

## Samostatná práce pro první dva listopadové týdny

(princip inkluze a exkluze, kompozice a rozklady)

Úlohy vypracujte na zvláštní papír a vypracované odevzdejte na přednášce 16. listopadu 2011.

**Cvičení 0.1** Kolik anagramů z písmen slova TIKTAK takových, že v nich žádná dvě stejná písmena nestojí vedle sebe, lze vytvořit?

[84]

**Cvičení 0.2** V oddělení pracuje několik osob, z nichž každá zná alespoň jeden z těchto jazyků: ruština, španělština, italština. Rusky mluví 6 osob, španělsky 6 osob, italsky 7 osob, rusky a španělsky mluví 4 osoby, španělsky a italsky 3 osoby, rusky a italsky 2 osoby, všechny tři uvedené jazyky ovládá 1 osoba. Kolik osob pracuje v oddělení? Kolik z nich mluví pouze rusky? Kolik z nich mluví pouze francouzsky?

[11; 1; 3]

**Cvičení 0.3** Na třídní schůzce informoval učitel rodiče takto: "Naše třída má 30 žáků. Mohou chodit do 4 zájmových kroužků, z nichž každý probíhá jednou týdně. Pondělní kroužek navštěvuje 19 žáků, úterní 13, středeční 18 a čtvrteční 11. Žádný žák nenavštěvuje více než dva kroužky a žádné dva kroužky nemají více než 5 společných žáků." Určete, zda učitel mluvil pravdu.

[Ne. Návod: použijte princip inkluze a exkluze a selský rozum.]

**Cvičení 0.4** Kolika způsoby lze na šachovnici  $n \times n$  rozestavit  $n$  věží tak, aby každé neobsazené pole šachovnice bylo ohrožováno nějakou věží?

[ $2n^n - n!$  Návod: zkuste pro šachovnice o rozměrech  $2 \times 2, 3 \times 3$ , atd.]

**Cvičení 0.5** Máme pět obálek s adresami (pro 5 různých lidí) a pět dopisů. Kolika způsoby můžeme vložit dopisy do obálek tak, aby ani jeden dopis nebyl ve správné obálce?

[120]

**Cvičení 0.6** Vypište všechny kompozice čísla 10 ze čtyř sčítanců.

**Cvičení 0.7** Vypište všechny kompozice čísla 10 z nejvýše 4 sčítanců.

**Cvičení 0.8** Vypište všechny rozklady čísla 12 na 5 sčítanců.

**Cvičení 0.9** Vypište všechny rozklady čísla 12 na 3 sčítance takové, že každý ze sčítanců je roven nejvýše 6.

**Cvičení 0.10** Vypočítejte počty kompozic a rozkladů uvedených v přechozích příkladech pomocí vzorce pro výpočet počtu kompozic a rekurentního vzorce pro výpočet počtu rozkladů.

[Vzorce viz skriptum Eduard Fuchs, *Diskrétní matematika pro učitele*, PřF MU Brno, 2001, str. 48 a 50.]