19. STANOVENIE VEĽKOSTI MOLEKULY

Pomôcky:

Byreta, odmerný valec (100 cm^3), Petriho miska, milimetrový papier, kriedový prášok, kyselina olejová, lieh.

Príprava merania.

a. Na vonkajšiu stranu dna misky nalepíme milimetrový papier, tak aby jeho sieť bola pozorovateľná pri pohľade dovnútra misky. Misku postavíme na pevný stôl a nalejeme vodu tak, aby hladina siahala do výšky asi 1 cm.

b. Do odmerného valca nalejeme 5 cm^3 kyseliny olejovej a doplníme liehom do 100 cm^3. Roztok dobre rozmiešame a naplníme ním byretu.

A. Hustota kyseliny olejovej je 0,90 gcm^{-3} a jej molekulová hmotnosť 292. Koľko molekúl tejto látky obsahuje roztok v byrete? ([2], str. 431.)

Postup merania.

Do čistého a suchého odmerného valca necháme z byrety odkvapkať asi 100 kvapiek roztoku a určíme objem jednej kvapky. Hladinu vody v miske poprášime kriedovým práškom. Nad stred misky nadstavíme byretu a necháme odkvapnúť jednu kvapku. Po odparení liehu, možno pozorovať na hladine plošku, ktorú tvorí vrstva mastnej kyseliny.

B. Stanovte plochu mastnej škvrny na hladine (kap. 6).

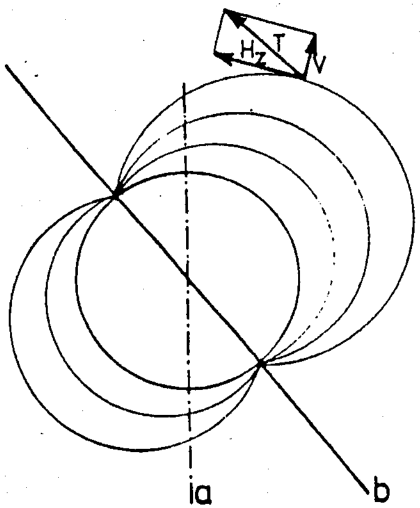
C. Vrstvička kyseliny olejovej vytvára monomolekulárnu vrstvu. Predpokladajme, že každá molekula vyplní objem kocky s hranou rovnou priemeru molekuly. Ako určíme objem jednej molekuly?

D. Vypočítajte priemer jednej molekuly kyseliny olejovej.

MĚŘENÍ HORIZONTÁLNÍ SLOŽKY INTENZITY ZEMSKÉHO MAGNETICKÉHO POLE

V okolí Země existuje magnetické pole. Znalost průběhu tohoto pole je významná pro mnohé obory. Jmenujme zde alespoň geografii, topografii, význam průběhu a variací magnetického pole pro geology, pracovníky telekomunikačních spojů a v posledních letech také pro základní a aplikovaný výzkum vesmíru.

Průběh a vlastnosti tohoto pole lze popsat pomocí průběhu magnetických siločar (obr. 22. 1.) případně hodnotou intenzity pole. Z Coulombova magnetostatického zákona vyplývá, že intenzita magnetického pole udává sílu, kterou dané pole v určitém místě působí na jednotkové magnetické množství. V každém místě lze vektor intenzity pole T rozložit na dvě složky: horizontální $-H_z$ a vertikální - V. Přístroje určené k měření zemského magnetického pole měří zpravidla jen jednu z obou složek. Soustředíme se na stanovení horizontální složky H_z.



Obr. 22. 1 : Průběh magnetického pole Země. a-zemská osa, b-magnetická osa.

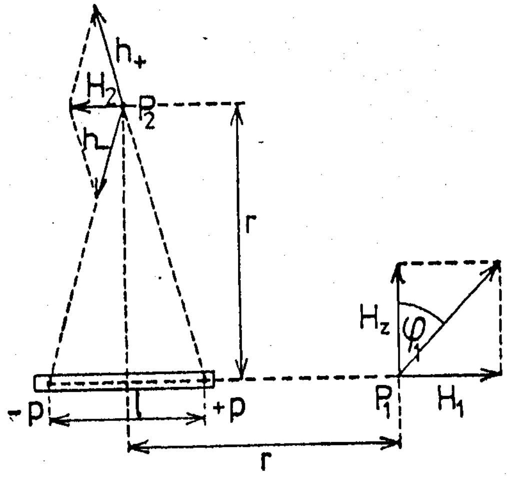
1. Stanovení horizontální složky Gaussovou metodou (magnetometrem)

Princip této metody spočívá ve srovnání intenzity H_z a intenzity pomocného magnetu. Toto srovnání se provádí ve dvou Gaussových polohách (obr. 22. 2.) magnetometrem a magnetickou střelkou jako detektorem.

I. Gaussova poloha :

Magnet redukované délky l vzbuzuje v bodě P_1 pole, jehož intensita ve vzduchu je dána podle Coulombova zákona

$$4\pi\mu_0 H_1 = \frac{p}{(r-l/2)^2} - \frac{p}{(r+l/2)^2} \quad (1)$$



Obr. 22. 2: Gaussovy polohy.

Úpravou vztahu (1) dostaneme

$$H_1 = \frac{1}{4\pi\mu_0}\,\frac{2M}{r^3(1-\lambda^2)^2} \quad (2)$$

kde $\lambda = l/2r$ a $M = pl$ je magnetický moment magnetu (součin magnetického množství na jednom pólu a vzdálenosti pólů - redukované délky magnetu).

II. Gaussova poloha:

V místě P_2 vzbuzuje kladné množství p magnetu intenzitu

$$4\pi\mu_0 h_+ = \frac{p}{r^2 + l^2/4} = \frac{p}{r^2(1+\lambda^2)} \quad (3)$$

Stejně silné pole h_- budí v bodě P_2 záporné množství. Jeho směr je však souměrný k rovnoběžce vedené bodem P_2 k magnetické ose magnetu. Výslednice H_2 obou polí je proto rovnoběžná s touto osou a platí úměra

$$H_2 : h_+ = l : r\sqrt{1+\lambda^2}\text{, tedy}$$

$$H_2 = \frac{1}{4\pi\mu_0}\,\frac{M}{r^3(1+\lambda^2)^{3/2}} \quad (4)$$

Známe tedy intenzity H_1 a H_2 magnetického pole pomocného magnetu v bodech P_1 a P_2. Z obr. 22. 2. je zřejmé, že magnetická střelka umístěná v bodě P_1 se vychýlí vlivem tohoto pole o úhel φ_1 a bude platit

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{H_1}{H_z} = \frac{1}{4\pi\mu_0 H_z}\,\frac{2M}{r^3(1-\lambda^2)^2} \quad (5)$$

a obdobně v místě P_2 se vychýlí o úhel φ_2, pro nějž platí

$$\operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{H_2}{H_z} = \frac{1}{4\pi\mu_0 H_z}\,\frac{M}{r^3(1+\lambda^2)^{3/2}} \quad (6)$$

...anovení veličiny H_z by stačila pouze jedna z rovnic (5), (6). Abychom však snížili vliv měřících chyb použijeme obou rovnic; u členu $(1 \pm \lambda^2)$ je však v dalším třeba dosáhnout stejného exponentu. Proto vztah (5) umocníme na třetí, vztah (6) na čtvrtou, tedy

$$\left(\frac{M}{4\pi\,\mu_0\,H_z}\right)^3 = \frac{r^9}{8}(1-\lambda^2)^6 \operatorname{tg}^3\varphi_1$$

$$\left(\frac{M}{4\pi\,\mu_0\,H_z}\right)^4 = r^{12}(1+\lambda^2)^6 \operatorname{tg}^4\varphi_2 .$$

Vzájemným vynásobením posledních dvou rovnic dostaneme

$$\left(\frac{M}{4\pi\,\mu_0\,H_z}\right)^7 = (1-\lambda^4)^6 \frac{r^{21}}{8} \operatorname{tg}^3\varphi_1 \operatorname{tg}^4\varphi_2 ;$$

protože však $r > 1$, je $\lambda^4 \ll 1$ a vztah se zjednoduší

$$\frac{M}{H_z} = 4\pi\,\mu_0 r^3 \sqrt[7]{(\tfrac{1}{2}\operatorname{tg}\varphi_1)^3 \operatorname{tg}^4\varphi_2} . \qquad (7)$$

Obecný geometrický průměr lze nahradit obecným aritmetickým průměrem, který se liší jen o veličinu řádu λ^4 (viz poznámka) a dostáváme

$$\boxed{A \doteq \frac{M}{H_z} = \frac{4\pi\,\mu_0 r^3}{7}\left(\tfrac{3}{2}\operatorname{tg}\varphi_1 + 4\operatorname{tg}\varphi_2\right).} \qquad (8)$$

1. G.P. 2. G.P

Poznámka: Z rovnic (5) a (6) plyne $\operatorname{tg}\varphi_2 \doteq \frac{1}{2}\operatorname{tg}\varphi_1(1+\frac{7}{2}\lambda^2)$. Je-li $b = a(1+\varepsilon)$, kde $\varepsilon \ll 1$, pak z binomické věty plyne

$$\sqrt[7]{a^3b^4} = a(1+\varepsilon)^{4/7} = a(1+\tfrac{4}{7}\varepsilon - \tfrac{6}{49}\varepsilon^2 + \dots) =$$

$$= \frac{3a+4b}{7} - \frac{6a}{49}\varepsilon^2 + \dots$$

Pak člen $(6/49)\,\varepsilon^2$ zanedbáme, protože je přibližně roven $\frac{3}{2}\lambda^4$.

Ve vztahu (8) je ještě jedna neznámá, totiž magnetický segment M magnetu. Tuto veličinu lze určit z doby kyvu magnetu v homogenním magnetickém poli. Zde působí na magnet dvojice sil $-pH_z \sin\varphi \doteq -pH_z\varphi$ (obr. 22. 3.). Pohyb magnetu je popsán pohybovou rovnicí

$$J\frac{d^2\varphi}{dt^2} + MH_z\varphi + D\varphi = 0 \qquad (9)$$

kde J - moment setrvačnosti magnetu, D - torze závěsu. Zpravidla se provádí

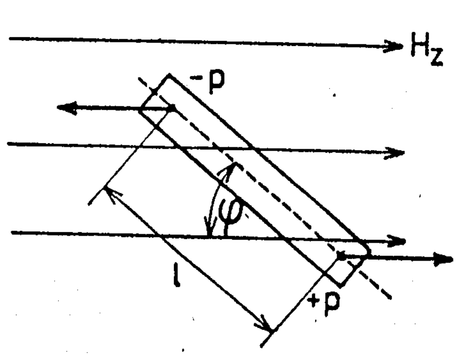
toto měření s vláknem s malou torzí tj. $D \doteq 0$. Kruhová frekvence kmitů je dána vztahem

$$\omega^2 = \frac{M H_z}{J}$$

a tedy

$$\boxed{B = M H_z = \frac{\pi^2 J}{T_0^{\,2}}} \qquad (10)$$

kde $T_0^{\,2}$ je doba kyvu magnetu.



Obr. 22. 3 : Magnet v homogenním magnetickém poli.

Vztahy (8) a (10) nám udávají veličiny $A = M/H_z$ a $B = MH_z$ odkud

$$\boxed{H_z = \sqrt{B/A}\ .} \qquad (11)$$

Poznámka : Moment setrvačnosti válcového magnetu

$$J = \frac{m}{4}\left(R^2 + \frac{l^2}{3}\right)$$

kde m - hmotnost magnetu, l - jeho délkaa R - poloměr podstavy; pro tyčový magnet

$$J = \frac{1}{12} m\,(l^2 + a^2)$$

kde a- šířka magnetu, na výšce nezáleží.

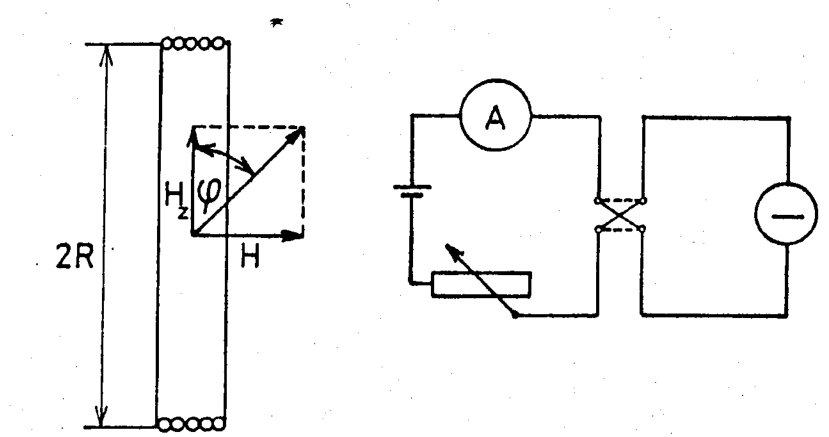
Stojí za zmínku, že obdobným postupem lze explicitně stanovit magnetický moment magnetu M, vezmeme-li $(A\,B)^{1/2} = M$, odkud lze snadno stanovit velikost magnetizace $i = M/V$, kde V je objem magnetu.

2. Stanovení horizontální složky tangentovou buzolou

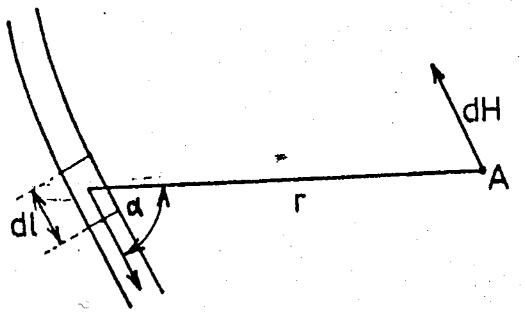
Pomocné magnetické pole jehož intenzita H se skládá s intenzitou H_z je možné vyvolat také průchodem elektrického proudu závity cívky, uvnitř které se nachází magnetická střelka. Toto je princip tangentové buzoly (obr. 22. 4.). Velikost intenzity H lze stanovit z Biot-Savartova zákona 2

$$dH = \frac{I\,dl\,\sin\alpha}{4\pi\,r^2}$$

kde I je intenzita proudu procházejícího závitem cívky, dl - element proudovodiče, r - vzdálenost bodu v němž vyšetřujeme intenzitu pole od elementu dl a α - úhel, který svírá průvodič r a element dl (obr. 22. 5.).



Obr. 22. 4 : Princip tangentové buzoly a její zapojení do elektrického obvodu.



Obr. 22. 5 : Element proudovodiče d vytváří v bodě A magnetické pole intenzity dH kolmé k rovině proložené elementem d a průvodičem r .

V našem případě se redukuje úloha na stanovení intenzity H ve středu kruhového závitu o poloměru R . Zřejmě je $\alpha = \pi/2$, pak

$$H = \frac{I}{4\pi R^2}\int_0^{2\pi R} dl \qquad (12)$$

což po integraci dává

$$H = I / 2R .$$

Má-li cívka N závitů, pak

$$H = \frac{N I}{2R} . \qquad (13)$$

Z obr. 22. 4. vyplývá, že

$$\boxed{H_z = \frac{N I}{2R \operatorname{tg} \varphi}} . \qquad (14)$$

Poznámka: Korektní použitelnost vztahu (14) je omezena geometrickými rozměry zařízení. V ideálním případě by měla mít magnetická střelka nekonečně malé rozměry ve srovnání s R , protože vztah (14) byl odvozen za předpokladu znalosti H ve středu závitu. Tento fakt také ovlivňuje výsledky měření s magnetometrem.

Úkoly pro měření:

1) Změřte H_z pomocí magnetometru pro tři vzdálenosti r .
2) Změřte H_z tangentovou buzolou, alespoň pro 10 hodnot proudu.
3) Porovnejte výsledky měření (1) a (2) s tabelovanou hodnotou pro dané místo.

Literatura:

[1] Z. Horák, Praktická fyzika, SNTL Praha (1958).
[2] S. E. Friš, A. V. Timoreva , Kurs fyziky II, NČSAV Praha (1953).
[3] J. Brož a kol., Základy fyzikálních měření I, SPN Praha (1983).