DIDAKTIKA MATEMATIKY - 4. ročník VVP

Růžena Blažková, Irena Sytařová

Číselné obory

Proveďte metodický a didaktický rozbor úloh:

1. Jsou dána přirozená čísla 1, 2, 3, … , 99. Kolikrát se v zápisu všech těchto čísel objeví číslice a) šest b) jedna ?

2. Kolikrát zapíšete číslici 0, zapíšete-li za sebou
   a) prvních deset přirozených čísel,
   b) prvních sto přirozených čísel,
   c) prvních tisíc přirozených čísel?

3. Jak nejrychleji určíte:
   a) součet všech přirozených čísel od 1 do 100,
   b) součet všech lichých přirozených čísel od 1 do 99,
   c) součet všech sudých přirozených čísle od 2 do 100?

4. Určete úsporně součet čísel: 10 + 11 + 22 + 33 + 44 + 56 + 67 + 78 + 89 + 90

5. Čísla 1 až 8 připište k vrcholům krychle tak, aby se součty čísel zapsaných u vrcholů v každé stěně krychle sobě rovnaly.

6. Čísla 1 až 12 připište ke hranám krychle tak, aby se součty čísel zapsaných u hran v každé stěně krychle sobe rovnaly.

7. Nejprve odhadněte a potom vypočítejte, jak dlouhá je doba (kolik roků, event. dní):
   a) milionu hodin,
   b) milionu minut,
   c) milionu sekund.

8. Některá čísla se znázorňují pomocí geometrických obrazců, např.

a) trojúhelníková čísla jsou 1, 3, 6, …

```
                  o
          o      o o
o        o o    o o o
```

b) čtvercová čísla jsou 1, 4, 9, …

```
                o o o
        o o     o o o
o       o o     o o o
```

c) pětiúhelníková čísla jsou 1, 5, 12, 22 …

```
            o
      o           o
o                       o
         o
    o          o       o
      o     o        o
```

Zapište další čísla, která mají tyto vlastnosti.

9. Číslo 39 můžeme zapsat jako $39 = 3 \cdot 9 + 3 + 9$, obecně $10a + b = a \cdot b + a + b$. Najděte další čísla této vlastnosti.

10. Kolik existuje všech deseticiferných čísel zapsaných všemi číslicemi 0 až 9, jestliže se v zápisu čísla vyskytuje každá číslice právě jednou? Které číslo je nejmenší a které je největší?

11. Určete dvojici přirozených čísel těchto vlastností: Jejich součin je 97. Dělíme-li větší číslo menším, dostaneme podíl 97. Kolik existuje přirozených čísel, jejichž součin a podíl se sobě rovnají?

12. V určité populaci jsou $\frac{2}{3}$ mužů ženatí, ale jen $\frac{3}{5}$ žen jsou vdané. Jaká část populace (vyjádřeno zlomkem) jsou svobodní lidé?

13. Jsou dány zlomky $\frac{x}{y}, \frac{x+1}{y+1}$, kde x a y jsou přirozená čísla. Rozhodněte a zdůvodněte, který zlomek je větší, když a) $x<y$, b) $x>y$.

14. Vyjádřete následující čísla ve tvaru zlomku, jehož čitatel i jmenovatel jsou přirozená čísla:
a) $0,\overline{324}$, b) $0,2\overline{37}$ c) $1,72\overline{3}$.

15. Vypočítejte periody zlomků:
a) $\frac{1}{7}$ b) $\frac{1}{17}$.

16. Vypočtěte velikost tzv. řetězových zlomků a zapište a vypočítejte další takové zlomky:

$$1+\frac{1}{1}=2$$

$$1+\frac{1}{1+1}=\frac{3}{2}$$

$$1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+1}}=\frac{5}{3}$$

17. Přičteme-li k čitateli i jmenovateli zlomků $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \ldots \frac{1}{2n-1}$, kde n je přirozené číslo, vzniknou zlomky dvakrát, třikrát, … n-krát větší, než byl původní zlomek. Dokažte.

18. Která čísla menší než 100 mohou být jmenovateli zlomků, které je možné zapsat
   a) jako čísla desetinná
   b) jako čísla s ryze periodickým rozvojem?

19. Dokažte, že čísla $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$ nejsou racionální čísla.

20. Definujte absolutní hodnotu reálného čísla a na základě definice dokažte, že pro každá reálná čísla *a, b* platí:

a) $|a| \geq 0$

b) $|a| = |-a|$

c) $|a| \geq a$

d) $|a + b| \leq |a| + |b|$

e) $|a - b| \geq |a| - |b|$

f) $|a \,.\, b| = |a| \,.\, |b|$

g) $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$

21. Prostředky žáka základní školy zdůvodněte:

a) proč součin dvou záporných čísel je číslo kladné,
b) větu o dělení zlomku zlomkem.