



Příklady

# Př.1

- Populace má v daném testu průměr 100, směrodatnou odchylku 15.
- **Vypočítejte hranice intervalů, v kterém se nachází 68 % populace.**

**68, 27% leží v intervalu:  
(průměr + - směr. odchylka)**

## Příklad

- Výška v populaci chlapců ve věku 3,5 - 4 roky má normální rozdělení s průměrem 102 cm a směrodatnou odchylkou 4,5 cm.
- **Vypočítejte hranice intervalu hodnot výšky, ve kterých se nachází**
- A) 68%
- B) 95%
- C) 99%
- **příslušné populace**

V normálním rozdělení:

- **68, 27% leží v intervalu:**
- **(průměr + - směr. odchylka)**
  
- **95% leží v intervalu:**
- **(ar. průměr +- 1,96 směr. odchylky)**
  
- **99% leží v intervalu:**
- **(ar. průměr +- 2,576 směr. odchylky)**

# Příklad 3

- zadání:
- Výška v populaci chlapců ve věku 3,5 - 4 roky má normální rozdělení s průměrem 102 cm a směrodatnou odchylkou 4,5 cm.
- Spočtete, jaké procento chlapců v uvedeném věku má výšku menší nebo rovnou 93 cm.

# Řešení 3

- Pravděpodobnost, že výška nabude hodnoty menší nebo rovné 93 cm, je vyjádřena hodnotou **distribuční funkce F(93)** pro **parametry normálního rozdělení 102;4,5**

Microsoft Excel

Formátovací štítek: Arial CE, 10, B, I, U, % 000, +,0, +,00, +,0

Menu: Soubor Úpravy Zobrazit Vložit Formát Nástroje Data Okno Nápověda

NORMDIST   = **=NORMDIST(93;102;4,5;pravda)**

NORMDIST

X	93	= 93
Střed_hodn	102	= 102
Sm_odch	4,5	= 4,5
Součet	pravda	= PRAVDA

= 0,022750062

Vrátí hodnotu normálního součtového rozdělení pro zadanou střední hodnotu a směrodatnou odchylku.

**Součet** je logická hodnota: součtová distribuční funkce = PRAVDA, hromadná pravděpodobnostní funkce = NEPRAVDA.

Výsledek = 0,022750062 = 2,27%

OK Storno

**Odpověď: 2,27 % chlapců ve věku 3,5 – 4 roky je menších než 93 cm**

# Příklad 4

- Psychologickými testy bylo zjištěno, že hodnota IQ populace je náhodnou veličinou s normálním rozdělením, jehož střední hodnota je 104 a směrodatná odchylka 8.
- Určete hodnotu IQ, kterou podle uvedených pravděpodobnostních předpokladů:
  - meze, ve kterých bude 50% populace,
  -

# Řešení 4

- a) *meze pro 50 % mužské populace*  
104      50 %

Hledáme dolní a horní meze intervalu ( hodnot IQ),  
ve které se bude nacházet 50% mužské populace, tj 1. a 3. kvartil

## Řešení 2a)

Excel, statistická funkce inverzní k e Gauss. - NORMINV

Microsoft Excel

Formule: **=NORMINV(0,25;104;8)**

NORMINV

Prst	0,25	= 0,25
Střední	104	= 104
Sm_odch	8	= 8

= 98,60407707

Vrátí inverzní funkci k distribuční funkci normálního součtového rozdělení pro zadanou střední hodnotu a směrodatnou odchylku.  
**Prst** je pravděpodobnost normálního rozdělení, číslo mezi 0 a 1 včetně.

Výsledek = 98,60407707

OK Storno

Microsoft Excel

Formule: **=NORMINV(0,75;104;8)**

NORMINV

Prst	0,75	= 0,75
Střední	104	= 104
Sm_odch	8	= 8

= 109,3959229

Vrátí inverzní funkci k distribuční funkci normálního součtového rozdělení pro zadanou střední hodnotu a směrodatnou odchylku.  
**Prst** je pravděpodobnost normálního rozdělení, číslo mezi 0 a 1 včetně.

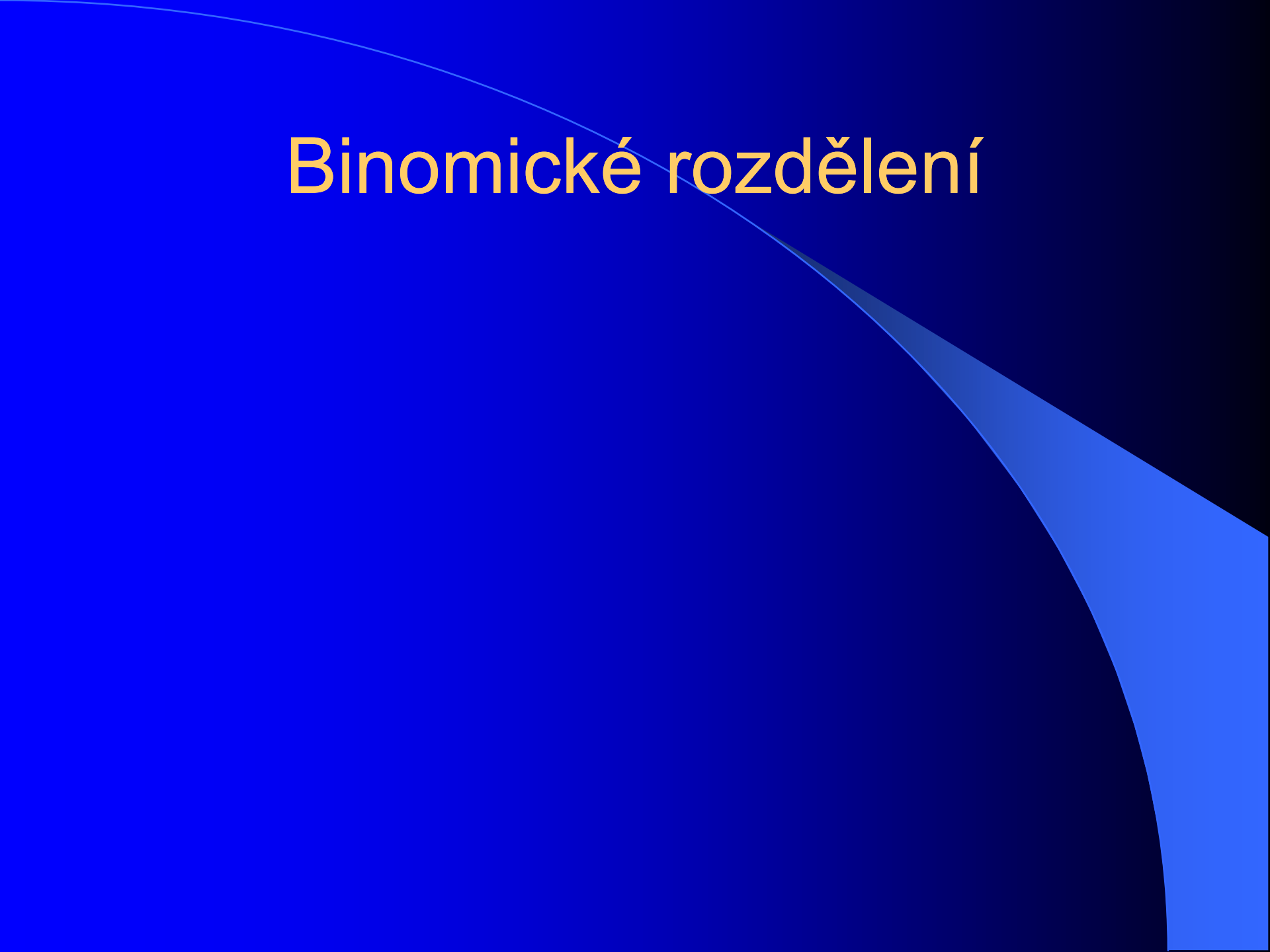
Výsledek = 109,3959229

OK Storno

Podle parametrů daného normálního rozdělení 50 populace má IQ v intervalu 98,6 a 109,4.



# Binomické rozdělení



# Binomické rozdělení

- pro diskrétní náhodné proměnné,
- které mohou nabývat pouze dvou hodnot ( např. ano, ne)
- pravděpodobnost, že nastane alternativa ANO označme  $\pi$
- pravděpodobnost, že nastane NE ... $q = 1 - \pi$ ), protože
- platí  $\pi + q = 1$  (100 %)
- k výpočtu se používá binomický rozvoj

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \pi^k (1 - \pi)^{n-k}, \quad \text{pro } k = 0, 1, 2, \dots, n.$$

# Příklad 1 – binomické rozdělení

- Předpokládejme, že pravděpodobnost narození dívky je 0,49.
- Jaká je pravděpodobnost toho, že mezi třemi dětmi v rodině je právě jedna dívka?

# Řešení 1

**Tabulka3:** Parametry binomického rozdělení v příkladu

Pokus	Úspěch	Neúspěch	Pravděpodobnost úspěchu	Počet pokusů	Počet úspěchů
				$n$	$k$
narození dítěte	dívka	chlapec	0,49	počet dětí	počet dívek

## Řešení 1

Jak je vidět z tabulky, počet narozených dívek v rodině je náhodná veličina s binomickým rozdělením. Pravděpodobnost, že mezi třemi dětmi je právě jedna dívka tedy vypočteme jako

$$P(X = 1) = \binom{3}{1} 0,49^1 \cdot 0,51^2 = 3 \cdot 0,127 = 0,38. \diamond$$

$$\binom{3}{1} = \frac{3!}{1!2!} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 1} = 3.$$

Pravděpodobnost, že ze tří dětí bude jedna dívka, je 38%.

Microsoft Excel

Binomická funkce: **BINOMDIST**    = **=BINOMDIST(1;3;0,49;NEPRAVDA)**

**BINOMDIST**

Úspěch	1	= 1
Pokusy	3	= 3
Prst_úspěchu	0,49	= 0,49
Počet	NEPRAVDA	= NEPRAVDA

= 0,382347

Vrátí hodnotu binomického rozdělení pravděpodobnosti jednotlivých veličin.

**Počet** je logická hodnota: součtová distribuční funkce = PRAVDA, hromadná pravděpodobnostní funkce = NEPRAVDA.

Výsledek = 0,382347

# Příklad 2

Jaká je pravděpodobnost, že v rodině s 8 dětmi jsou právě 3 dívky? Pravděpodobnost narození dívky je 0,49.

Řešení

binomický rozvoj:

$$P(k = 3) = \binom{8}{3} 0,49^3 \cdot 0,51^5 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 0,118 \cdot 0,035 = 0,23. \diamond$$

Pravděpodobnost, že v rodině s 8 dětmi jsou tři dívky, je 0,23, tj. 23 %.

# Příklad 2, binomické rozdělení

- Vypočítejte pravděpodobnost, se kterou se vyskytne určitý počet měsíců v roce hodnocených jako „suché“.
- Konkretizace:
  - oblast Oxford,
  - období 1851 – 1943, tj. 1116 měsíců
  - **Suchý měsíc** - tj. méně srážek v měsíci než je dlouhodobý průměr tohoto měsíce.
  - 617 měsíců hodnocených jako suché
  - 499 – vlhké měsíce

## Řešení 2

„úspěch“	„neúspěch“	Pravděpodobnost suchého měsíce	Pravděpodobnost vlhkého měsíce	Počet měsíců	Počet suchých měsíců
suchý	vlhký	$\pi = 617/1116$ $\pi = 0,553$	$q = 499/1116$ $q = 0,447$ $(q = 1 - \pi)$	$n = 12$	$k = 0$ až $12$

### Řešení

- Ručně pomocí binomického rozvoje
- s podporou např. Excel

Řešíme dílčí příklady, tj. jaká je pravděpodobnost, že v roce se vyskytne

- žádný suchý měsíc, tj-  $k = 0$
- Jeden suchý měsíc, tj.  $k = 1$
- Atd.
- všechny měsíce suché,  $k = 12$



# Řešení 2 ukázkA . Pravděpodobnost , že v daném období bude v roce 5 měsíců s uchých

Microsoft Excel

File Edit Format Tools Data Window Help

Formula Bar: **BINOMDIST**   = **=BINOMDIST(5;12;0,553;npravda)**

**BINOMDIST**

<b>Úspěch</b>	<input type="text" value="5"/>	= 5
<b>Pokusy</b>	<input type="text" value="12"/>	= 12
<b>Prst_úspěchu</b>	<input type="text" value="0,553"/>	= 0,553
<b>Počet</b>	<input type="text" value="npravda"/>	= NEPRAVDA

= 0,146050652

Vrátí hodnotu binomického rozdělení pravděpodobnosti jednotlivých veličin.

**Úspěch** je počet úspěšných pokusů.

Výsledek = 0,146050652

# Poisson - příklad

# Poissonovo rozdělení

- – pro rozdělení vzácných případů
- (zimní bouřka, výskyt mutace apod.).
  
- Je-li pravděpodobnost nějaké výjimečné události (např. určité mutace genu) relativně malá a rozsah výběru poměrně velký, pak **Poissonovo rozdělení v podstatě splývá s binomickým**, ale je mnohem výhodnější pro počítání .

# Poisson - příklad

- Předpokládejme, že v určité populaci krys se vyskytuje albín s pravděpodobností
- $p = 0,001$  , ostatní krysy jsou normálně pigmentované.
- Ve vzorku 100 krys náhodně vybraných z této populace určete pravděpodobnost, že vzorek
  - a) neobsahuje albína,
  - b) obsahuje právě jednoho albína.

# Řešení

- určete pravděpodobnost, že vzorek
- neobsahuje albína,

Microsoft Excel

Formula bar: `=BINOMDIST(0;100;0,001;NEPRAVDA)`

BINOMDIST

Úspěch	0	= 0
Pokusy	100	= 100
Prst_úspěchu	0,001	= 0,001
Počet	NEPRAVDA	= NEPRAVDA

= 0,904792147

Vrátí hodnotu binomického rozdělení pravděpodobnosti jednotlivých veličin.

**Úspěch** je počet úspěšných pokusů.

Výsledek = 0,904792147

Buttons: OK, Storno

Pravděpodobnost, že neobsahuje albína, je 90,47 %

# Řešení 3

Microsoft Excel

Binomická rozdělení pravděpodobnosti

Úspěch: 1 = 1

Pokusy: 100 = 100

Prst\_úspěchu: 0,001 = 0,001

Počet: NEPRAVDA = NEPRAVDA

Výsledek = 0,090569784

OK Storno

**Pravděpodobnost, že 100 členná populace krys bude obsahovat albína, je 9 %.**