

## ÚHEL A JEHO VELIKOST

POJMY a dovednosti

Úhel, vrchol úhlu, ramena úhlu. Klasifikace úhlů (úhel konvexní, nekonvexní, úhel ostrý, pravý, tupý, přímý, plný, nulový).

Přenášení úhlu k dané polopřímce do dané poloroviny. Porovnávání úhlů. Shodnost úhlů. Grafický součet úhlů. Grafický rozdíl úhlů. Násobek úhlu.

Osa úhlu, její konstrukce.

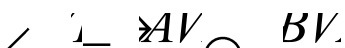
Dvojice úhlů: úhly styčné, vedlejší vrcholové, souhlasné, střídavé.

Velikost úhlu. Měření úhlů, úhломěr. Jednotky velikosti úhlu – radián, stupeň.

Rýsování úhlu dané velikosti – pomocí úhломěru i pomocí kružítka (některé úhly).

### Definice 1.

Jsou dány tři různé body A, B, V, které neleží v jedné přímce. Konvexním úhlem AVB nazýváme průnik poloroviny AVB a poloroviny BVA.

Symbolicky: 

Jestliže body A, B, V leží v jedné přímce a bod V leží mezi body A, B, pak konvexním úhlem AVB nazýváme každou polorovinu s hraniční přímkou AB. Úhel AVB se nazývá úhel přímý.

Jestliže body A, B, V leží v jedné přímce a bod A leží mezi body V, B, pak konvexním úhlem AVB nazýváme


- každou rovinu, obsahující přímkou AB – úhel AVB je úhel plný
- polopřímku VA – úhel AVB je úhle nulový.

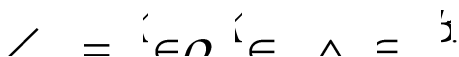
### Definice 2.



Jsou dány tři různé body A, B, V, které neleží v jedné přímce. Nekonvexním úhlem AVB nazýváme sjednocení polorovin opačných k polorovinám AVB a BVA.

Symbolicky: 

### Definice 3

Jsou dány tři různé body A, B, V, které neleží v jedné přímce. Konvexním úhlem AVB rozumíme množinu všech bodů X roviny  které leží na všech polopřímkách VY, kde bod Y leží na úsečce AB.

Symbolicky: 

Úhly označujeme také písmeny řecké abecedy, např. , , aj.

*Poznámka:* V uvedených definicích je úhel chápán ve smyslu rovinného úhlu. V budoucnu se mohou žáci setkat s dalšími významy úhlu, jako je např. úhel otočení, orientovaný úhel, prostorový úhel aj.

## Školská matematika

Rámcový vzdělávací program:

Očekávané výstupy:

Žák

- zdůvodňuje a využívá polohové a metrické vlastnosti základních rovinných útvarů při řešení úloh a jednoduchých praktických problémů, využívá potřebnou matematickou symboliku.
- Charakterizuje a třídí základní rovinné útvary - úhly.
- Určuje velikost úhlu měřením a výpočtem.
- Načrtne a sestrojí úhel.

### Motivace:

Úhel hodinových ručiček, úhel stoupání, úhel klesání, střelecký úhel, úhel dopadu, úhel odrazu,

### Úhel

Ve školské matematice se úhel zavádí pomocí dvou polopřímek se společným počátkem. Dvě polopřímky VA a VB určují v rovině dva úhly – jeden konvexní a jeden nekonvexní. Rozlišují se buď barevně nebo pomocí jednoho vnitřního bodu daného úhlu. Bod V se nazývá vrchol úhlu AVB, polopřímky VA a VB se nazývají ramena úhlu AVB.

### Osa úhlu

Osa úhlu AVB je přímka, která prochází vrcholem úhlu a dělí úhel na dva shodné úhly.  
*Poznámka:* V případě konvexního úhlu se někdy osou úhlu rozumí polopřímka VX – zejména v případě, kdy osou úhlu rozumíme množinu všech bodů daného úhlu, které mají od obou ramen úhlu sobě rovné vzdálenosti.

Pomocí osy úhlu přímého můžeme vyvodit pojem úhlu pravého a následně uvést klasifikaci úhlů (zatím bez velikostí) vzhledem k úhlu pravému:

Úhel ostrý – menší než úhel pravý

Úhel pravý

Úhel tupý – větší než úhel pravý a menší než úhel přímý

Úhel přímý.

### Dvojice úhlů

**Úhly styčné** – jsou takové dva úhly, které mají společný vrchol a jedno rameno.

**Úhly vedlejší** – jsou takové dva úhly, které mají společný vrchol a jedno rameno a druhá ramena úhlů leží na opačných polopřímkách. Sjednocením vedlejších úhlů je úhel přímý.

**Úhly vrcholové** – jsou takové dva úhly, které mají společný vrchol a jejich ramena leží na opačných polopřímkách. Vrcholové úhly jsou shodné.

### Úhly souhlasné a střídavé

Jsou dány dvě různoběžné přímky  $a$ ,  $b$  a přímka  $p$ , které obě přímky protíná (tzv. příčka).

**Souhlasné úhly** jsou takové úhly, které leží v téže polorovině určené přímkou  $p$  (v této polorovině mají oba úhly jedno z ramen) a průnikem jejich druhých ramen je polopřímka. Pokud jsou přímky  $a$ ,  $b$  rovnoběžné, jsou odpovídající si souhlasné úhly shodné.

**Střídavé úhly** jsou takové úhly, které leží v opačných polorovinách s hranicí  $p$ , průnikem jejich ramen je buď úsečka nebo je průnik prázdný.

Pokud jsou přímky  $a, b$  rovnoběžné, jsou střídavé úhly shodné.

*Poznámka 1.* Dětem definice nesdělujeme, avšak pomocí obrázku vytvoříme pojmy v duchu správných definic.

*Poznámka 2:* Dvojic úhlů střídavých nebo souhlasných užíváme zejména v případě, chceme-li dokázat rovnoběžnost přímek.

## VELIKOST ÚHLU

Podnět k měření úhlů daly astronomické práce starých Babyloňanů, kteří rozdělili plný úhel na  $360^\circ$ , tj. jednotek úhlové míry. Z Babylonie se kolem roku 200 dostalo dělení úhlu na  $360^\circ$  do Alexandrie.

Velikost rovinného úhlu se odvozuje z délky oblouku AB na jednotkové kružnici.

Úhel AVB má velikost **1 radián** (1 rad), jestliže oblouk AB je dlouhý 1 m a leží-li na kružnici o poloměru m. (Míra oblouková)

Úhel AVB má velikost **1 stupeň**, jestliže je oblouk AB dlouhý ( $\pi : 180$ ) m a leží-li na kružnici o poloměru 1 m. (Míra stupňová)

Název stupeň pochází z latinského gradus (schody, žebřík).

Minuta pochází z latinského pars minutae primae, což jsou části prvního dělení.

Vteřina – sekunda – z latinského pars minutae secundae – části druhého dělení.

Převodní vztah mezi radiány a stupni:  $1 \text{ rad} = 57^\circ 17' 45''$ .

*Poznámka:* Označení sekunda se používá k označení jednotky času, označení vteřina se používá k označení jednotky velikosti úhlu (SI).

Velikost úhlu zapisujeme symbolicky  $\left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \diagup \quad \diagdown \\ \text{---} \end{array} \right|$  nebo písmeny řecké abecedy  $\alpha$  aj.

Ve školské matematice se většinou uvádí  $1^\circ$  jako jedna devadesátina úhlu pravého.

Úhly měříme úhломěrem

Úhломěr má zpravidla dvě stupnice – vnější a vnitřní, které jsou vyznačeny na půlkružnicích vždy od  $0^\circ$  do  $180^\circ$ . Střed půlkružnic se současně středem úhломěru.

Podle velikosti klasifikujeme úhly:

Název úhlu	nulový	ostrý	pravý	tupý	přímý	nekonvexní	plný
velikost	$0^\circ$	$0^\circ < \alpha < 90^\circ$	$90^\circ$	$90^\circ < \alpha < 180^\circ$	$180^\circ$	$180^\circ < \alpha < 360^\circ$	$360^\circ$

*Poznámka:* V období Velké francouzské revoluce se byl pravý úhel rozdělen na 100 dílků a jeden díl se nazýval grad, menší jednotky byly decigrad, centigrad, miligrad. Desetinného dělení se užívá i v zeměměřictví a ve vojenství.

Dáje se užívá tzv. dělostřelecký dílec, což je jedna třítisícina přímého úhlu.

Pod pojmem „dílec“ se rozumí zorný úhel, pod nímž je vidět tyč výšky 1 m na vzdálenost 1 km.