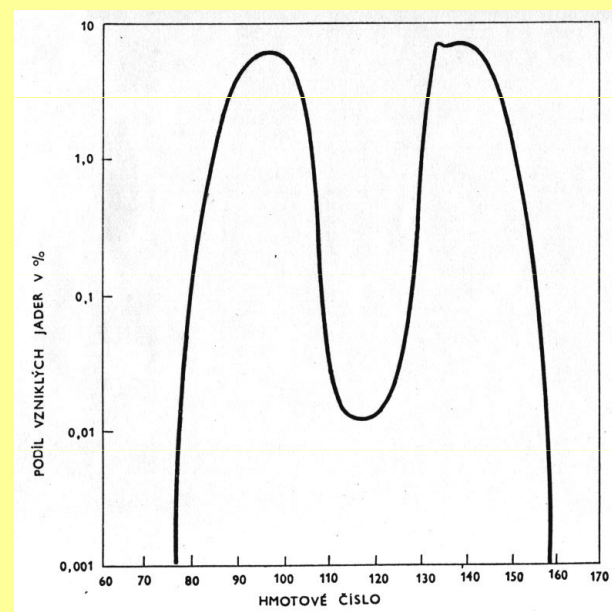


Důležitý střední počet  $\eta$  neutronů emitovaných při jednom aktu štěpení  $^{236}\text{U}$  ( $\nu = 2,47$ ), případně na jeden záchyt neutronu pro  $^{235}\text{U}$  ( $\eta = 2,08$ ) (jen 85%  $^{236}\text{U}$  se štěpí u 15% rozpad gama).

Kolik vznikajících neutronů způsobí další štěpení závisí na uspořádání systému ve kterém je obsažen štěpný materiál

Poměr mezi počtem neutronů v  $n$ -té a  $n+1$  generaci štěpení se nazývá **multiplikační faktor**  $k$ :  
Podle velikosti  $k$  rozlišujeme tři stupně:

- $k < 1$  – **podkritický** – bez vnějšího zdroje neutronů ustane  $\rightarrow$  urychlovačem řízené transmutory – vnější zdroj neutronů
- $k = 1$  – **kritický** – může probíhat řízená řetězová reakce  $\rightarrow$  jaderné reaktory
- $k > 1$  – **nadkritický** – neřízená (lavinovitá) řetězová reakce  $\rightarrow$  jaderné bomby



Produkty štěpení uranu  $^{235}\text{U}$ . Závislost jejich produkce na hmotovém čísle  $A$ : (převzato s A. Beiser: Úvod do moderní fyziky)



## Rozpadové řady

Při syntéze prvků (před 5 – 7 miliardami let) vznikly různé radioaktivní elementy.

Některé přetrvaly:  $^{40}\text{K}$ ,  $^{87}\text{Rb}$ ,  $^{144}\text{Nd}$ ,  $^{147}\text{Hf}$       Nejtěžší z prvotních jader:  $^{232}\text{Th}$ ,  $^{235}\text{U}$  a  $^{238}\text{U}$

Rozpad beta: nemění  $A$

Rozpad alfa:  $A \rightarrow A - 4$

Přehled rozpadových řad:

$A$	Řada	Mateřské jádro	$T_{1/2}$ [roky]
$4n$	Thoriová	$^{232}\text{Th}$	$1,39 \cdot 10^{10}$
$4n + 1$	Neptuniová	$^{237}\text{Np}$	$2,14 \cdot 10^6$
$4n + 2$	Uraniová	$^{238}\text{U}$	$4,51 \cdot 10^9$
$4n + 3$	Aktiniová	$^{235}\text{U}$	$7,1 \cdot 10^8$

Poločas rozpadu neptuniové řady kratší než doba existence Země.

Stejně tak všechny další  $\rightarrow$  musí se připravovat úměle  $\rightarrow$  z nižším  $A$  pomocí ostřelování neutrony, s vyšším  $A$  těžkými ionty.

Některé izotopy v rozpadové řadě se mohou rozpadat rozpadem alfa i beta  $\rightarrow$  větvení

**Možnosti využití radioaktivních elementů:**

- 1) Datování (archeologie, geologie)
- 2) Lékařské účely (diagnostika – značené izotopy, ozařování nádorů)
- 3) Zjišťování stopových obsahů prvků (aktivační analýza)
- 4) Defektologie, rentgeny

## Exotické formy rozpadu

**Protonová emise** – protony musí překonávat coulombovskou bariéru → doba života (i v  $\mu\text{s}$  a  $\text{ms}$  oblasti) je delší než charakteristický jaderný čas (doba průletu nukleonu jádrem –  $10^{-21}\text{s}$ ) → **existuje protonová radioaktivita**. Možná jen pro exotická lehká jádra s velkým přebytkem protonů (např.  ${}^9\text{B}$ ) – rozpad má dostatečně krátkou dobu života a není tak potlačen konkurenčním pozitronovým rozpadem beta.

**Emise dvojice protonů** – způsobená párováním (možná i ve formě  ${}^2\text{He}$ ) - rok 2000 v laboratoři v Oak Ridge u jádra  ${}^{18}\text{Ne}$

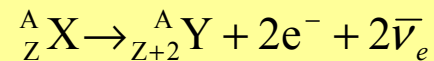
**Zpožděná protonová emise** – emise protonů následující po protonovém rozpadu → jádra s vysokým přebytkem protonů → vzniklé jádro ve vzbuzeném stavu emitují proton

**Neutronová emise** – doba života jader s velkým přebytkem neutronů u kterých je energeticky možný neutronový rozpad je srovnatelná s charakteristickým jaderným časem – nelze hovořit o neutronové radioaktivitě

**Zpožděná neutronová emise** následující po rozpadu beta. Jádro s velkým přebytkem neutronů → rozpad beta s delší dobou života → následná rychlá emise neutronů v době srovnatelné s charakteristickým jaderným časem.

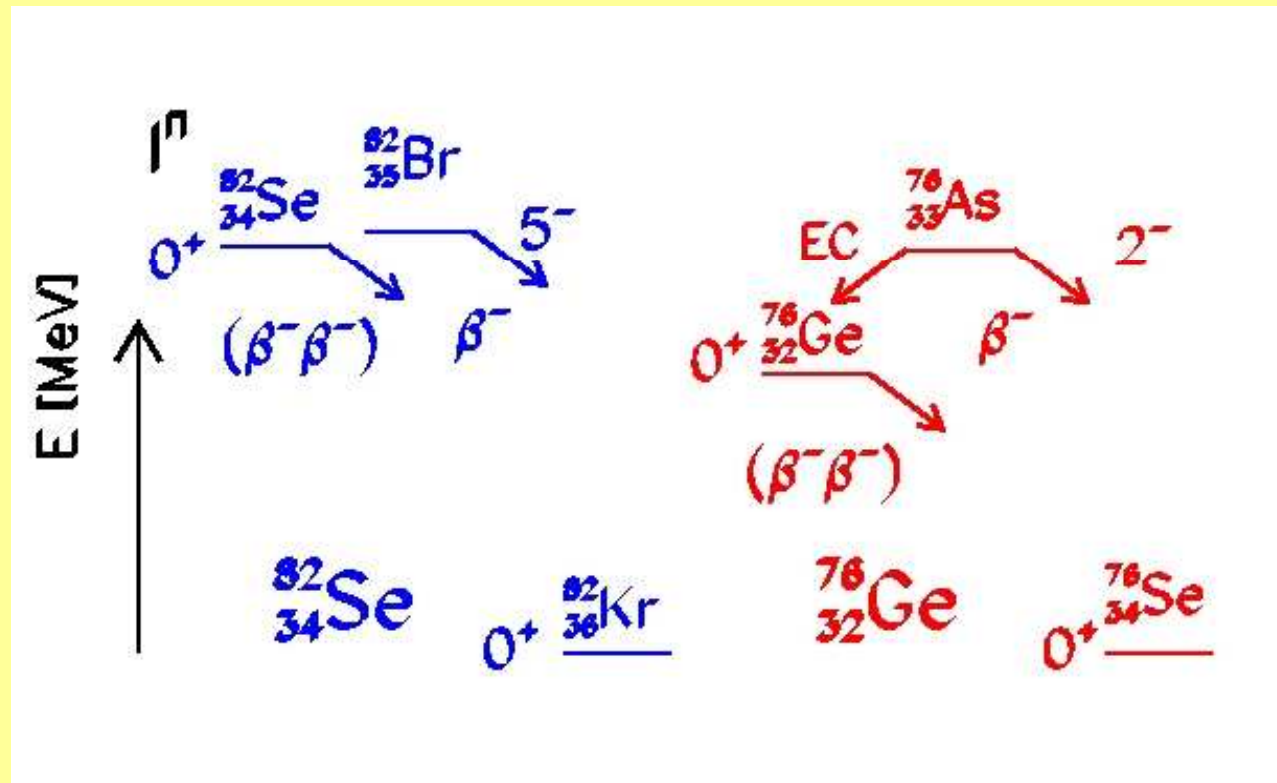
**Emise těžších jader** –  ${}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{16}\text{O}$  ... → fragmentace vysoce vzbuzených jader

**Dvojný rozpad beta ( $\beta\beta 2\nu$ )** – nastává v případě, že je energeticky možný dvojný a jednoduchý rozpad beta možný není.



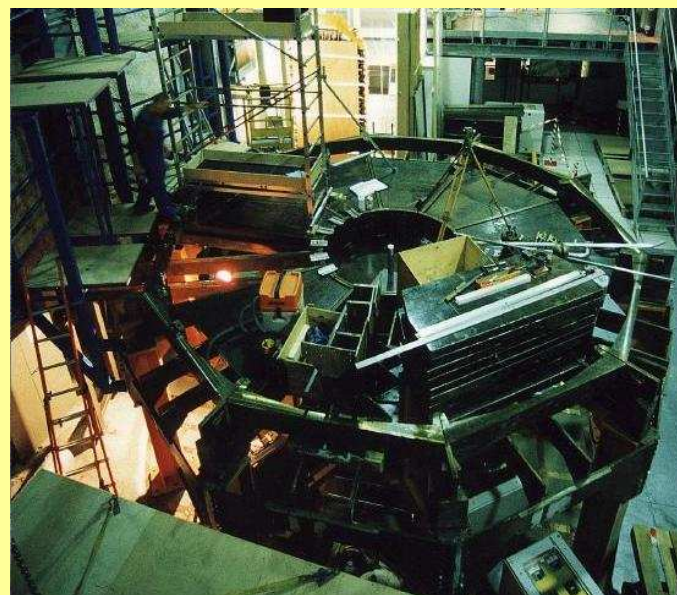
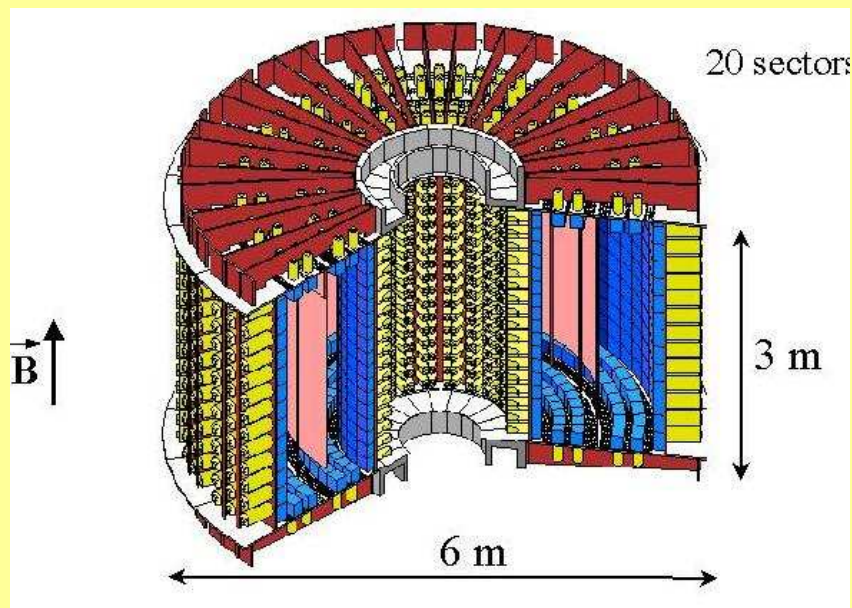
Potenciálně je 35 ( $\beta\beta 2\nu$ ) – zářičů. Dosud pozorováno 9 ( ${}^{48}\text{Ca}$ ,  ${}^{76}\text{Ge}$ ,  ${}^{82}\text{Se}$ ,  ${}^{100}\text{Mo}$ , ...). Velmi dlouhé doby života  $T_{1/2} = 10^{19} - 10^{24}$  let.

Zkoumá se pomocí podzemních experimentů (hlavní problém pozadí). Např. nové zařízení NEMO-3 (10 kg  ${}^{100}\text{Mo}$ ,  $Q_{\beta\beta} = 3,038$  MeV). Další možnost – geochemická měření.



**Příklady jader, které se rozpadají dvojným rozpadem beta**

**Bezneutrinový dvojný rozpad beta ( $\beta\beta 0\nu$ )** – možný jen v případě, má-li neutrino nenulovou klidovou hmotnost a jeli Majoranova typu (antičástice je identická s částicí – zůstává rozdíl leptonového čísla). V tomto případě si v procesu nezachovávajícím leptonové číslo mohou dva neutronu vyměnit neutrino a antineutrino a dojde k výletu pouze dvojice elektronu. Doposud nepozorováno. Limita až v řádu  $10^{25}$  let měřena na  $^{76}\text{Ge}$  → limita na hmotnost  $\sim 0,45$  eV.



Zařízení pro zkoumání dvojného beta rozpadu NEMO-3

Zařízení NEMO-3 v podzemním tunelu v Alpách