STATISTICKÉ METODY V GEOGRAFII

Kdybych měl poslední den života, chtěl bych ho strávit na přednášce ze statistiky –

- je tak nekonečně dlouhá …….

statistika

- definice
- pojetí

statistika - definice

***Statistika* je vědní obor zabývající se zkoumáním jevů, které mají hromadný charakter.**

Statistika je v určitém smyslu **jazykem** pro **shromažďování**, **zpracování, rozbor, hodnocení a interpretaci** hromadných jevů

Hromadný jev ve statistice

Statistika se zabývá **hromadnými jevy** tj. jevy, které se vyskytují u souboru lidí, věcí, událostí buď
v kvantitativní formě nebo i
kvalitativní formě převoditelné na číselnou

hromadné jevy – příklady:

u souboru lidí hromadný jev:věk osob, váha, dosažené vzdělání ……studenti dopíší další příklady (např. viz. statistické ročenky)….

Co je typické pro statistiku

- Zkoumá **hromadné** jevy.
- Zabývá se proměnlivými - **variabilními** - vlastnostmi.
- Pracuje s čísly
- Používá výpočetní techniku.

statistika – dva významy - dvě pojetí

- **vědní disciplína**
  - předmět zkoumání : stav a vývoj číselně vyjádřených hromadných jevů
- **praktická činnost**
  - (zaznamenání, třídění, shrnování číselných údajů o skutečnostech, *udělám si statistiku ……)*

STATISTIKA jako vědní disciplína

- statistika popisná

- matematická statistika

Statistika jako praktická činnost

- **Činnost** Statistická evidence (např. sběr údajů, třídění, sumarizace apod.), ,
- **Instituce**, která tuto evidenci provádí (např. ČSÚ, ministerstva aj.)
- **výsledek** - Souhrn údajů o nějaké skutečnosti (statistika nezaměstnanosti, ročenka meteorologických pozorování atd.)

Základní etapy statistického zpracování dat

Zjišťování – zpracování – analýza - prezentace

- **1. Zjišťování/ Sběr údajů** - shromáždění a zaznamenání údajů, jejich kontrola aj.,
  - periodicita sběru:
- **2. Zpracování –** uspořádání, sumarizace,
- **3. Analýza** - výpočet charakteristik, měření závislostí, srovnávání, měření dynamiky
- **4. Prezentace** výsledků - tabulkové či grafické vyjádření a slovní zhodnocení výsledků předcházejících etap.

Základní dělení statistických údajů

- podle zdroje ODKUD?— **primární** a **sekundární**,
- podle periodicity zjišťování JAK ČASTO? — **průběžné**, **periodické** a **jednorázové**,
- podle časového hlediska KDY? ZA JAK DLOUHO?— **okamžikové** a **intervalové**
- podle reálnosti situace OPRAVDU?— **skutečné** a **simulované**,
-

Co statistika „umí“

- Zjišťovat
- Popisovat struktury
- Shrnovat dílčí ukazatele v čase a prostoru
- Srovnávat agregované ukazatele v čase nebo prostoru
- Měřit závislosti

… a co statistika „neumí“:

Statistika **selhává**, pokud:

- Nemá k dispozici adekvátní číselné údaje
- Nemá-li k dispozici dostatečně rozsáhlý soubor případů
- Není-li v datech přítomna proměnlivost (variabilita).

Statistika a výpočetní technika

- Výpočetní technika zasahuje do všech etap statistického zpracování dat.
- Exploze výpočetní techniky umožňuje provádět výpočty, které byly dříve nerealizovatelné (z důvodů velkého objemu dat, pracnosti, …).
- Na druhou stranu však roste nebezpečí výběru nesprávného postupu.

Výhody počítačového zpracování I.

- **Přesnost a rychlost**
-
- **Univerzálnost**
-
- **Grafika**
- **Flexibilita**

…ale

- **Nové veličiny:** *Snadno lze vytvářet nové veličiny pomocí požadovaných transformací.*
- **Velikost datových souborů:**
- **Snadný přenos dat:**

Nevýhody počítačového zpracování I.

Chyby v softwaru.

Ne všechny statistické programy jsou spolehlivé.

Univerzálnost.

Může vést k výběru nevhodné metody zpracování.

Je velmi důležité, aby každý, kdo používá statistický software, si byl vědom úrovně svých statistických znalostí a užíval pouze ty metody, kterým rozumí. Pozor na používání neznámých statistických metod.

Černá skříňka.

.

Špatná data plodí špatné závěry.

.

Vymezení základních statistických pojmů

statistika - definice

Statistika **je vědní obor zabývající se zkoumáním jevů, které mají hromadný charakter.**

Hromadné jevy:

jevy, které

které se vyskytují u souboru lidí, věcí, událostí

A jsou

výsledkem působení velkého množství příčin,

Příklady: kvalita vody – chem. složení, emise, produkce odpadů,
zaměstnanost,
novorozenecká úmrtnost,
HMOTNOST NOVOROZENÝCH DĚTÍ
zatížení osob hlukem……..

Statistická jednotka: je to určitý jev či prvek, který je předmětem statistického šetření a pro který se zjišťují údaje

Statistická jednotka musí být přesně vymezena na počátku vlastního šetření a to z hlediska **věcného, časového, prostorového. (CO, KDY, KDE)**

Příklady:

stat. jednotka – občan, novorozenec, rodina, dům,, obec,výrobní podnik,

Co:

Kde:

Kdy:

Statistický znak:

je to určitá vlastnost statistické jednotky, kterou se snažíme postihnut.

Tzv. **shodné (společné) znaky** vymezují příslušnost statistické jednotky k určitému statistickému souboru.

Ostatní jsou znaky **proměnlivé (variabilní)**.

Příklady: shodný znak – novorozenost

proměnlivé znaky – váha, délka, jméno, národnost……

stat. jednotka
novorozenec

Statistické znaky lze dělit na znaky

- A) **prostorové**
- **B) časové**
- **C) věcné:**
    1. **kvalitativní:**
        - **alternativní**
        - **možné**
    2. **kvantitativní:**
        - **spojité**
        - **diskrétní/nespojité**

místo narození: Brno

datum: 30.9.2011

pohlaví:muž

národnost:česká

délka v cm: 55

Doplňte další příklady

Statistické znaky můžeme získat :

- **přímo** – (např. měřením, zvážením) tj.
- **………..data**
- **nepřímo** (výpočtem), (znaky odvozené) tj. ………….**data**

Statistický soubor:

skupina statistických jednotek stejného druhu (věcně, prostorově a časově vymezených)

Je to **množina všech prvků**, které jsou předmětem daného statistického zkoumání. **Každý z prvků je statistickou jednotkou.**

.

Prvky tvořící statistický soubor mají:

určité společné vlastnosti - tzv. **shodné - identifikační znaky**

- **sledované znaky – tyto znaky** statisticky šetříme

Příklad:
statistický soubor Novorozenci v ČR
Shodný - identifikační znak: novorozenost
sledovaný znak: váha, živý, pohlaví

Statistický soubor:Občané v produktivním věku

Shodný - identifikační znak:

Sledovaný znak:

Statistický soubor můžeme podle různých hledisek dále dělit:

Statistický soubor

- **jednorozměrný**
- **vícerozměrný**

Příklady

(váha dítěte), 1 –rozm.:3650, 2100, 1200, 3500, 4100, 2800

dvourozm. (váha; délka), 3650, 55;

! jako dvojice! 2100, 47;

1200, 36,

3500, 50

Statistický soubor **základní** a **výběrový**

Výběrový soubor

je podmnožinou základního souboru. Je vytvořen ze statistických jednotek, vybraných podle určitého hlediska.

Př. Novorozenci v Jihomoravském kraji

Reprezentativní výběr:

Pokud zkoumaný výběr dobře odráží strukturu celého zkoumaného souboru, nazýváme jej reprezentativním výběrem.

Př. šetření průzkum volebních výsledků, peoplemetry

Rozsah statistického souboru:

počet statistických jednotek v souboru:

N – rozsah základního souboru

n – rozsah výběrového souboru

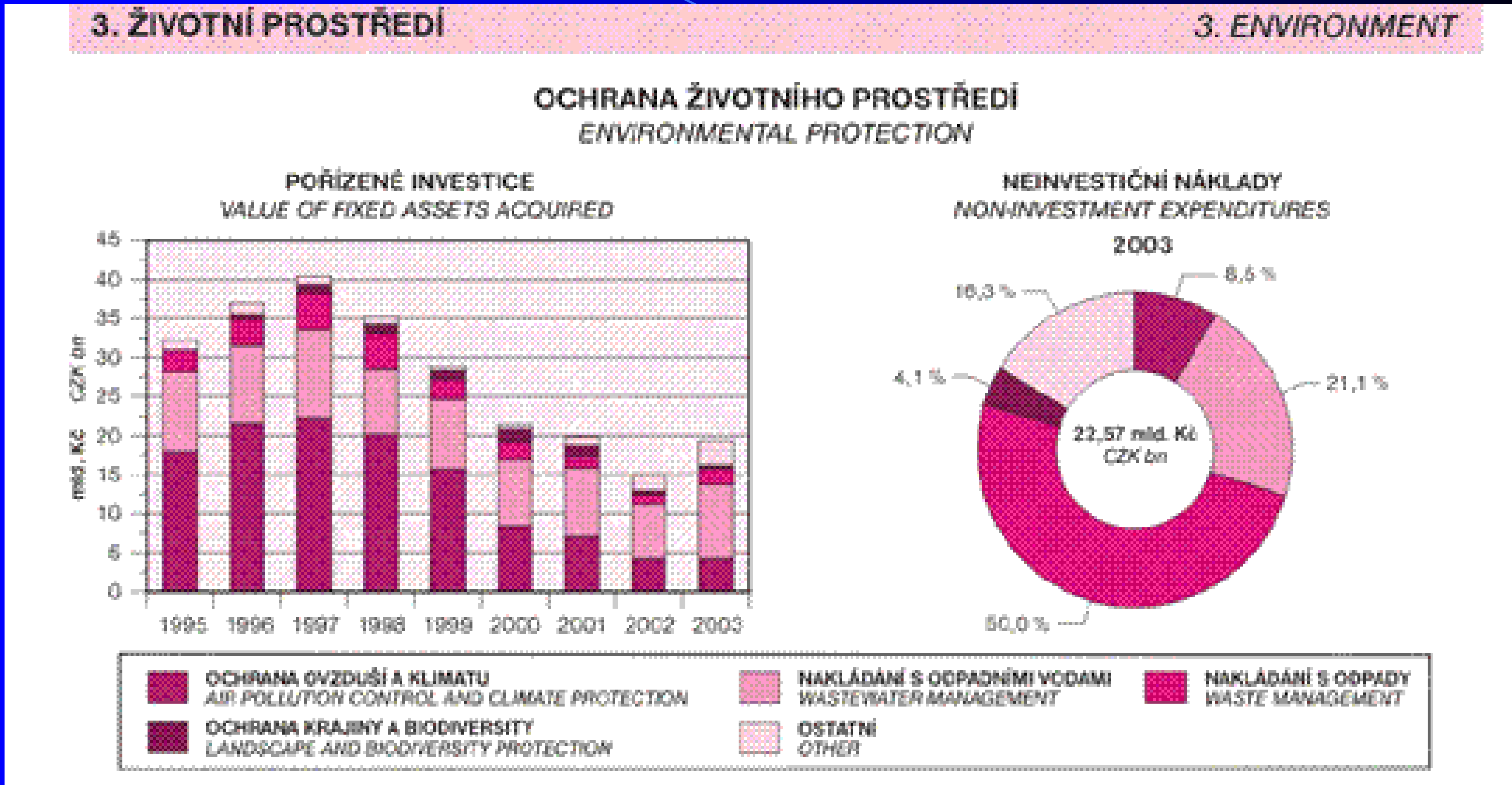
Grafické znázornění jevů

Grafické znázornění jevů

- **Graf – definice**
- – kresba podle pravidel znázorňující kvalitativní a kvantitativní informace

- **Základní prvky** grafického znázornění:
- 1.Název, příp. podnázev
- 2.vlastní kresba
- 3.stupnice a její popis (rovnoměrná, nerovnoměrná)
- 4.legenda/klíč
- 5.zdroj údajů
- vysvětlivky, poznámky,

Graf – ukázka

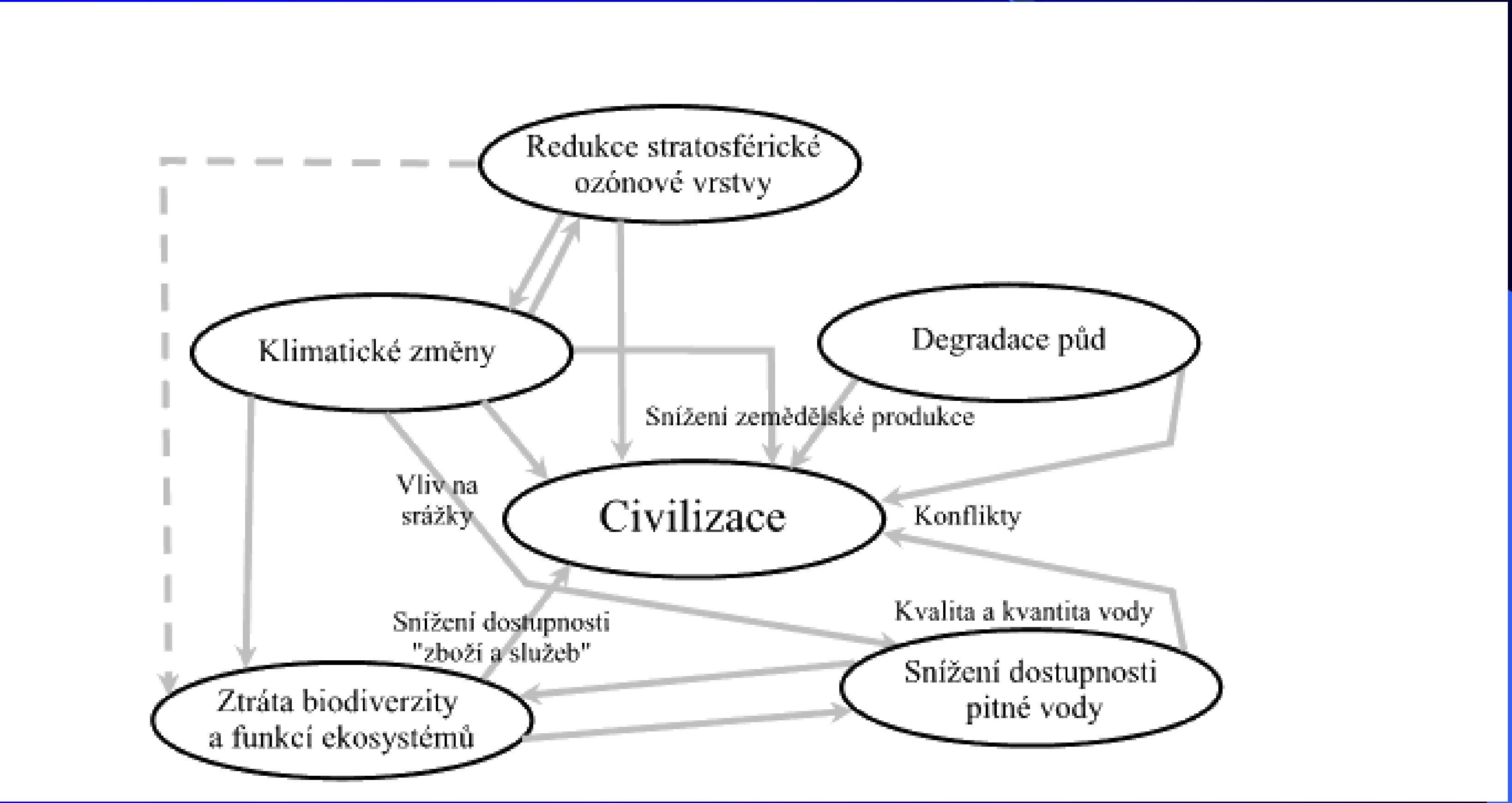


Český statistický úřad, 2003

Typy grafů

- **<u>schéma</u>** – znázorňuje strukturu a vztahy jevu či procesu
- Příklad
- **<u>diagram</u>** – znázorňuje kvantitativní údaje o souboru
  - sloupcový, bodový, plošný atd.
- příklad
- **<u>statistická mapa</u>** – prostorové rozložení prvku v podkladové mapě

schéma


Redukce stratosférické ozónové vrstvy
Klimatické změny
Degradace půd
Snížení zemědělské produkce
Vliv na srážky
Civilizace
Konflikty
Snížení dostupnosti "zboží a služeb"
Kvalita a kvantita vody
Ztráta biodiverzity a funkcí ekosystémů
Snížení dostupnosti pitné vody

Diagram

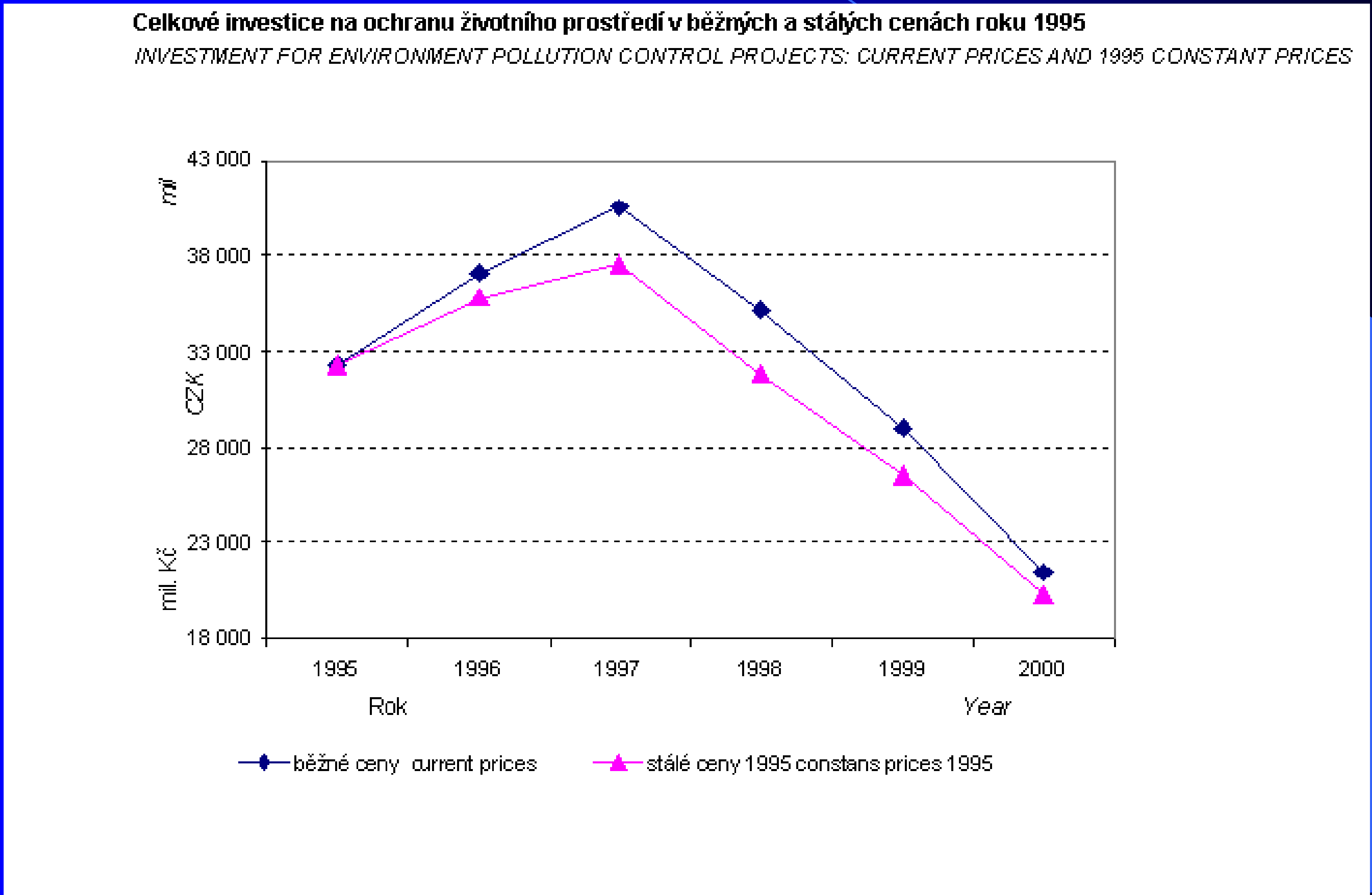
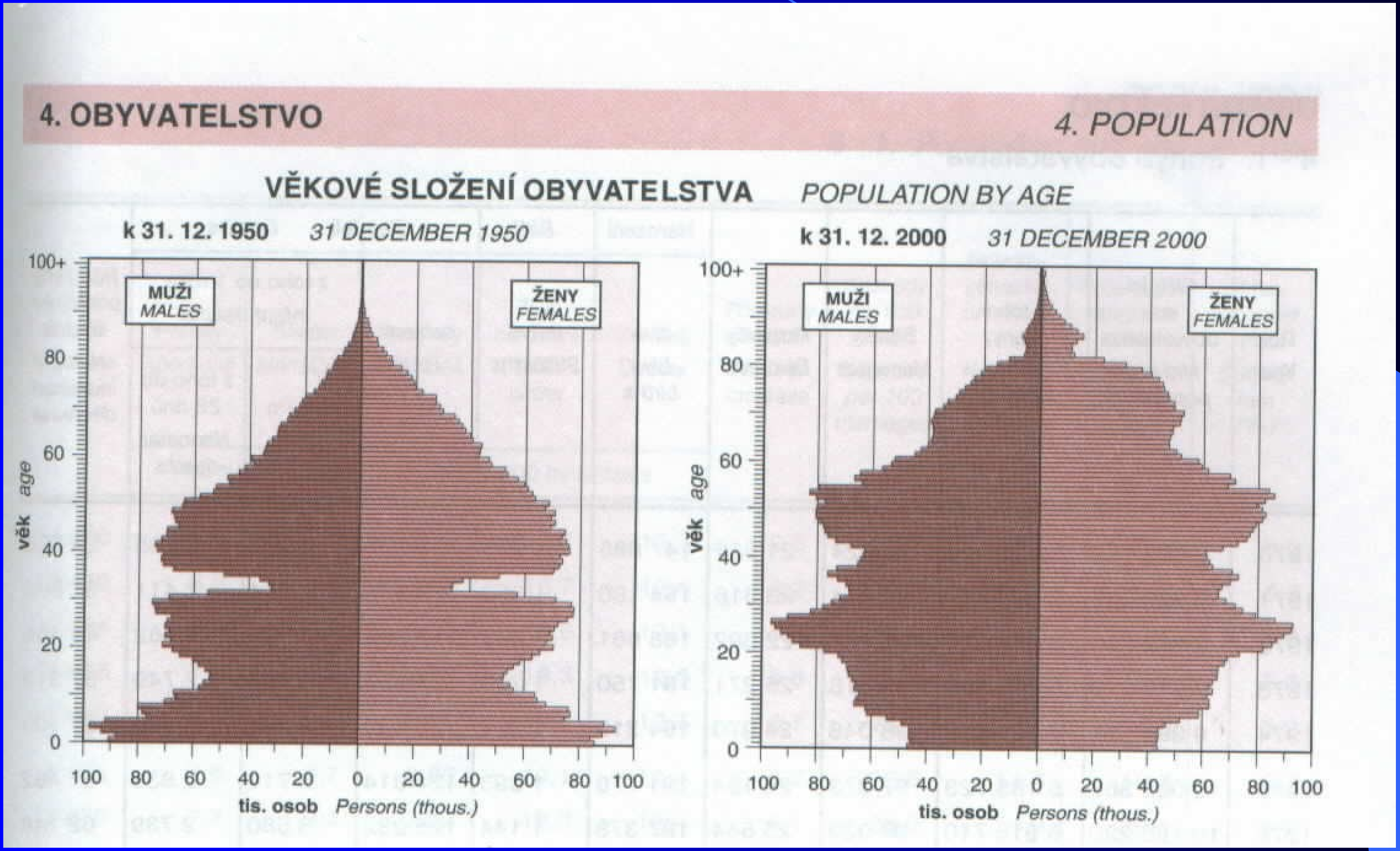
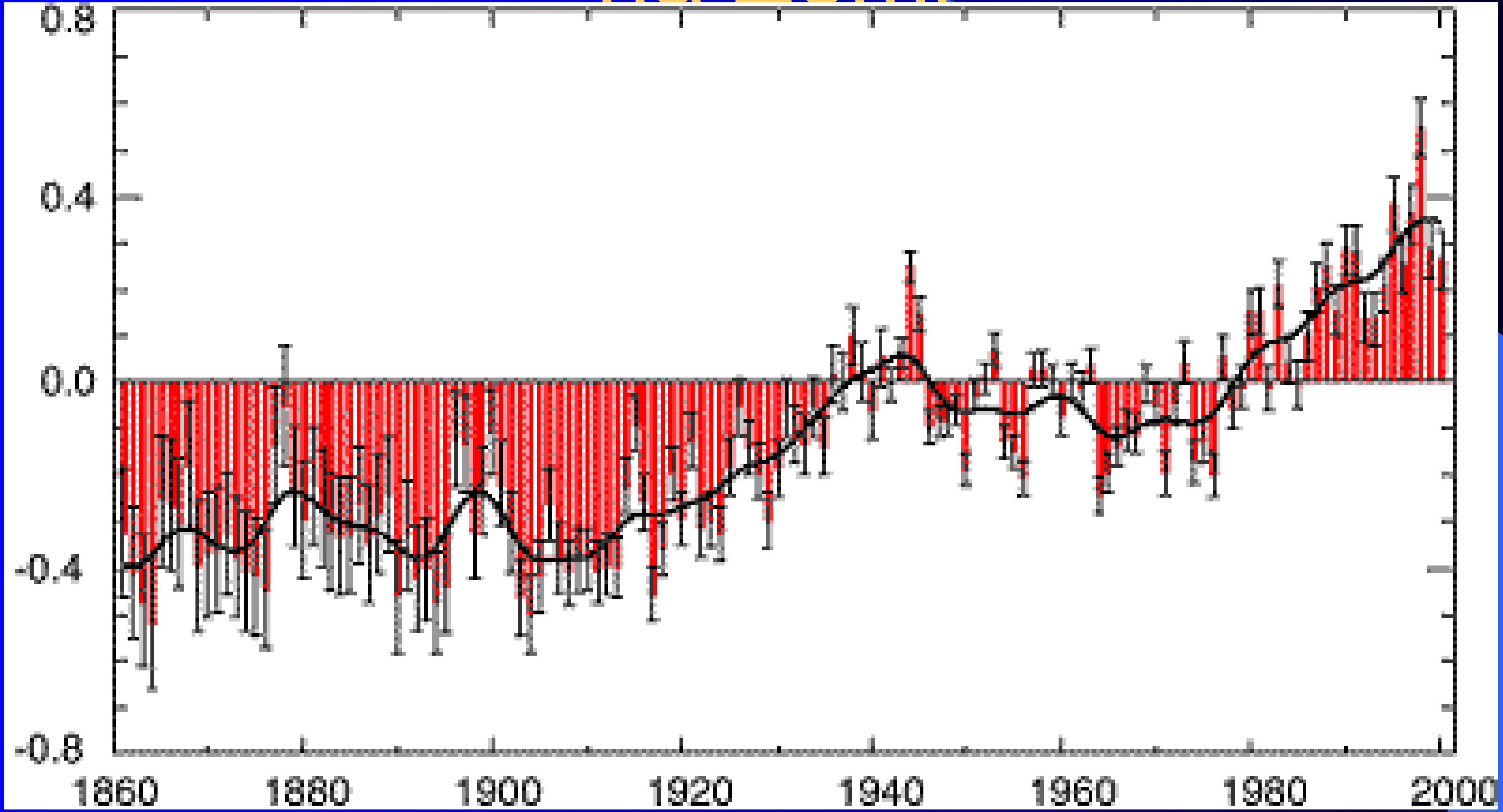

Celkové investice na ochranu životního prostředí v běžných a stálých cenách roku 1995
INVESTMENT FOR ENVIRONMENT POLLUTION CONTROL PROJECTS: CURRENT PRICES AND 1995 CONSTANT PRICES
43 000
38 000
33 000
28 000
23 000
18 000
mil. Kč
CZK
mil
1995
1996
1997
1998
1999
2000
Rok
Year
běžné ceny current prices
stálé ceny 1995 constans prices 1995

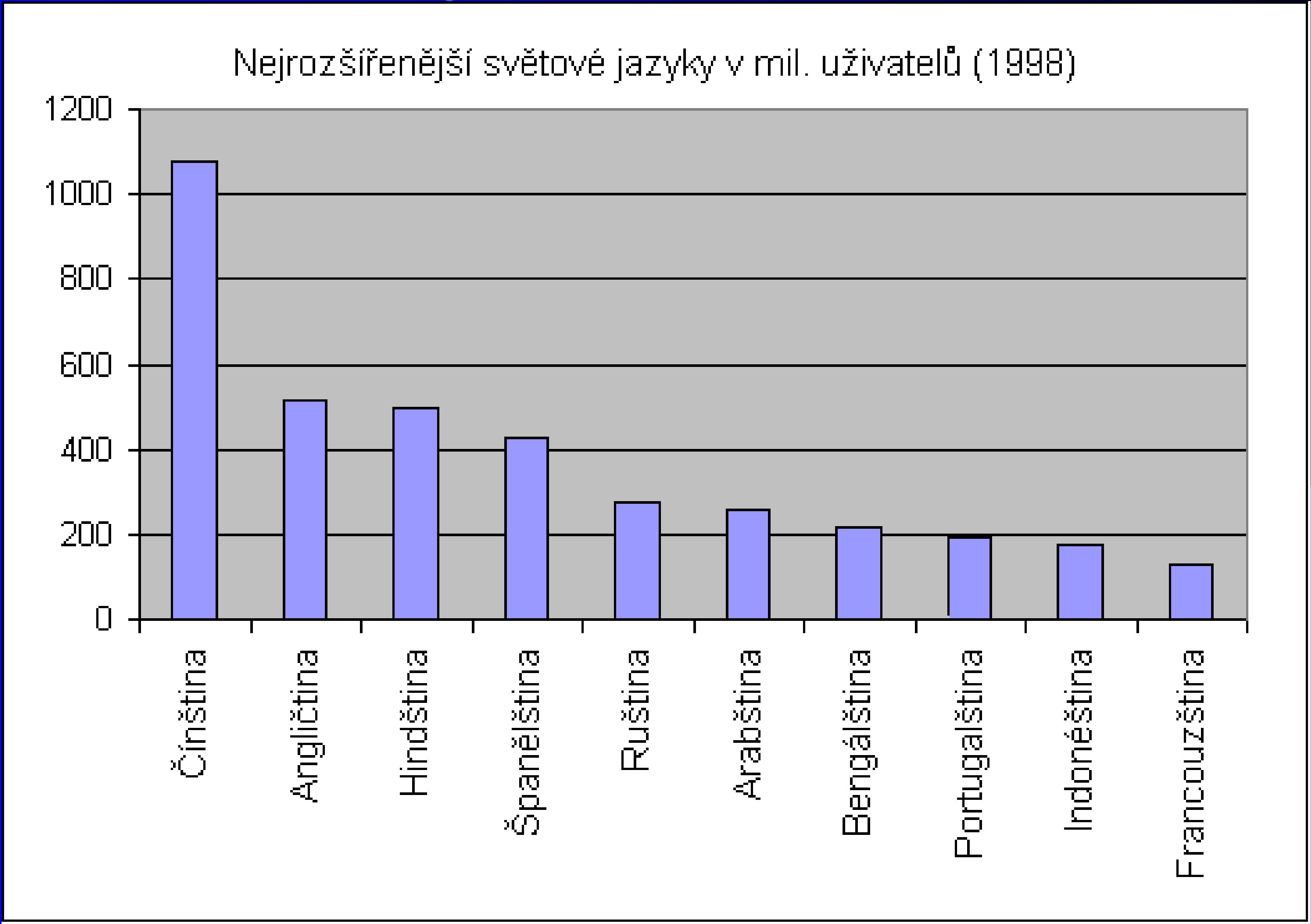
Diagram_ - věkové složení obyv., tzv.pyramida života

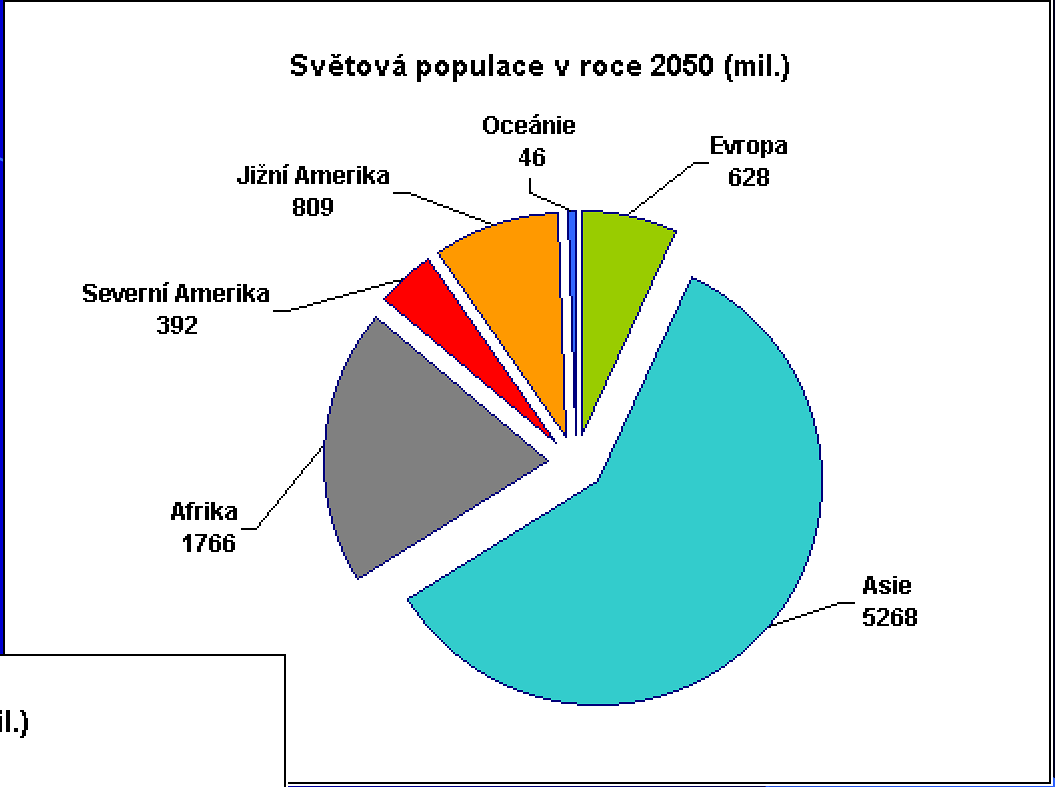


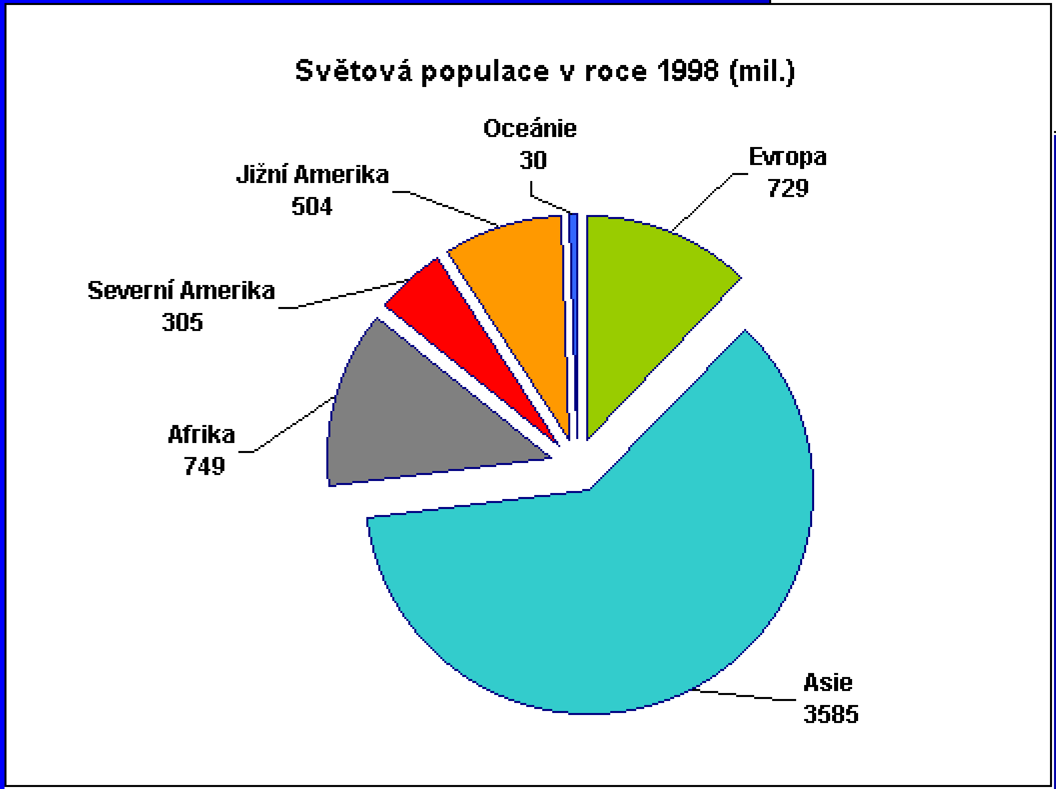
Český statistický úřad, 2003

Odchylka od průměrné teploty na Zemi

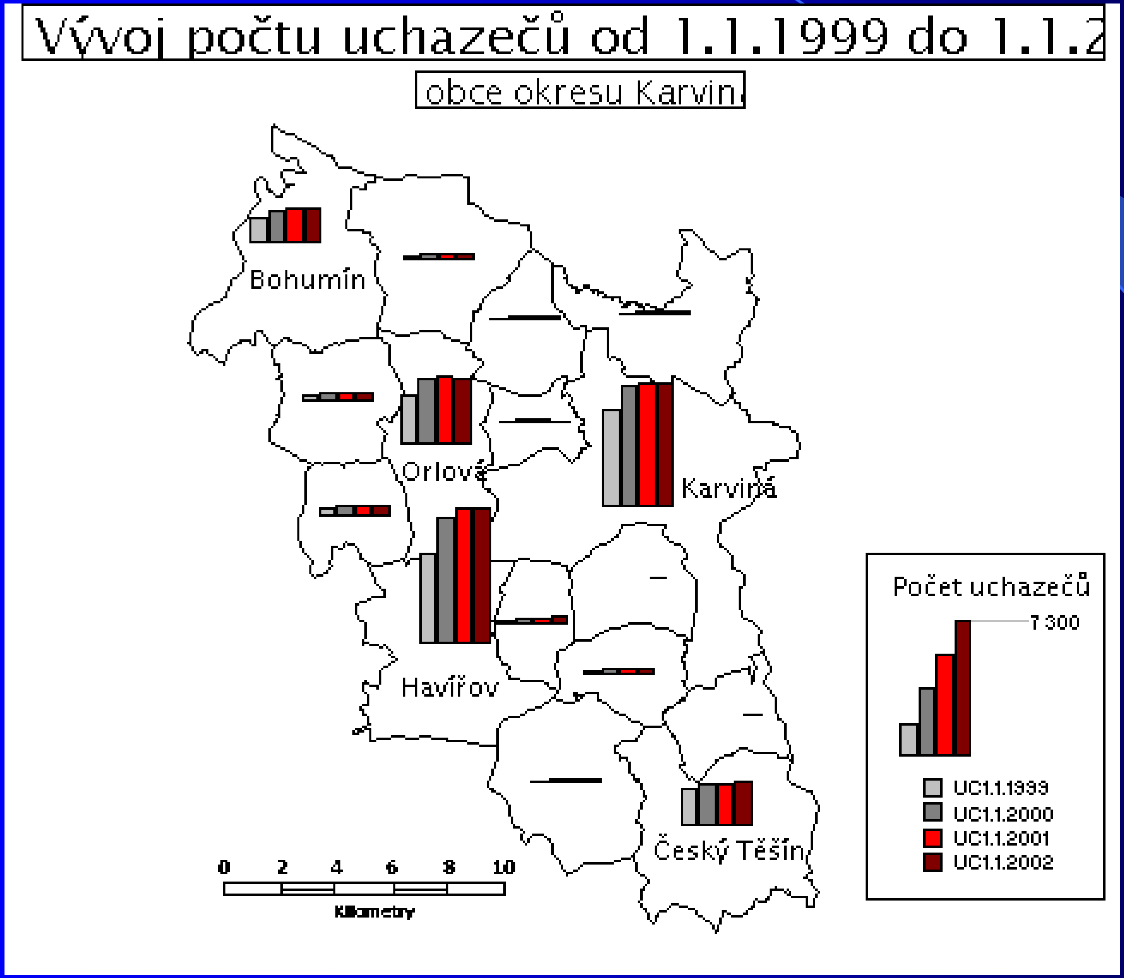



Nejrozšířenější světové jazyky v mil. uživatelů (1998)
1200
1000
800
600
400
200
0
Čínština
Angličtina
Hindština
Španělština
Ruština
Arabština
Bengálština
Portugalština
Indonéština
Francouzština


Světová populace v roce 2050 (mil.)
Oceánie
46
Evropa
628
Jižní Amerika
809
Severní Amerika
392
Afrika
1766
Asie
5268


Světová populace v roce 1998 (mil.)
Oceánie
30
Evropa
729
Jižní Amerika
504
Severní Amerika
305
Afrika
749
Asie
3585

Statistická mapa



okresní úřad Karviná, 2003

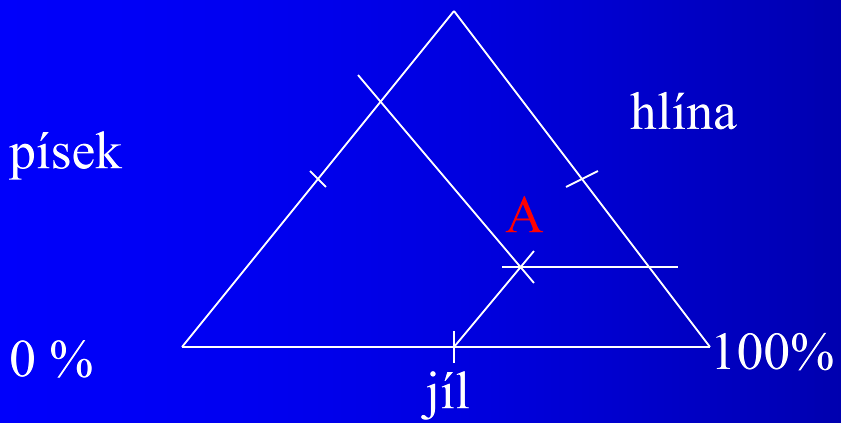
Použití grafických papírů při studiu geografických jevů

Grafický papír usnadňuje vynášení prvků do grafu.

- <u>Milimetrový papír</u> – rovnoměrné stupnice, čáry se jeví v původní, nezkreslené podobě
- <u>Pololologaritmický papír</u> – kombinace dvou sítí – rovnoměrné a logaritmické
- <u>Pravděpodobnostní papír</u> – kombinace rovnoměrné a pravděpodobnostní stupnice

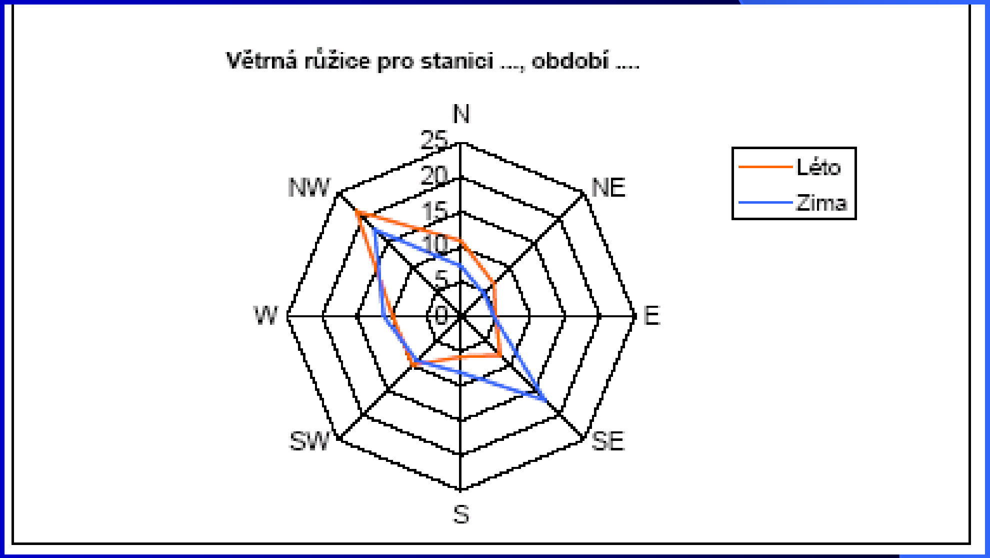
Sítě

- Trojúhelníková síť – znázorňování jevů o třech prvcích, které mají vždy konstantní součet
- např. půdní druhy
- půda A:: 50 % jílu, 25% hlíny, 25%, písku
- př. Vzdělání



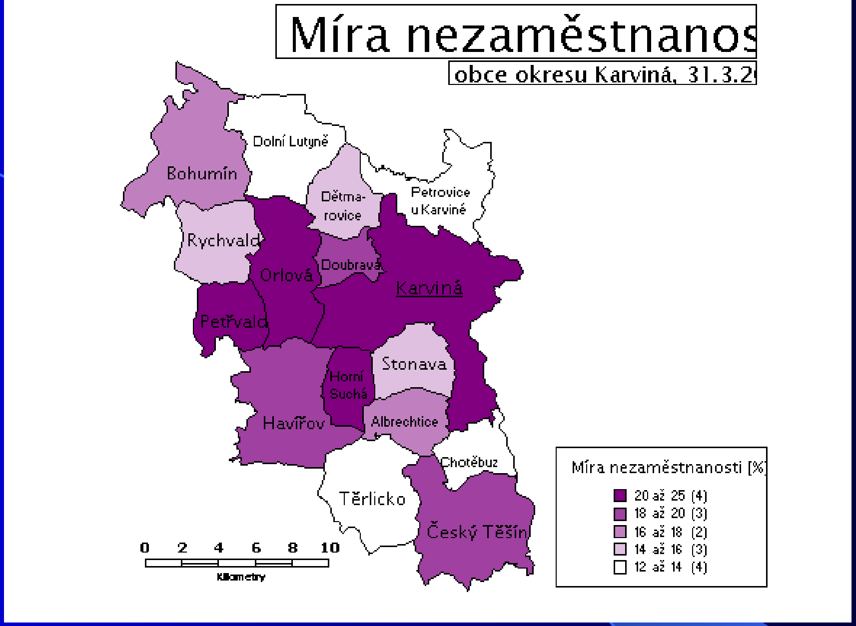
Sítě

- Kruhová (radiální) síť – kombinace soustředných kružnic a přímek procházejících středem kružnice
- pro grafické znázorňování opakujících se jevů, struktury jevů
- Příklad
- roční chod teploty
- směry větru



statistická mapa:
kartogram
kartodiagram

kartogram

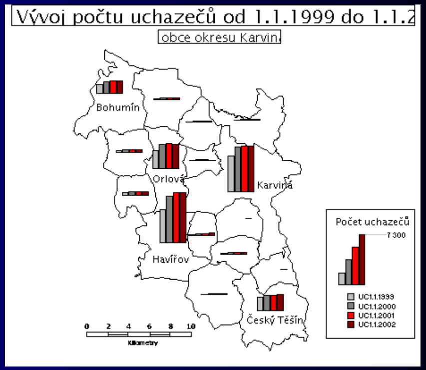


Kartogram je obrysová kartografická kresba územních celků, ve kterých jsou grafickým způsobem (barevný odstín, rast) plošně znázorněna statistická data týkající se různých geografických jevů (lidnatost, využívání ploch apod.)

Kartogramy lze rozdělit podle územního dělení na:

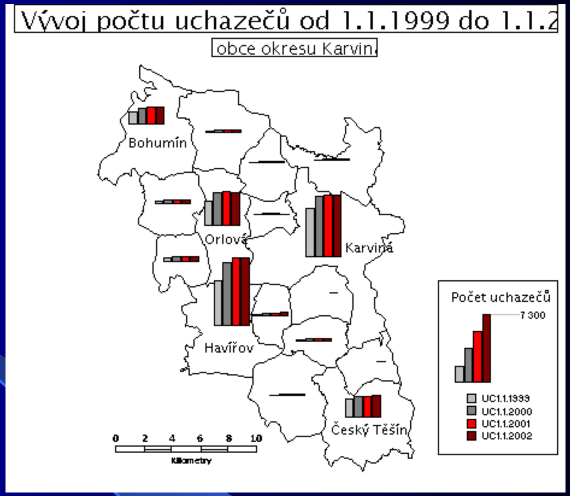
- kartogramy s geografickými hranicemi
- kartogramy s geometrickými hranicemi

Kartodiagram



- Kartodiagramy jsou diagramy vložené do mapové kostry, kterou tvoří dílčí územní celky.
- Jejich údaje se vztahují na celé území jednotky, kde leží
- (rozdíl od metody lokalizovaných diagramu – údaj vztahující se k urč. bodu – např. chod roční srážek na meteorolog. stanici)

Kartodiagramy



Vkládanými diagramy mohou být:

- Spojnicové diagramy pro vyjadřování časových řad
- sloupcové diagramy (sloupce, věkové pyramidy apod.)
- různě dělené geometrické značky

Grafické metody analýzy geografických jevů

- 1.znázornění intenzity jevu v prostoru
- a) absolutními metodami
-     *značková metoda (velikost značky odpovídá velikosti jevu)
-     * bodová metoda (počet prvků….velikost jevů)
- b) relativními metodami (např. šrafování- hustota obyv.)

př

Grafické metody analýzy geografických jevů

- 2.znázornění struktury jevu v prostoru
- využití výsečových grafů
- *pouze strukturu vyjádříme výsečovými grafy se stejným poloměrem
- *strukturu a velikost celku (výsečový graf + velikost poloměru odp. velikosti jevu)

př

Náležitosti statistické mapy

Obsah mapy tvoří všechny objekty, jevy a jejich vztahy, které jsou v mapě kartograficky znázorněny

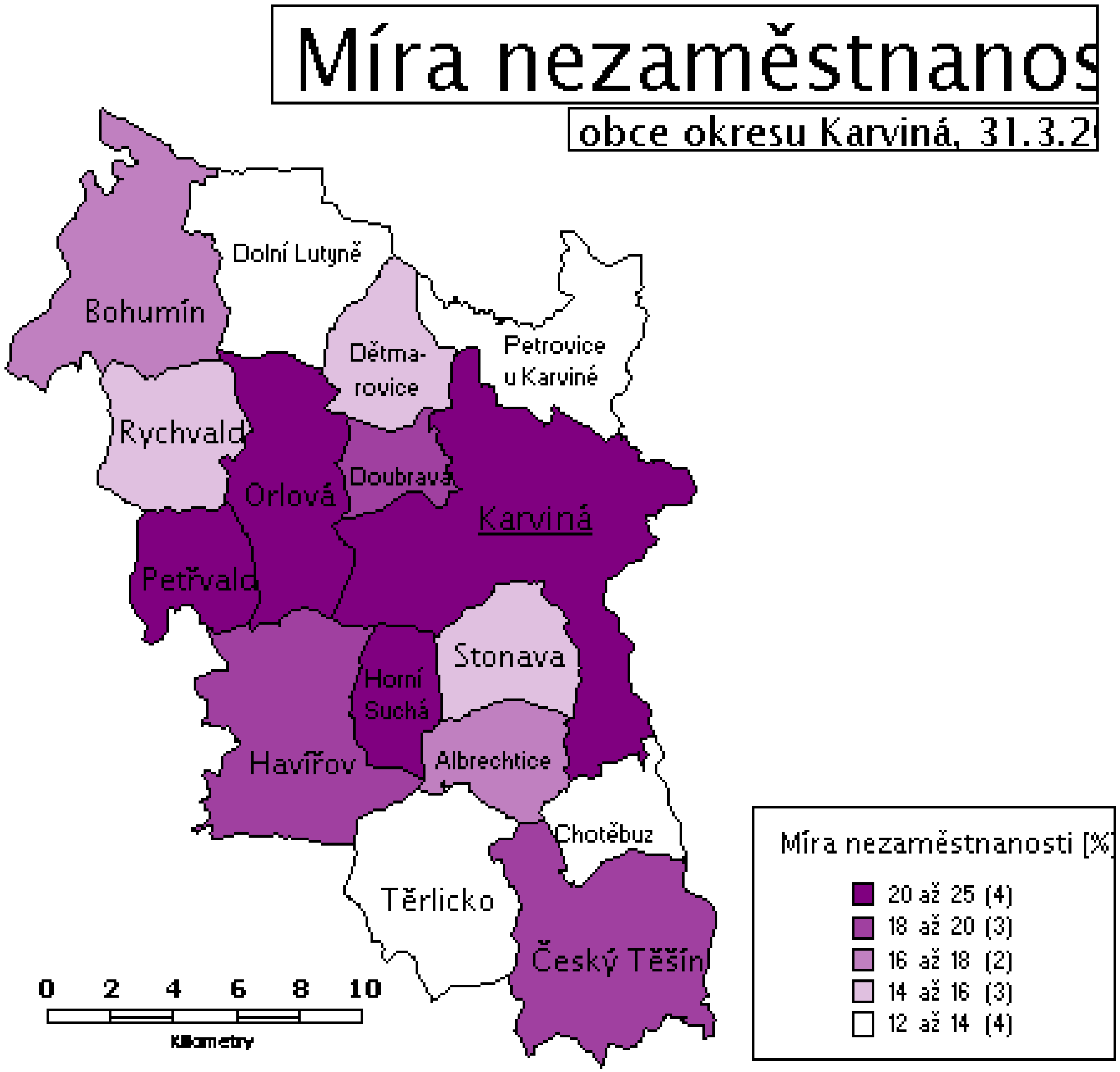
Základní údaje tvoří

- **Název mapy** - stručně a výstižně charakterizuje zobrazené území, druh mapy
  lze i název hlavní a vedlejší)
- **Mapový rámec – „vlastní mapa“**
- **Měřítko** v číselné, grafické nebo slovní formě
- **Legenda** (vysvětlivky) – podávají výklad použitých mapových značek a ostatních kartografických vyjadřovacích prostředků včetně barevných a velikostních stupnic, legenda musí být:
  - Úplná, logicky uspořádaná, přehledná a zapamatovatelná, POZOR na intervaly, na barevnou škálu
- **Autoři**

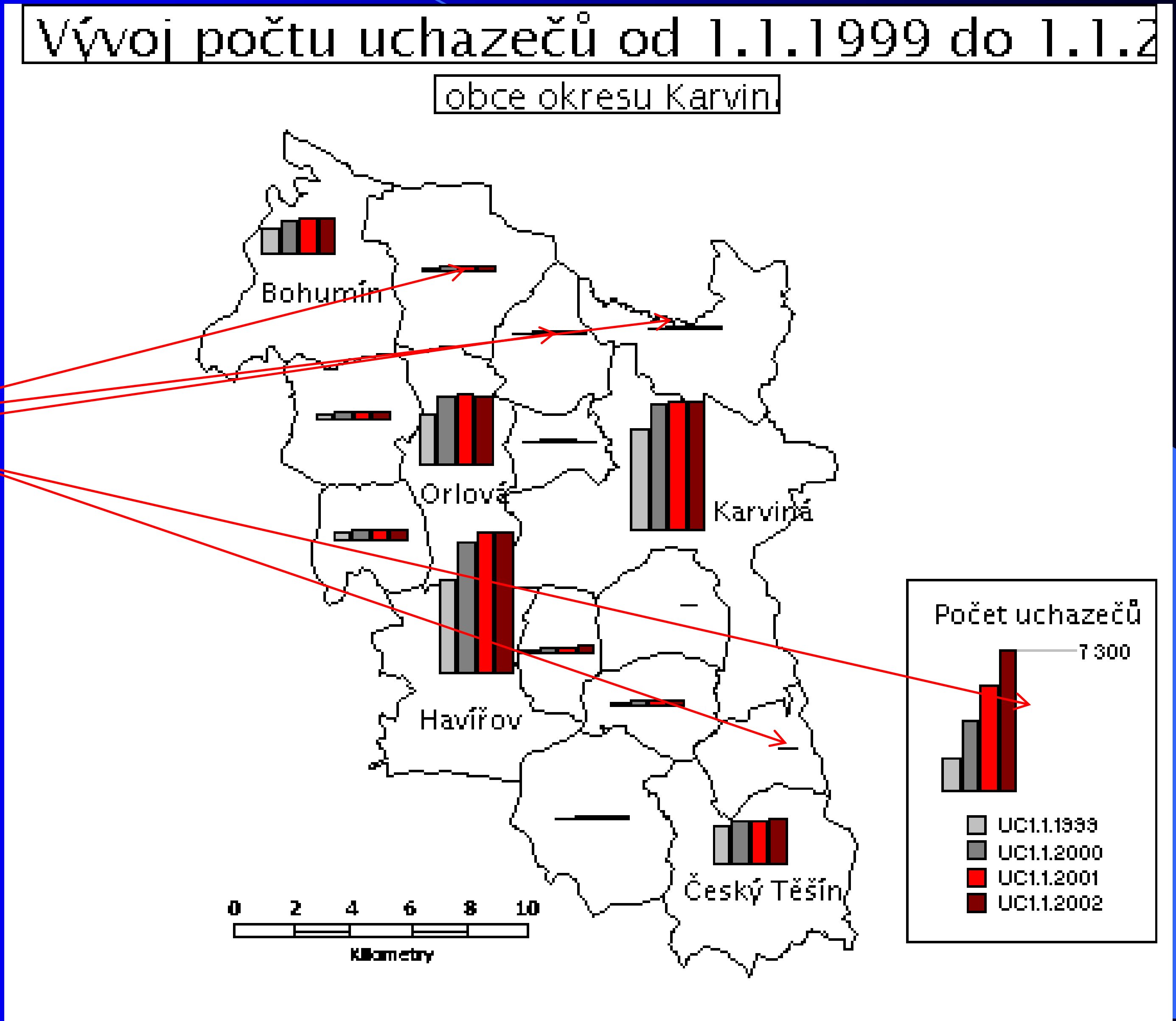
Dalšími údaji mohou být :

- vyznačení severu nebo směrová růžice, souřadnicový systém, přehled použitých mapových podkladů, datum, ke kterému se obsah mapy vztahuje
- obrázky, grafy, tabulky, text

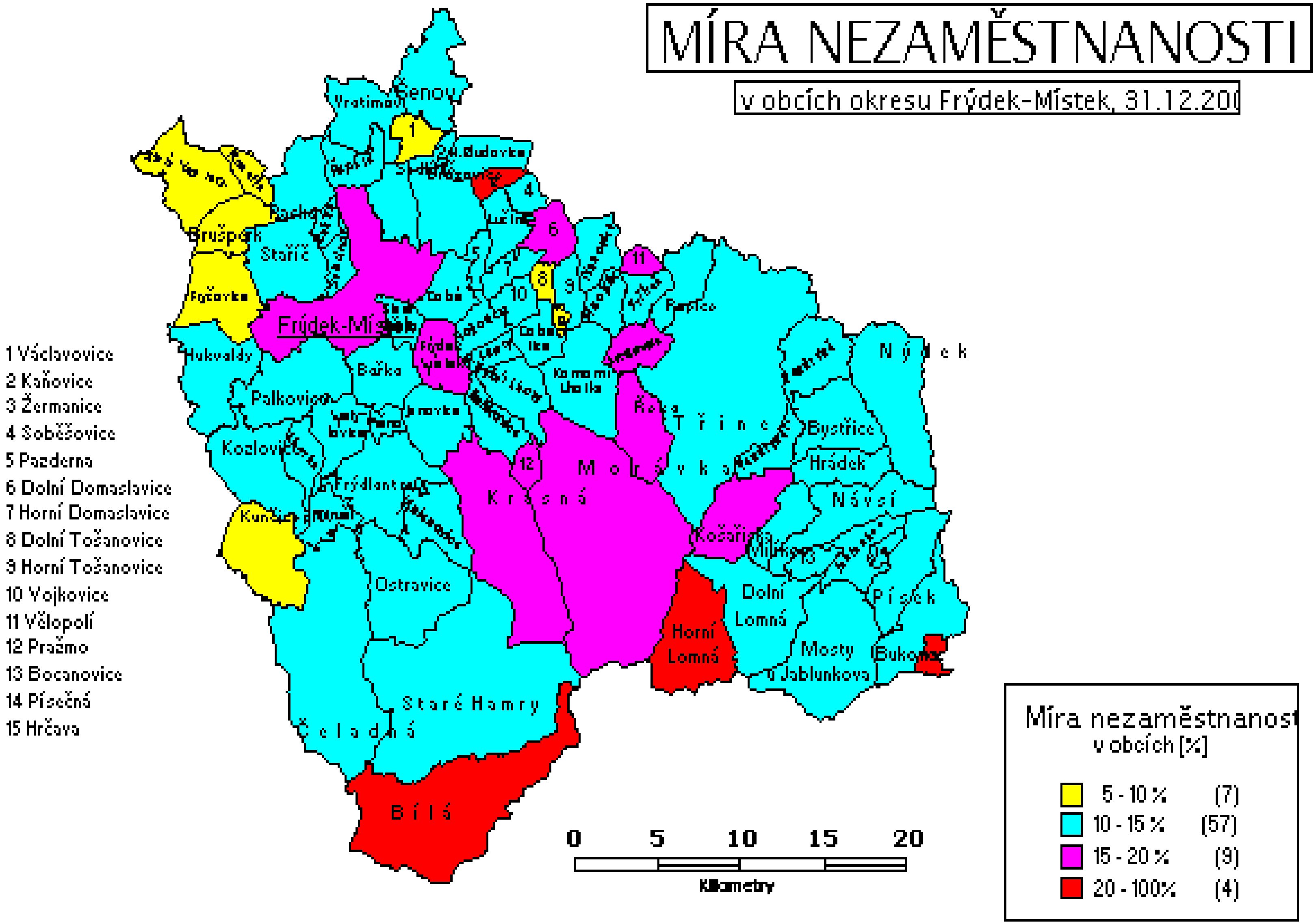
Hledejme chyby



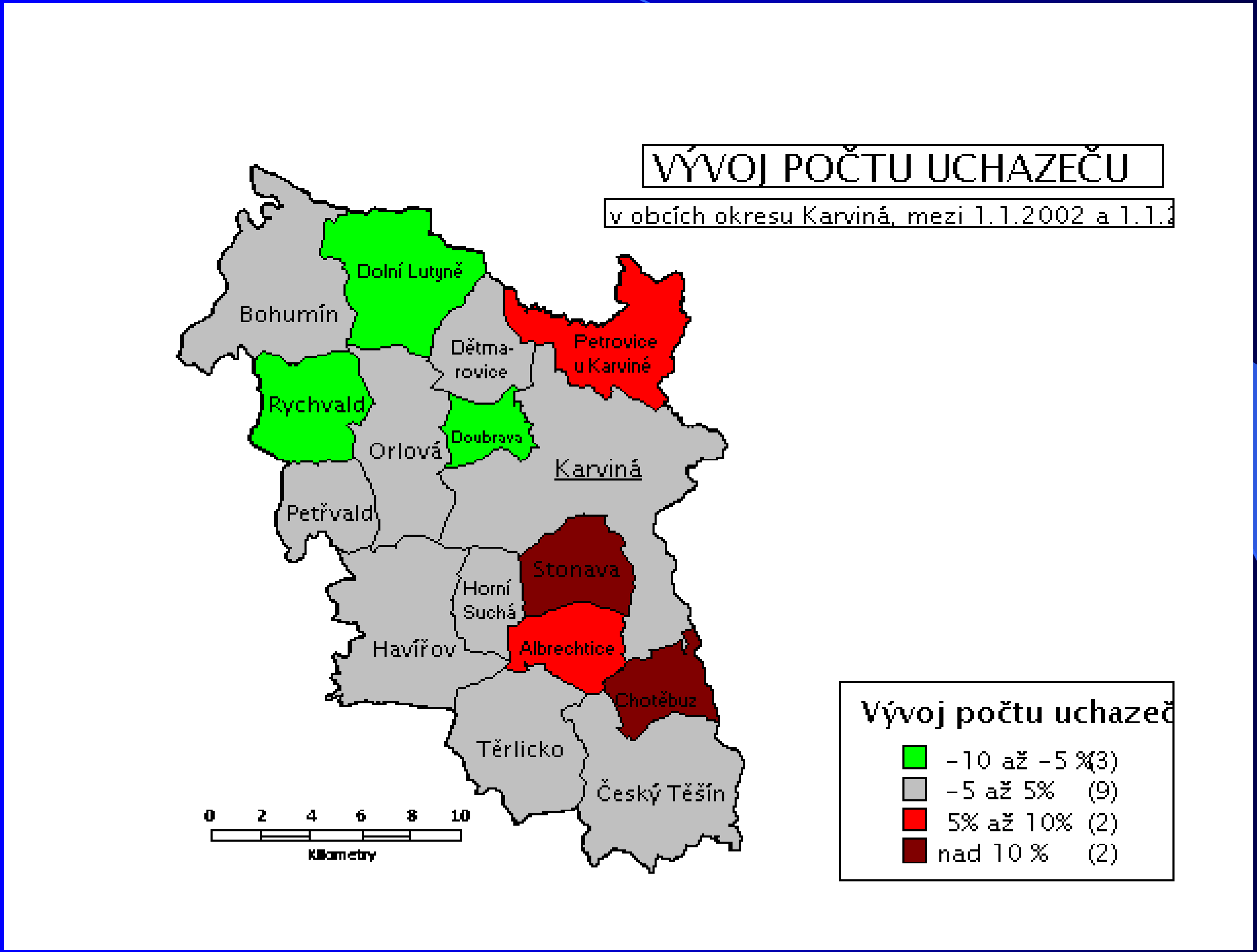
Hledejme chyby



studenti samostatně



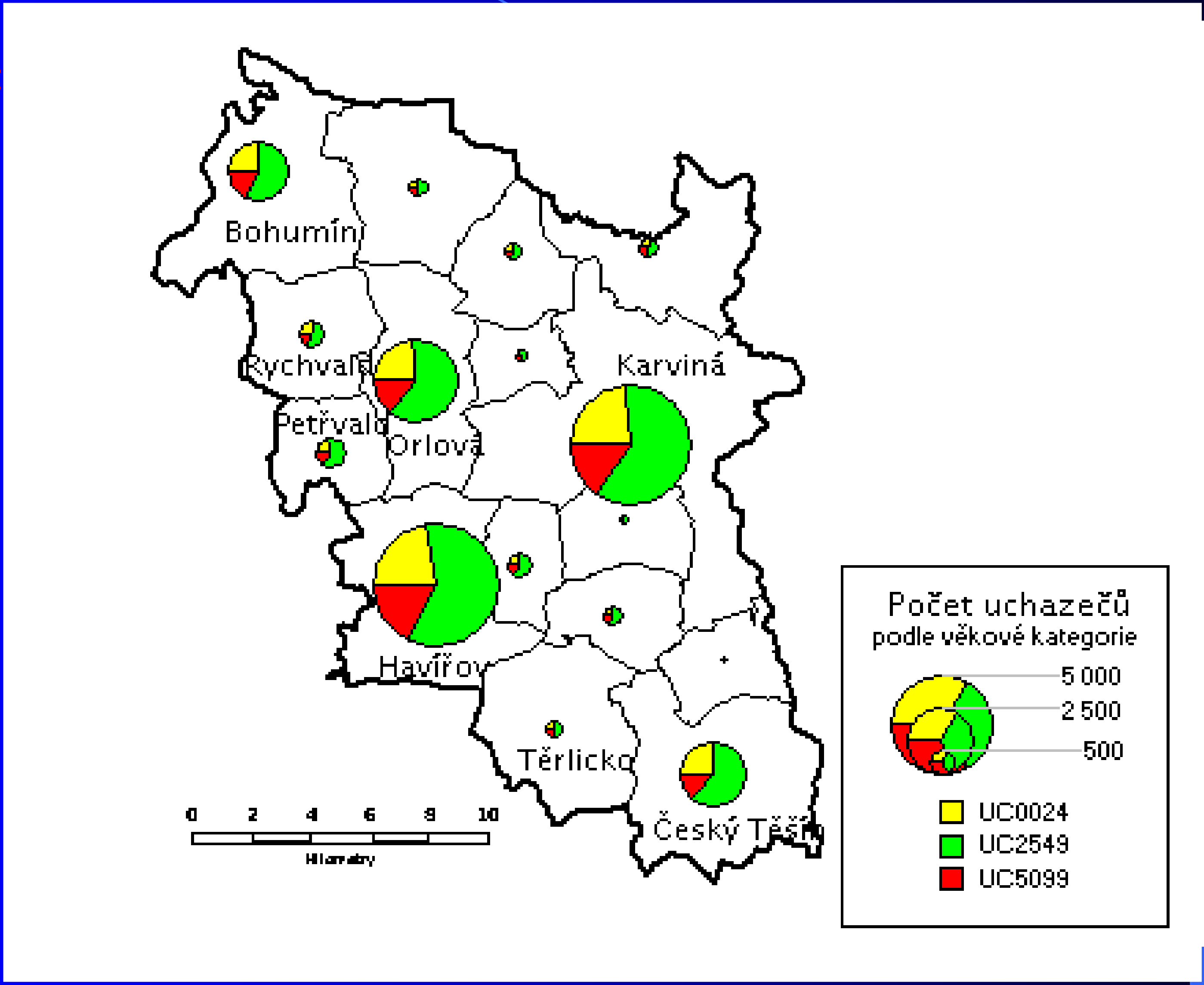
Hledejme chyby



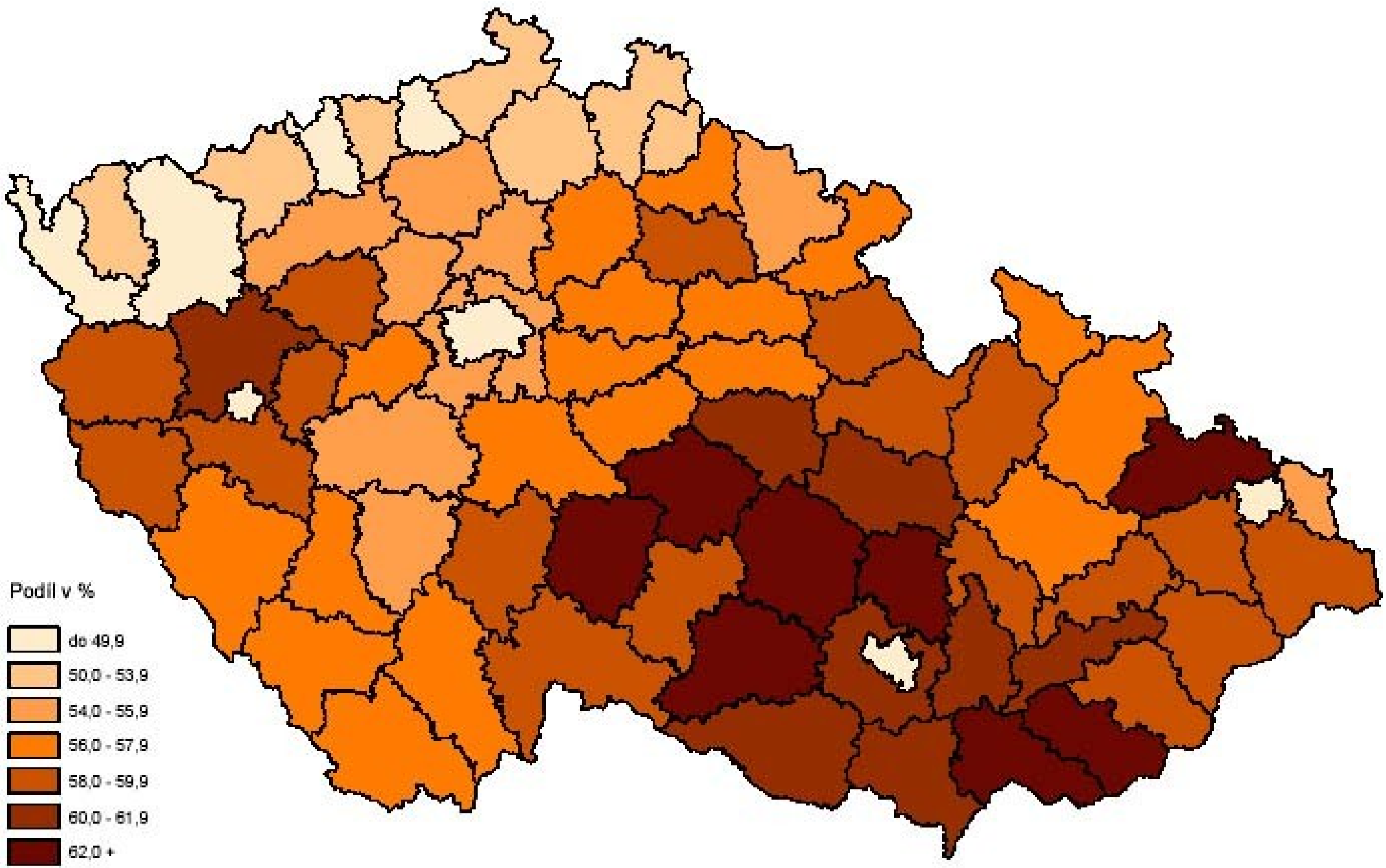
Jak byla vymezena st. jednotka?

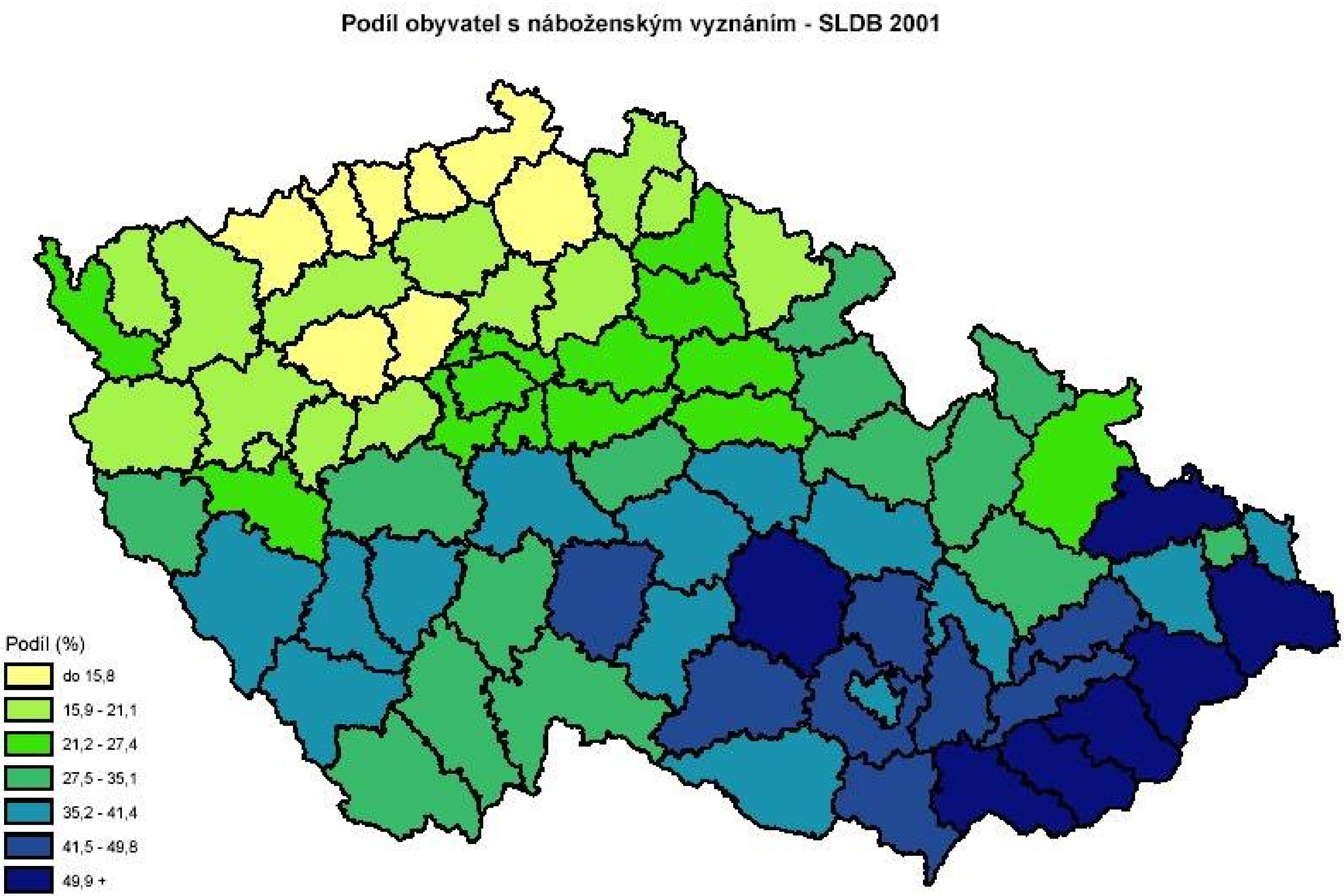
Vel .stupnice?:

Barevnost?:

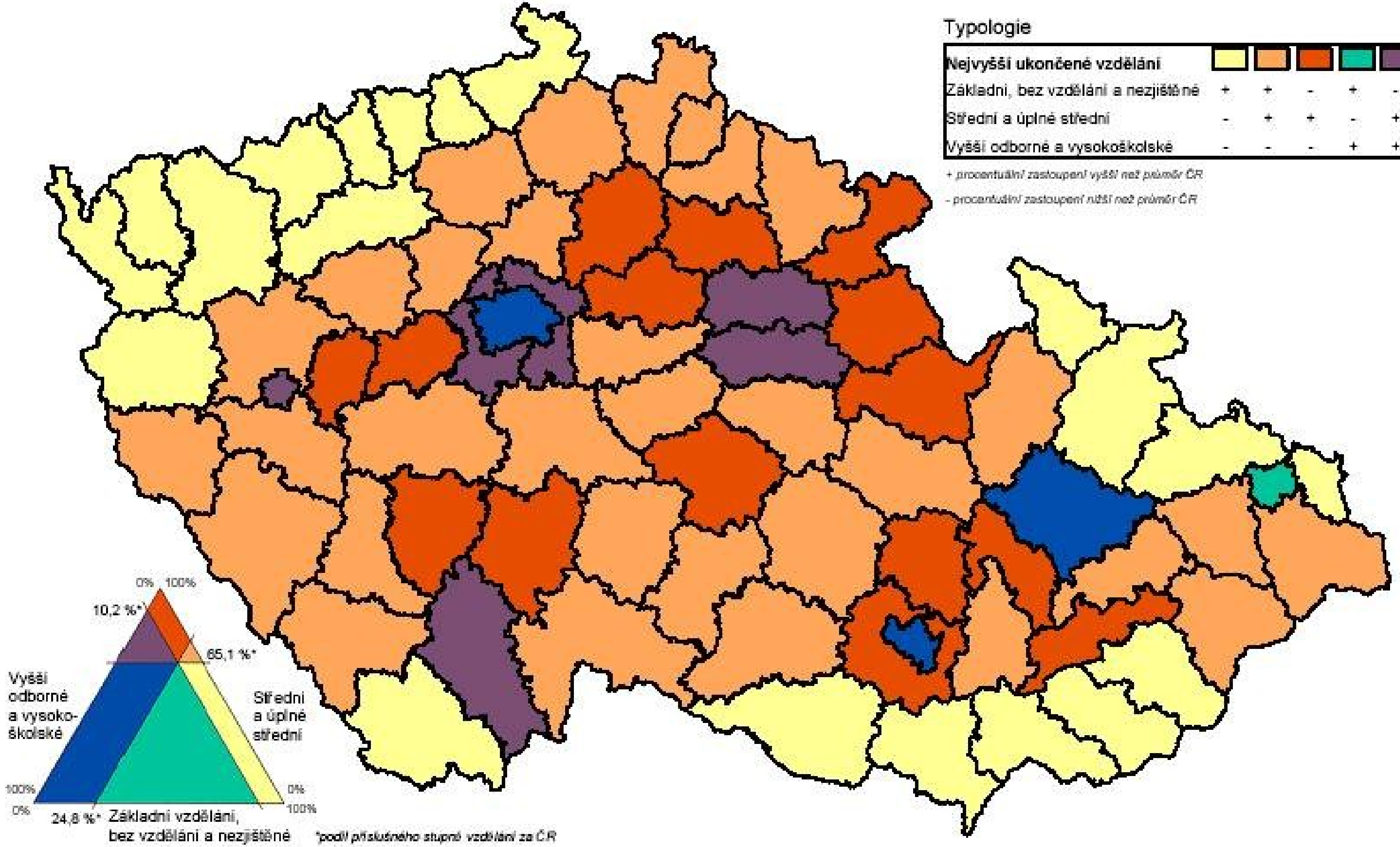


Podíl úplných rodin z úhrnu domácností - SLDB 2001




Podíl obyvatel s náboženským vyznáním - SLDB 2001
Podíl (%)
do 15,8
15,9 - 21,1
21,2 - 27,4
27,5 - 35,1
35,2 - 41,4
41,5 - 49,8
49,9 +

Typologie okresů ČR dle nejvyššího ukončeného vzdělání obyvatel ve věku 15 a více let - SLDB 2001



Izolinie – konstrukce a vlastnosti

- Izolinie – čáry, které v grafu spojují body se stejnou intenzitou (velikostí, hodnotou) jevu
- získávají se <u>metodou prostorové interpolace hodnot</u> vynesených do grafu
- plynulé čáry
- izobary, izotermy, vrstevnice atd.
- Konstrukce izolinie - příklad

Rozdělení četností

Absolutní, relativní kumulované četnosti

- četnost – počet výskytu určité hodnoty v souboru, frekvence hodnoty
- rozdělení četností – počty prvků s určitými hodnotami statistického znaku, obvykle pro nespojité hodnoty
- skupinové rozdělení četností - počty prvků s hodnotami statistického znaku, které patří do určitého intervalu, obvykle pro spojité hodnoty

skupinové rozdělení četností

- roztřídíme statistické jednotky podle velikosti jejich statistického znaku do intervalů
- interval – hranice, dolní a horní mez, šířka (délka)

zásady:

- vymezené hranice pro jednoznačné zařazení prvků
- obvykle stejná šířka
- přiměřený počet intervalů

Četnosti

- absolutní četnost – počet jednotek v intervalu
- relativní četnost – podíl četností na rozsahu souboru
- kumulovaná četnost – počet jednotek s hodnotami menšími nebo rovny horní hranici intervalu
- příklad

Tab.S Skupinové rozdělení četností,
ukázka – příklad váha 50 novorozenců v JMK

Interval	střed	abs. č.	relativ. č.	kumul. abs.	kumul. relat.
500 - 1000	750				
1001 - 1500	1250				
1501 - 2000	1750				
atd.					
		50	100%		

Grafické znázornění rozdělení četností

- histogram
- polygon
- čára kumulovaných četností

<u>čára kumulovaných četností</u> – součtová čára,
graf kumulované četnosti, vždy k horní hranici intervalu

Histogram

<u>Histogram</u> – sloupcový diagram,
šířka sloupce – šířka intervalu, výška sloupce - četnost

náčrt

Polygon

Polygon – spojnicový diagram,
hodnoty četnosti se vynáší ke středům intervalu

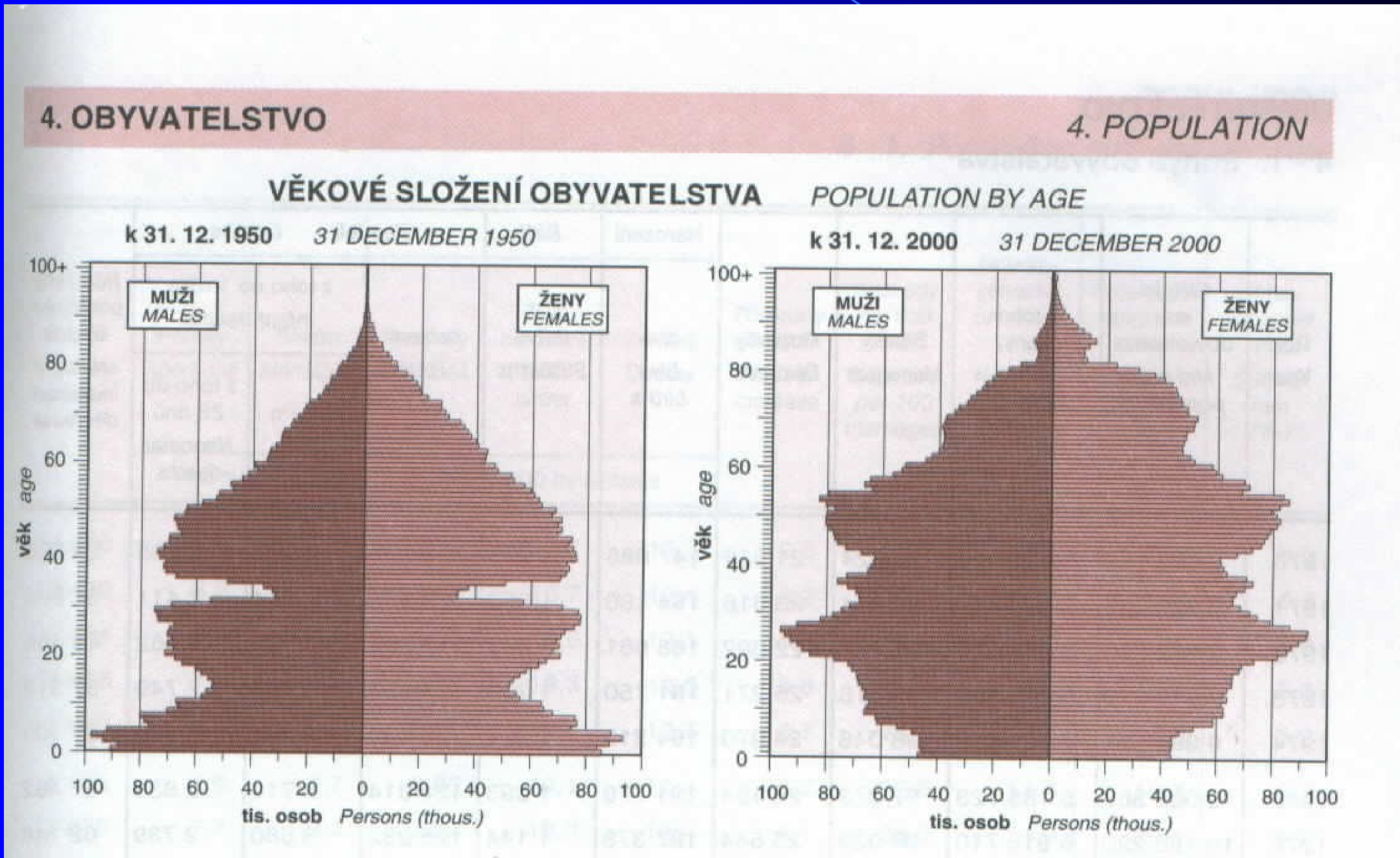
náčrt

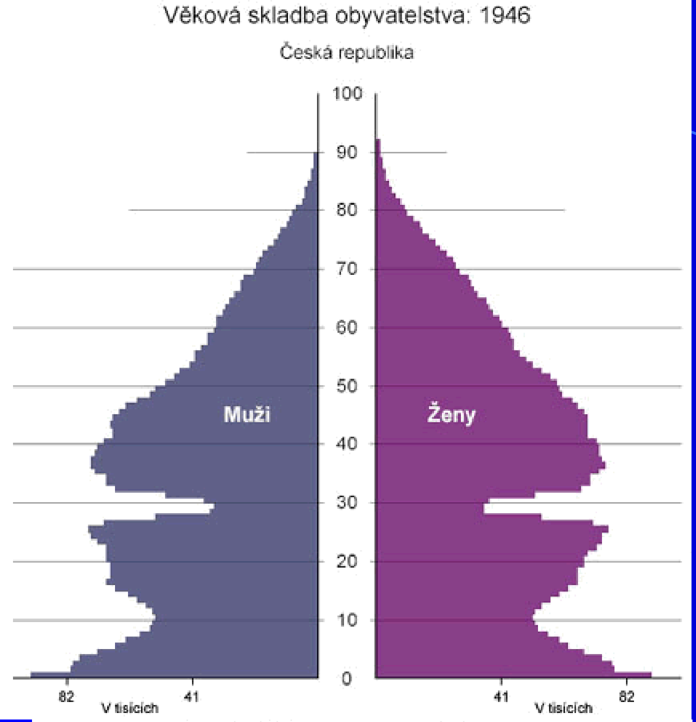
Čára kumulovaných četností

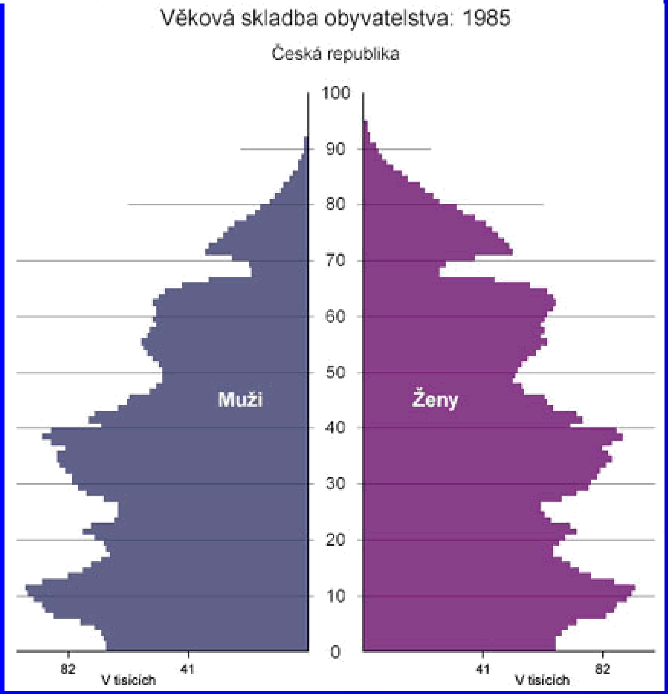
čára kumulovaných četností – součtová čára, graf kumulované četnosti, vždy k horní hranici intervalu

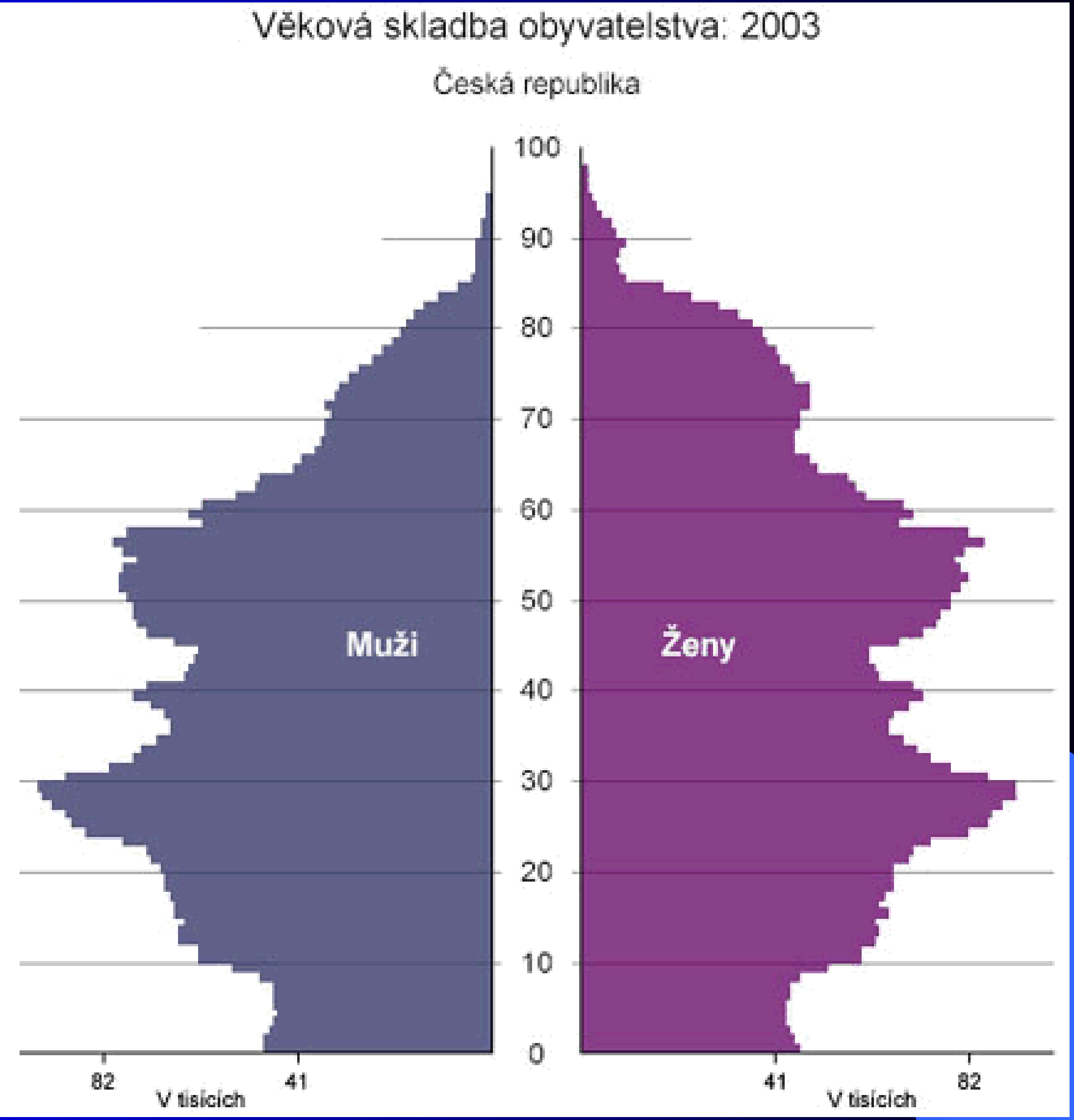
náčrt

histogram – věkové složení obyvatelstva, věková struktura, pyramida života

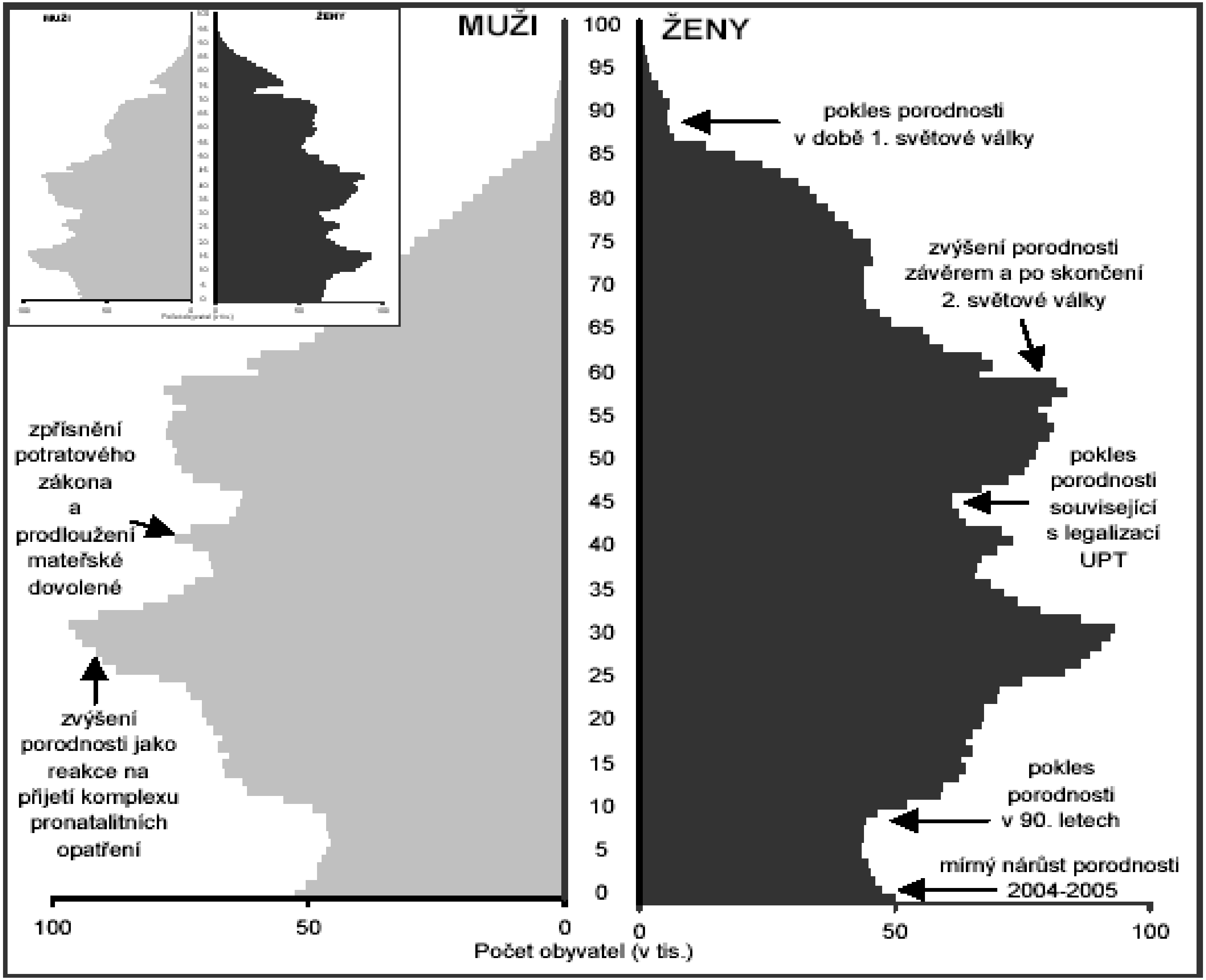



Věková skladba obyvatelstva: 1946
Česká republika
Muži
Ženy
V tisících
V tisících

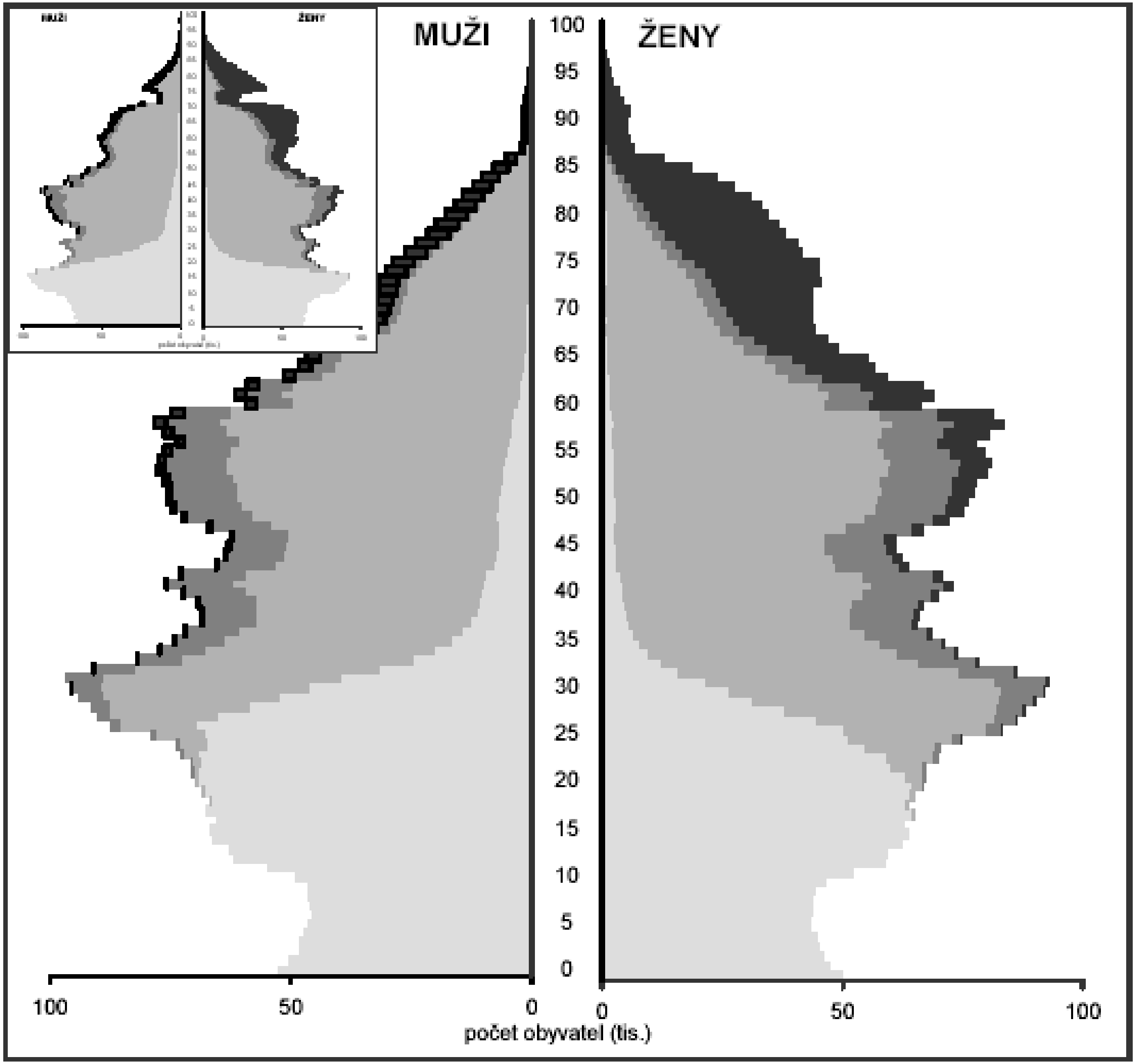

Věková skladba obyvatelstva: 1985
Česká republika
Muži
Ženy
V tisících
V tisících


Věková skladba obyvatelstva: 2003
Česká republika
Muži
Ženy
V tisících
V tisících

Obr. I.1 Věkové složení obyvatel, 31.12.2005 a 31.12.1990 (malý obrázek)



Obr. I.4 Složení obyvatel podle věku a rodinného stavu, 31.12.2005 a 31.12.1990 (malý obrázek)



Základní statistické charakteristiky

Základní statistické charakteristiky

Popisná statistika

- základní statistické charakteristiky „popisují“ statistický soubor

- a) charakteristiky úrovně – tzv. střední hodnoty
- b) charakteristiky variability
- c) charakteristiky asymetrie a špičatosti

Střední hodnoty

- Místo jednotlivých hodnot u jednorozměrného statistického souboru používáme často střední hodnoty
- Střední hodnoty umožňují porovnávání souborů

Střední hodnoty

- aritmetický průměr (+ vážený aritm. průměr, geometrický průměr, harmonický průměr)
- modus
- aritmetický střed
- medián a kvantily
- geografický medián

Aritmetický průměr

- nejčastěji používaná st. charakteristika
- <u>typický</u> a <u>netypický</u> průměr
- (jedno a více vrcholová rozdělení četností)
- typický aritm. průměr – jednovrcholové rozdělení četností + blízký nejčetnější hodnotě

Obr.

Vážený aritmetický průměr

- při výpočtu množství srážek v povodí – váha – plocha území
- v klimatologii – výpočet denního průměru teplot ze tří měření

Př. výpočtu

Modus

- modus - nejčetnější hodnota kvantitativního znaku ve studovaném souboru
- významný především u souboru nespojitých veličin

- modální interval – interval zahrnující největší počet jednotek, závisí však na stanovení hranic intervalů
- rozdělení s více mody – polymodální rozdělení

příklad

Aritmetický střed

- Aritm. střed je polovina součtu min. a max. hodnoty znaku v souboru
- pokud soubor obsahuje extrémní hodnoty, je aritmetický střed značně zkreslující charakteristika

příklad

Medián

- **Medián** – tzv. **prostřední hodnota**,
- je to prvek řady uspořádané v neklesajícím pořadí (od nejm. po největší), který ji dělí na dvě poloviny, které mají menší a větší hodnotu znaku
- POZOR: soubor je třeba vždy uspořádat
- pořadí prvku (kolikátý prvek to je, hodnota prvku je medián!) určují vzorce :
- pro řadu s lichým počtem prvků (n+1)/2,
- pro řadu o sudém počtu je medián průměr z hodnot mezi prvkem na (n/2) a (n/2+1) místě
- Příklad

Kvantily

- Medián je kvantil dělící soubor na dvě poloviny dle předch. pravidel

obdobně

- kvartily – na čtvrtiny, x_{25} , x_{50}, $x_{75,}$
- decily
- percentily

kvantily obecně široké použití ve statistice a v geografii

příklad

Geografický medián

- Geografický medián je čára dělící plochu, kde se jev vyskytuje tak, aby hodnota jevu byla v obou plochách stejná

Charakteristiky variability

- variační rozpětí
- kvantilové odchylky
- průměrné odchylky
- rozptyl
- směrodatná odchylka
- variační koeficient

Variační rozpětí

- rozdíl největší a nejmenší hodnoty sledovaného statist. znaku
- $R = x_{max} - x_{min}$
- jednoduchá charakteristika
- podléhá extrémním hodnotám, které mohou být i chybami

příklad

Průměrné odchylky

- průměrná odchylka je definována jako aritmetický průměr odchylek jednotlivých hodnot znaku od vybrané střední hodnoty (tj. od aritmetického průměru, mediánu, modu apod.)

Kvantilové odchylky

- Založeny na kladných odchylkách jednotlivých sousedních kvantilů

- např. kvartilová odchylka
- decilová odchylka
- percentilová odchylka

Střední diference

- je def. jako aritmetický průměr absolutních hodnot všech možných rozdílů jednotlivých hodnot sledovaného znaku
- v praxi vhodná pouze pro malé soubory

Příklad

Rozptyl a směrodatná odchylka

- nejdůležitější charakteristiky variability
- **<u>Rozptyl s^2</u>** z n hodnot znaku x je průměr druhých mocnin odchylek jednotlivých hodnot znaku od aritmetického průměru
- **<u>směrodatná odchylka</u>** s je mírou měnlivosti hodnot souboru kolem aritmetického průměru
- je druhou odmocnina rozptylu

Variační koeficient

- je častou používanou relativní mírou variability
- je definován jako poměr směrodatné odchylky k aritmetickému průměru

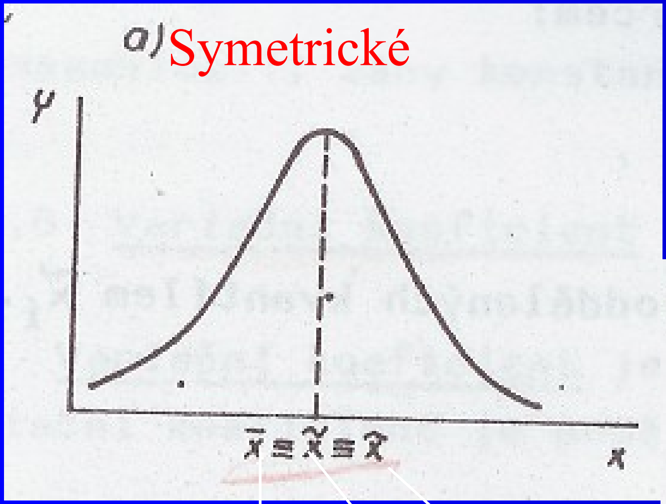
Charakteristiky asymetrie

- Charakteristiky asymetrie (míry šikmosti) jsou čísla dávající představu

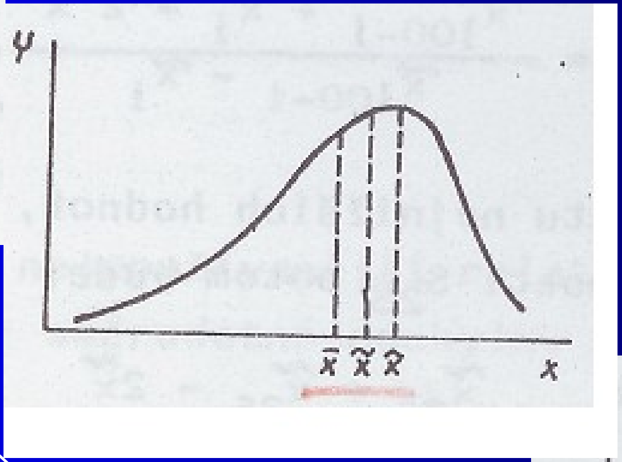
o **souměrnosti tvaru** rozdělení četností

- míra šikmosti pro souměrné rozdělení je nula
- pro nesouměrné je kladná nebo záporná

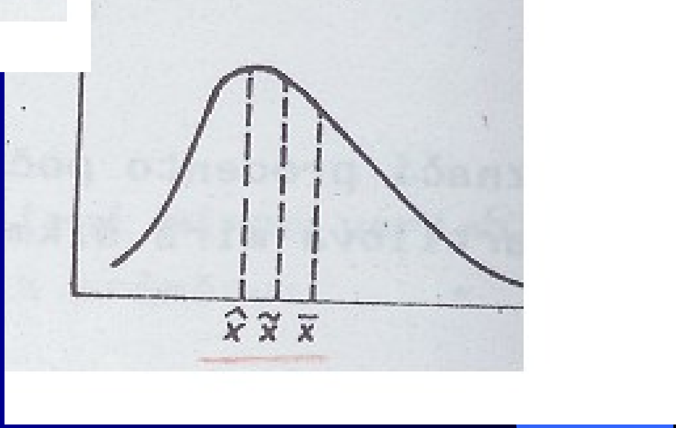
Charakteristiky asymetrie



Záporně sešikmené



Kladně sešikmené



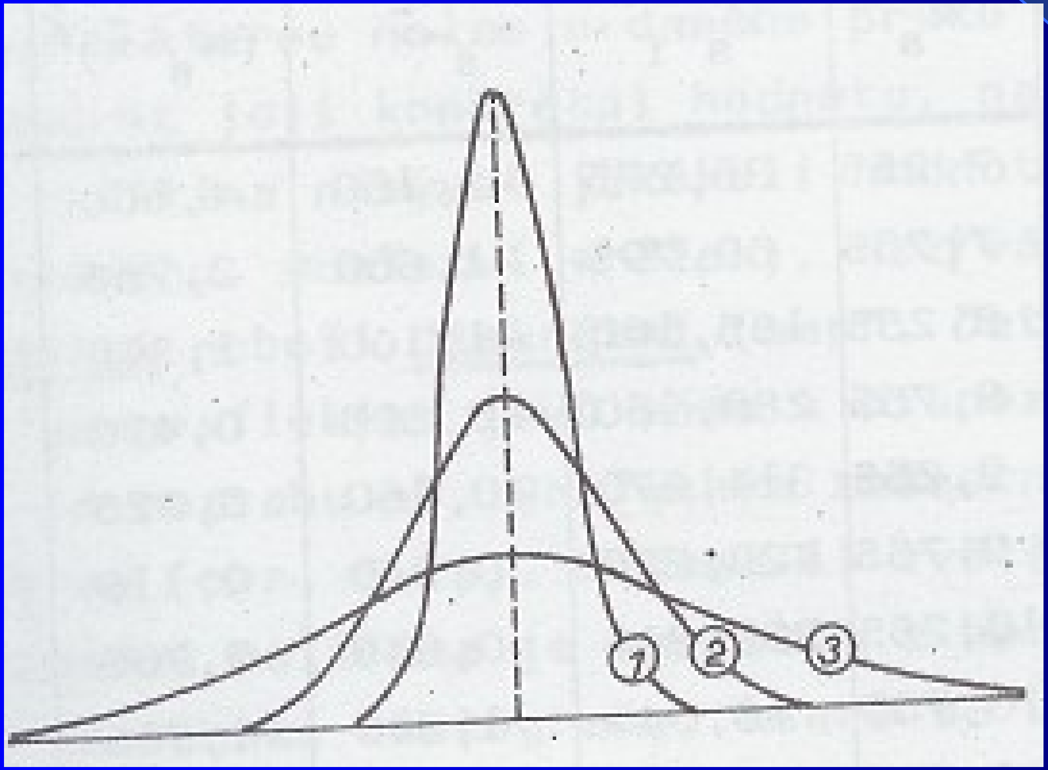
ar. průměr, medián, modus

charakteristiky špičatosti

- Charakteristiky špičatosti (míry špičatosti) jsou čísla charakterizující koncentraci prvků souboru v blízkosti určité hodnoty znaku

Obr. Špičaté, normální a ploché rozdělení

charakteristiky špičatosti



1 – špičaté

2 – normální

3 – ploché

rozdělení

STATISTICKÉ METODY V GEOGRAFII

Karl Friedrich Gauss
1777-1855

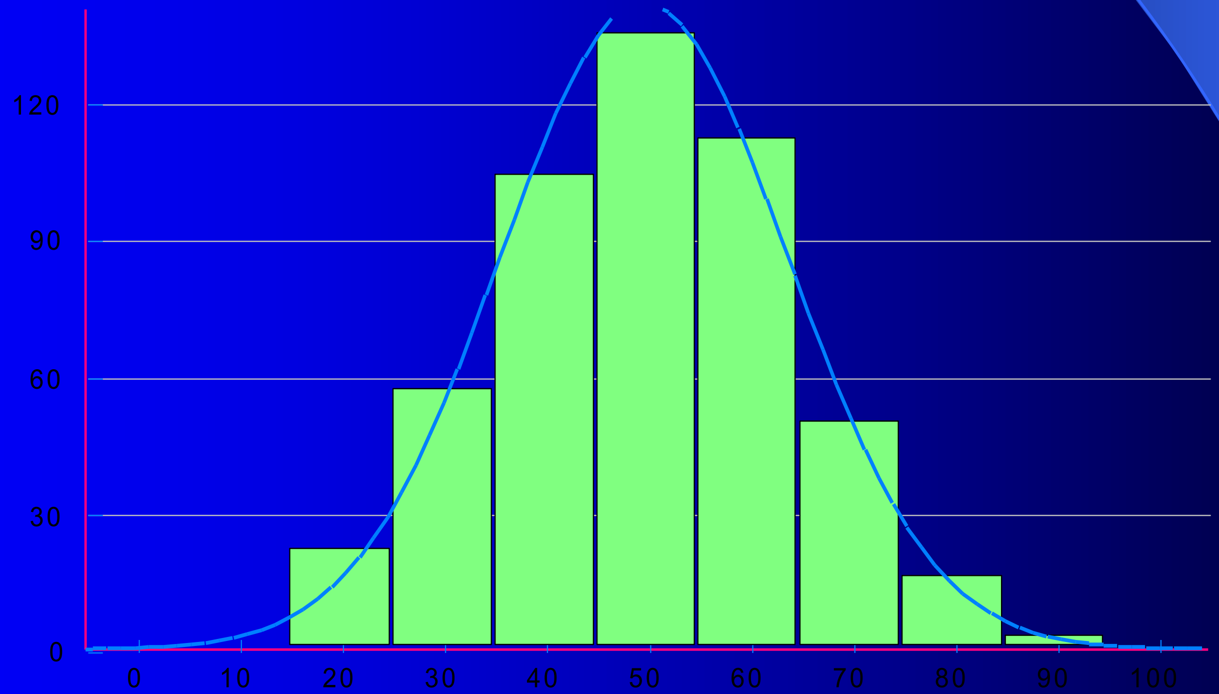
Teoretická rozdělení
Základní pojmy

- náhodná veličina spojitá
- Může teoreticky nabývat nekonečného množství hodnot z určitého intervalu např.teplota)

- náhodná veličina nespojitá
- Nabývá jen konečného množství hodnot urč. intervalu. Např. počet měsíců s teplotou nad…)
- Každé hodnotě je možno přiřadit pravděpodobnost jejího výskytu, součet všech dílčích pravděpodobností je 1

Teoretická rozdělení

- histogram – grafické znázornění četností
- rozsah souboru se blíží k nekonečnu + náhodná veličina je spojitá
- – frekvenční funkce / hustota pravděpodobnosti

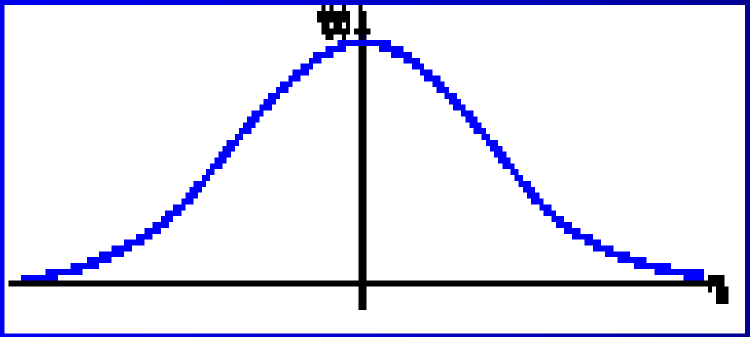


- kumulativní relativní četnost tj. součtová čára -
- distribuční funkce
- obr.

Normální rozdělení / Gaussovo, Laplaceovo- Gaussovo

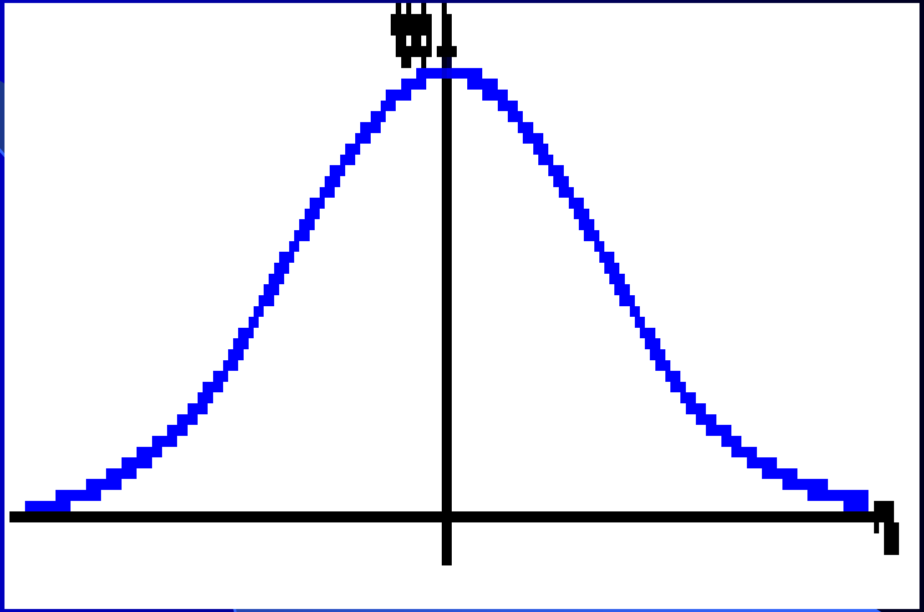
- **Normální rozdělení se univerzálně používá k aproximaci (k přibližnému vyjádření) rozdělení pravděpodobnosti velkého množství náhodných veličin (v biologii, technice, ekonomii atd.)**

Hustota pravděpodobnosti normálního rozdělení je symetrická zvonovitá Gaussova křivka.



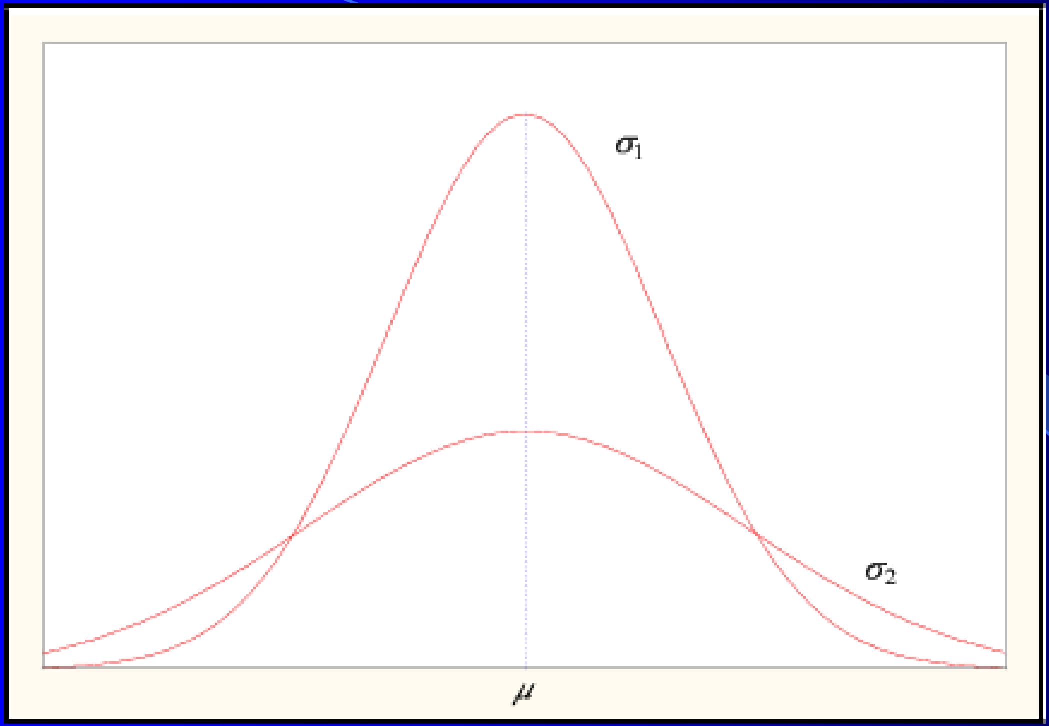
Normální rozdělení

- Zvonovitý tvar
- Souměrný
- Šikmost 0, špičatost 0
- Asymptoticky se blíží 0



- Normální rozdělení s parametry:
- stejný průměr, různé směrodatné odchylky
- čím větší odchylka , tím „plošší tvar rozdělení

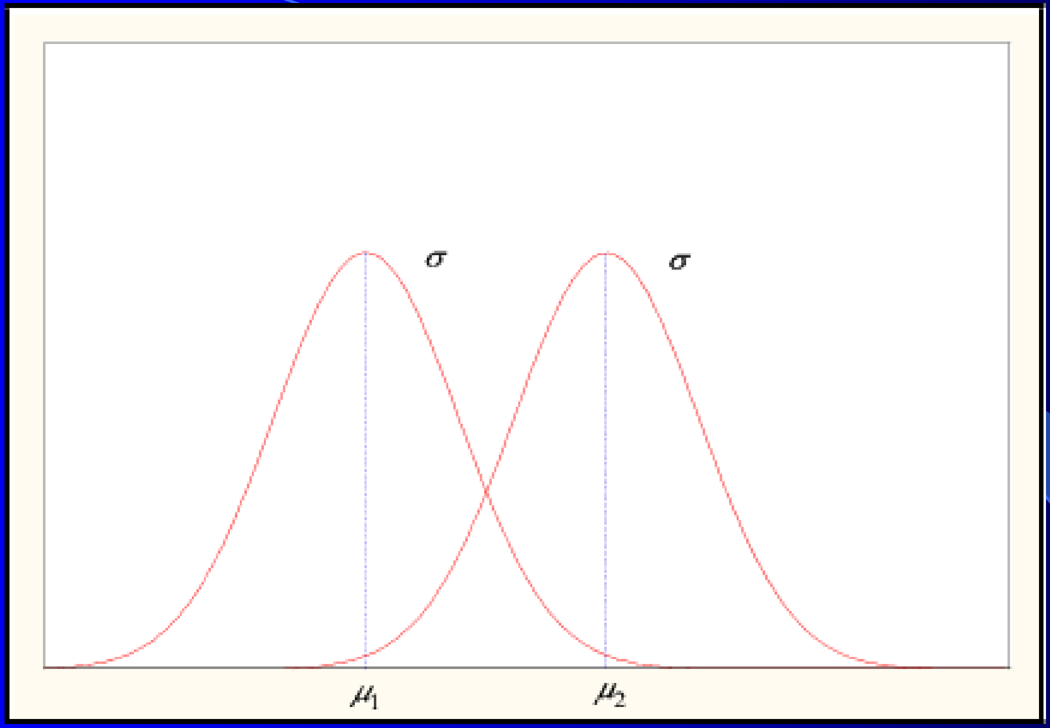
Načrtni obr s oběma křivkami



- Normální rozdělení s parametry:
- stejný průměr, různé směrodatné odchylky
- čím větší odchylka , tím „plošší tvar rozdělení

- Normální rozdělení
- různé průměry, stejná směrodatná odchylka

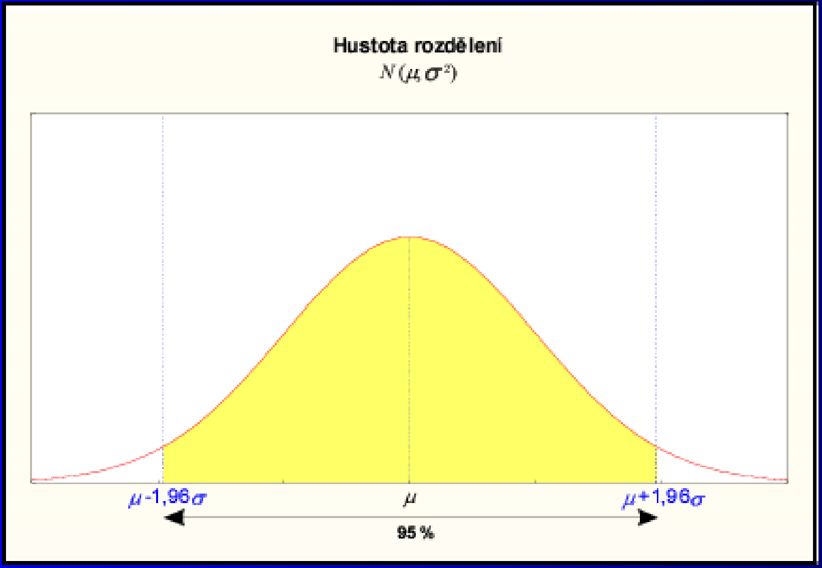
Načrtni obr s oběma křivkami



- Normální rozdělení
- různé průměry, stejná směrodatná odchylka

Normální rozdělení / Gaussovo pokračování

- Normální křivka a osa x **vymezují plochu 100%,**
- tj. lze stanovit pravděpodobnosti, s nimiž leží hodnoty v určitém intervalu,
- hranice intervalu tvoří průměr a násobky směrodatné odchylky
- obr.



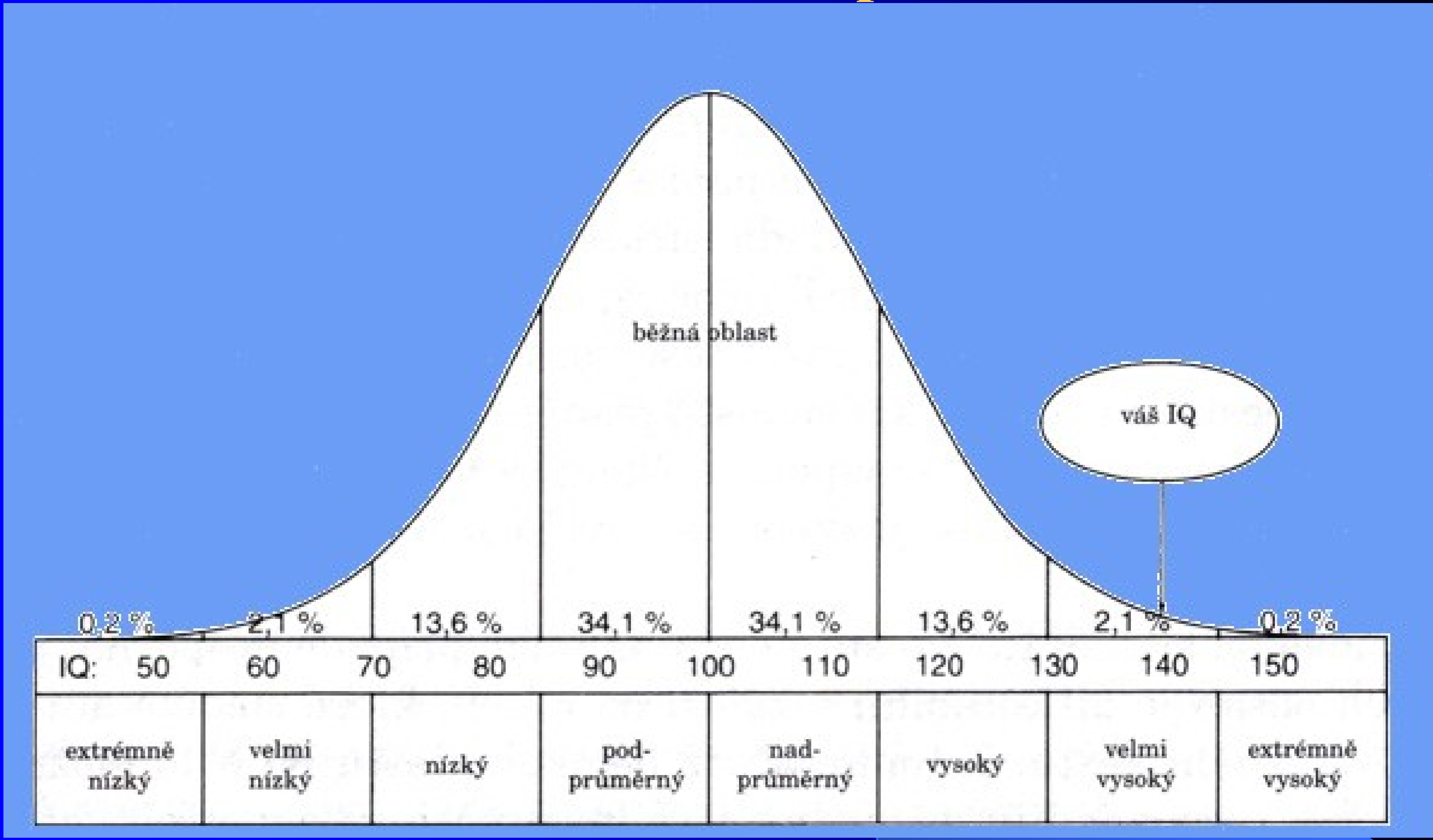
V normálním rozdělení:

- **68, 27% leží v intervalu:**
- **(průměr + - směr. odchylka)**

- **95% leží v intervalu:**
- **(ar. průměr +- 1,96 směr. odchylky)**

  - **99% leží v intervalu:**
  - **(ar. průměr +- 2,576 směr. odchylky)**

Normální rozdělení pro IQ



imbecilita debilita Lehká d. průměr vynikající genialita

idiocie

IQ (v bodech)	stupeň inteligence	procento zkoumaných případů (v %)
méně než 20	idiocie	0,1
20 - 49	imbecilita	0,5
50 - 69	debilita	1,9
70 - 79	tzv. lehká debilita	5,0
80 - 89	podprůměrná	14
90 - 109	průměrná	48
110 - 119	nadprůměrná	18
120 - 139	vynikající	11
140 a více	genialita	1,5

Příklady

Př.1

- Populace má v daném testu průměr 100, směrodatnou odchylku 15.
- Vypočítejte hranice intervalů, v kterém se nachází 68 % populace.

68, 27% leží v intervalu:
(průměr + - směr. odchylka)

Příklad

- Výška v populaci chlapců ve věku 3,5 - 4 roky má normální rozdělení s průměrem 102 cm a směrodatnou odchylkou 4,5 cm.
- Vypočítejte hranice intervalu hodnot výšky , ve kterých se nachází
- A)68%
- B) 95%
- C)99%
- přislušné populace

V normálním rozdělení:

- **68, 27% leží v intervalu:**
- **(průměr + - směr. odchylka)**

- **95% leží v intervalu:**
- **(ar. průměr +- 1,96 směr. odchylky)**

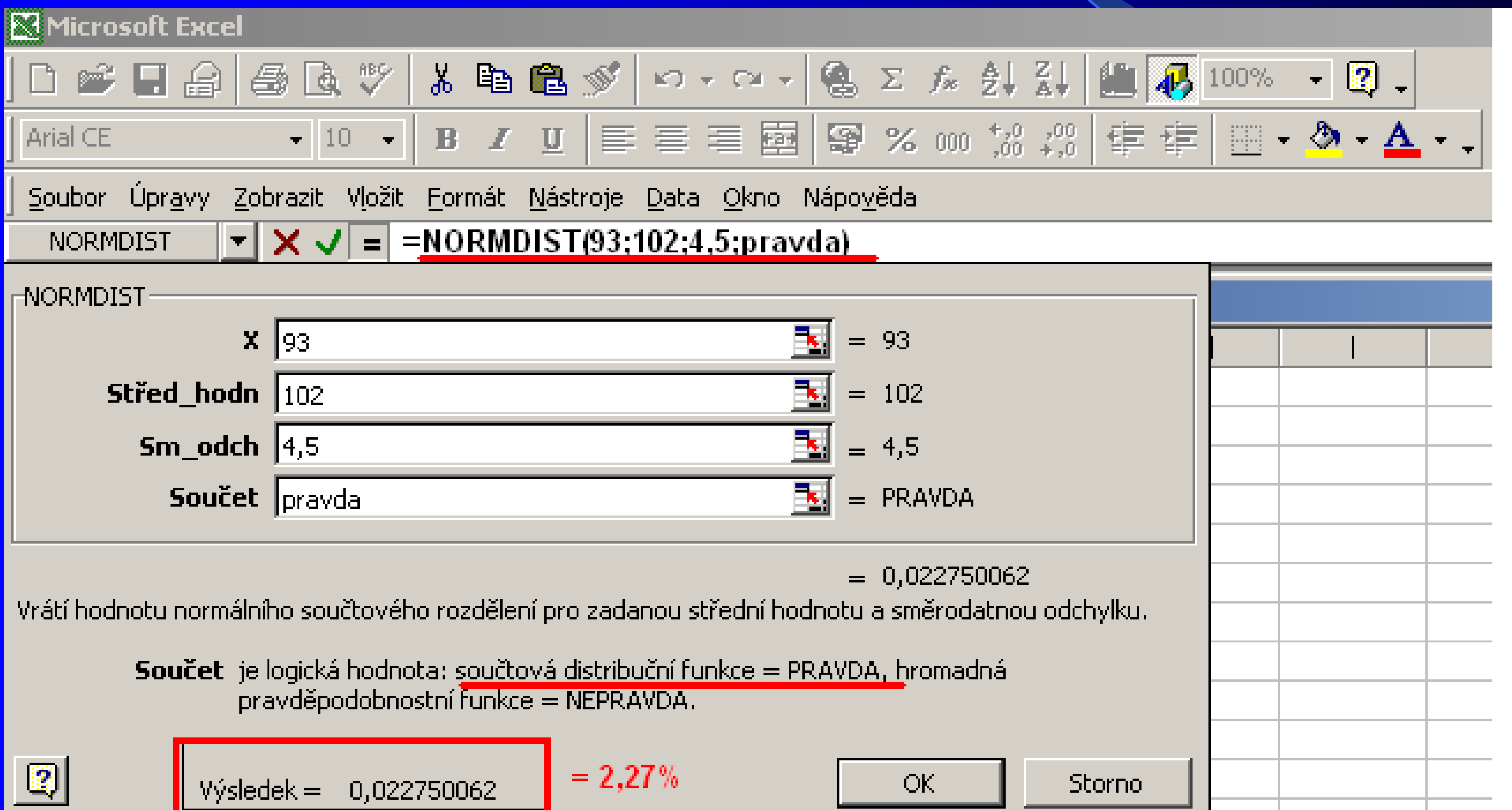
- **99% leží v intervalu:**
- **(ar. průměr +- 2,576 směr. odchylky)**

Příklad 3

- zadání:
- Výška v populaci chlapců ve věku 3,5 - 4 roky má normální rozdělení s průměrem 102 cm a směrodatnou odchylkou 4,5 cm.
- Spočtěte, jaké procento chlapců v uvedeném věku má výšku menší nebo rovnou 93 cm.

Řešení 3

- Pravděpodobnost, že výška nabude hodnoty menší nebo rovné 93 cm, je vyjádřena hodnotou distribuční funkce F (93) pro parametry normálního rozdělení 102;4,5



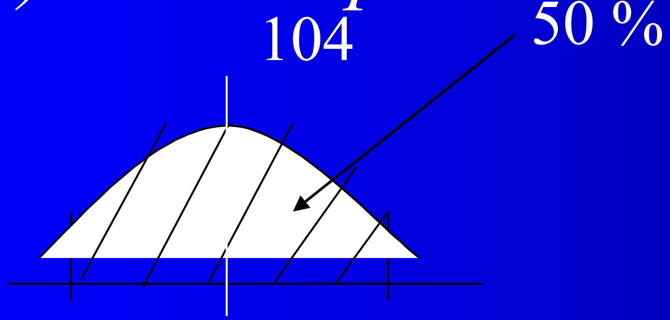
Odpověď: 2,27 % chlapců ve věku 3,5 – 4 roky je menších než 93 cm

Příklad 4

- Psychologickými testy bylo zjištěno, že hodnota IQ populace je náhodnou veličinou s normálním rozdělením, jehož střední hodnota je 104 a směrodatná odchylka 8.
- Určete hodnotu IQ, kterou podle uvedených pravděpodobnostních předpokladů:
- meze, ve kterých bude 50% populace,

Řešení 4

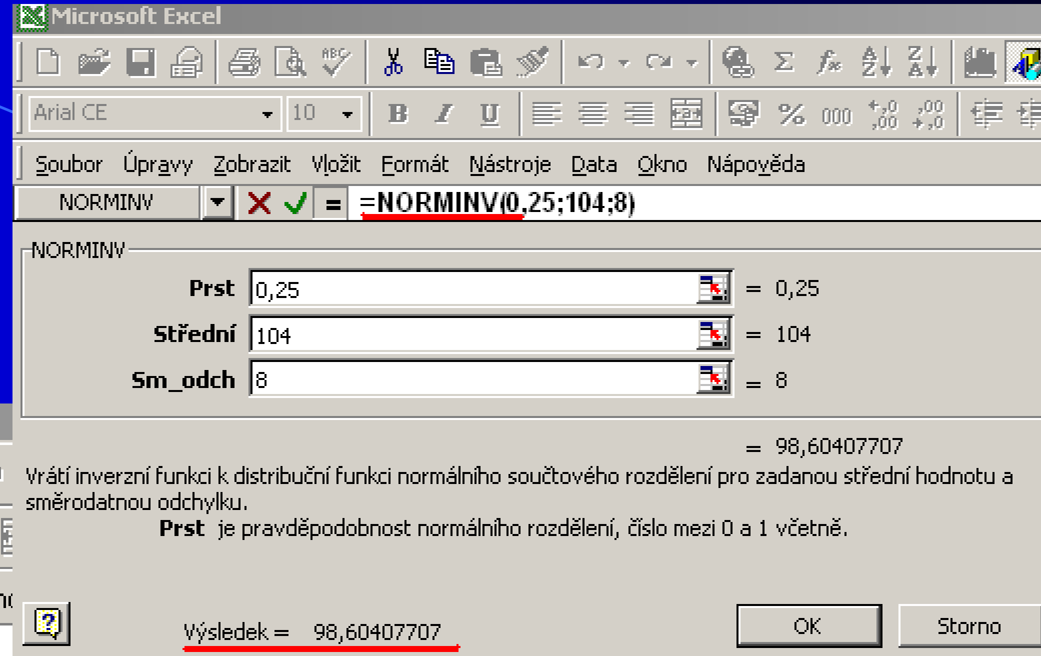
- *a)　　meze pro 50 % mužské populace*

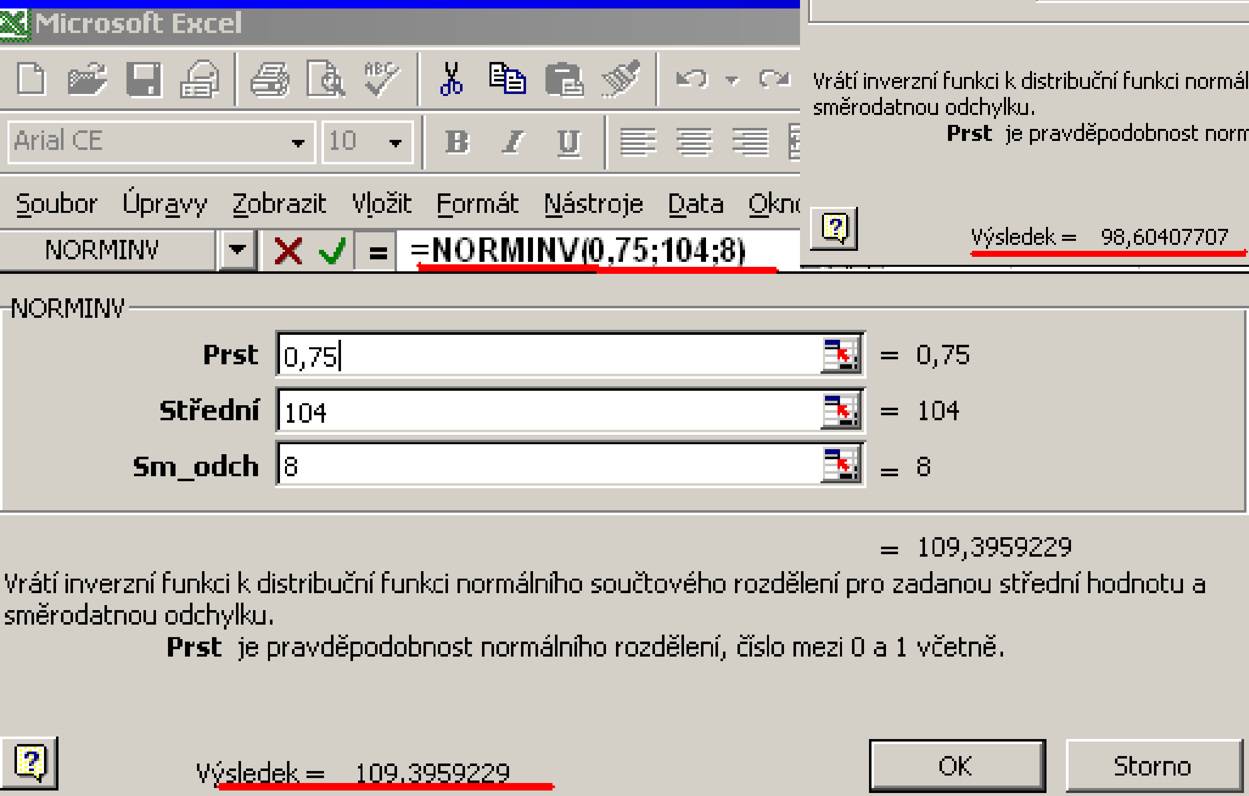


Hledáme dolní a horní meze intervalu (hodnot IQ),
ve které se bude nacházet 50% mužské populace, tj 1. a 3. kvartil

Řešení 2a)

Excel, statistická funkce inverzní k e Gauss. - NORMINV



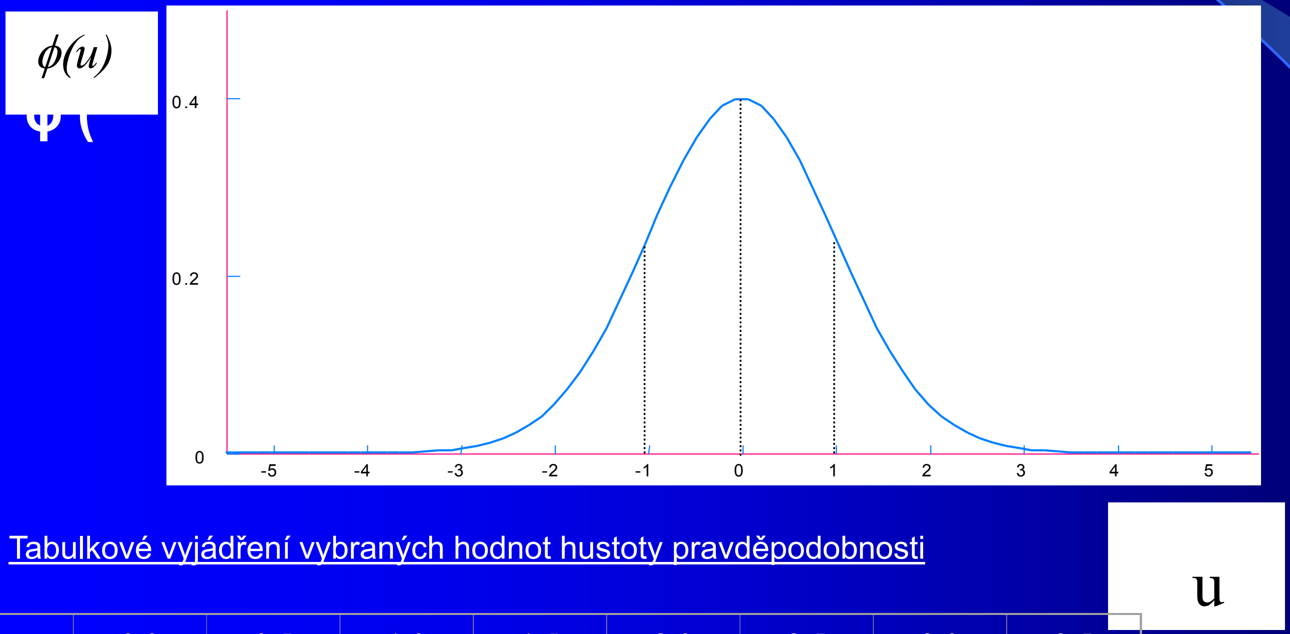


Podle parametrů daného normálního rozdělení 50 populace má IQ v intervalu 98,6 a 109,4.

- **Pro <u>normované normální</u> rozdělení zavedeme označení N (0, 1).**

Normování hodnoty: od hodnoty se odečte aritmetický průměr, výsledek (tj. odchylka) se dělí směr. odchylkou

<u>Hustota pravděpodobnosti normovaného normálního rozdělení:</u>

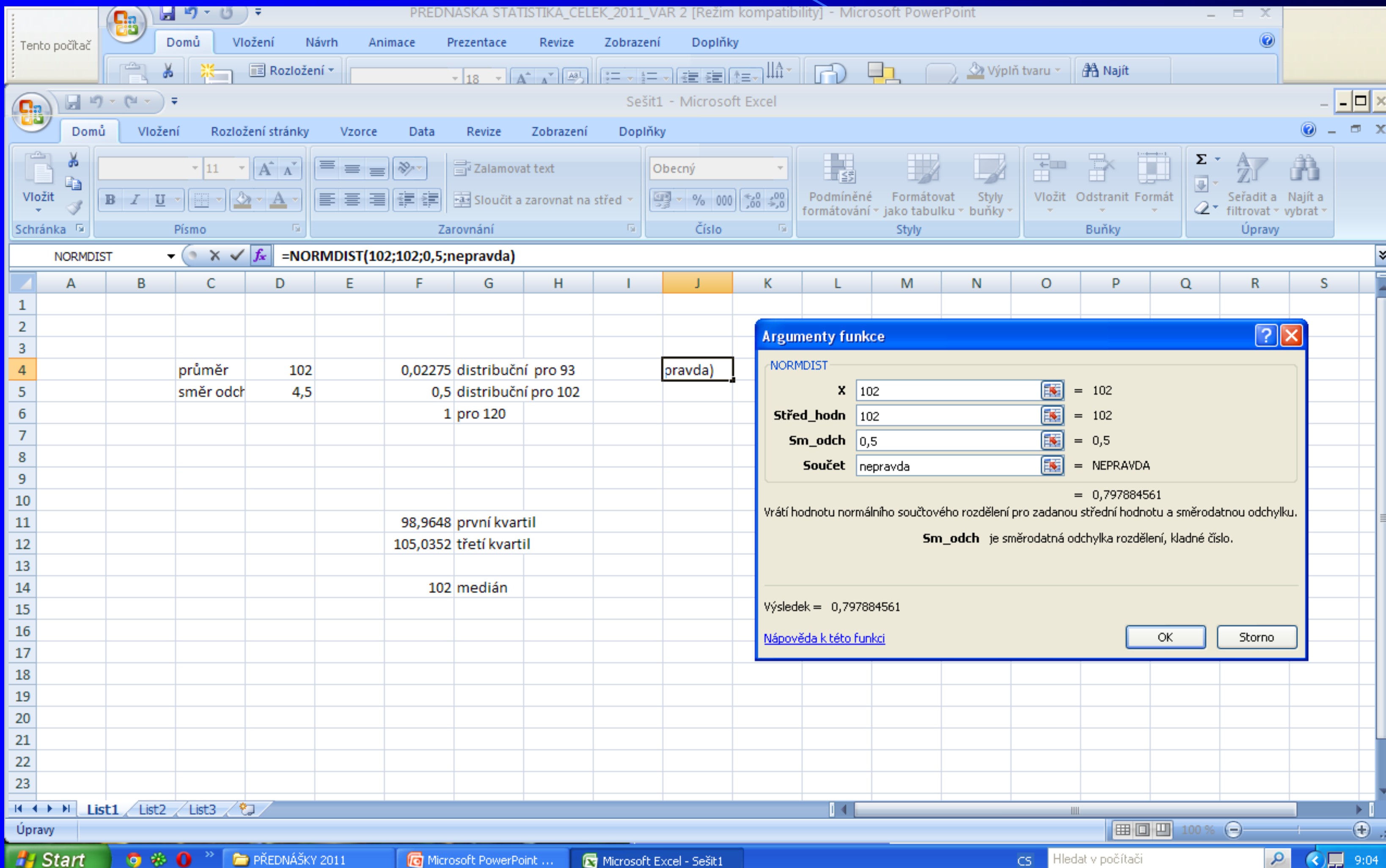


<u>Tabulkové vyjádření vybraných hodnot hustoty pravděpodobnosti</u>

u	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5
$\phi(u)$	0,399	0,352	0,242	0,130	0,054	0,018	0,004	0,001

<u>Tabulkové vyjádření vybraných hodnot distribuční funkce</u>

u	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5
$\Phi(u)$	0,500	0,691	0,841	0,933	0,977	0,994	0,999	0,999



PREDNASKA STATISTIKA_CELEK_2011_VAR 2 [Režim kompatibility] - Microsoft PowerPoint
Sešit1 - Microsoft Excel
=NORMDIST(102;102;0,5;nepravda)
průměr 102
směr odch 4,5
0,02275 distribuční pro 93
0,5 distribuční pro 102
1 pro 120
98,9648 první kvartil
105,0352 třetí kvartil
102 medián
Argumenty funkce
NORMDIST
X 102 = 102
Střed_hodn 102 = 102
Sm_odch 0,5 = 0,5
Součet nepravda = NEPRAVDA
= 0,797884561
Vrátí hodnotu normálního součtového rozdělení pro zadanou střední hodnotu a směrodatnou odchylku.
Sm_odch je směrodatná odchylka rozdělení, kladné číslo.
Výsledek = 0,797884561
Nápověda k této funkci
OK
Storno

Binomické rozdělení

Binomické rozdělení

- pro diskrétní náhodné proměnné,
- které mohou nabývat pouze dvou hodnot (např. ano, ne)
- pravděpodobnost, že nastane alternativa ANO označme π
- pravděpodobnost, že nastane NE …$q = 1 - \pi$), protože
- platí $\pi + q = 1$ (100 %)
- k výpočtu se používá **binomický rozvoj**

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!},$$

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \pi^k (1-\pi)^{n-k}, \quad \text{pro } k = 0, 1, 2, \ldots, n.$$

Příklad 1 – binomické rozdělení

- Předpokládejme, že pravděpodobnost narození dívky je 0,49.
- Jaká je pravděpodobnost toho, že mezi třemi dětmi v rodině je právě jedna dívka?

Řešení 1

Tabulka3: Parametry binomického rozdělení v příkladu

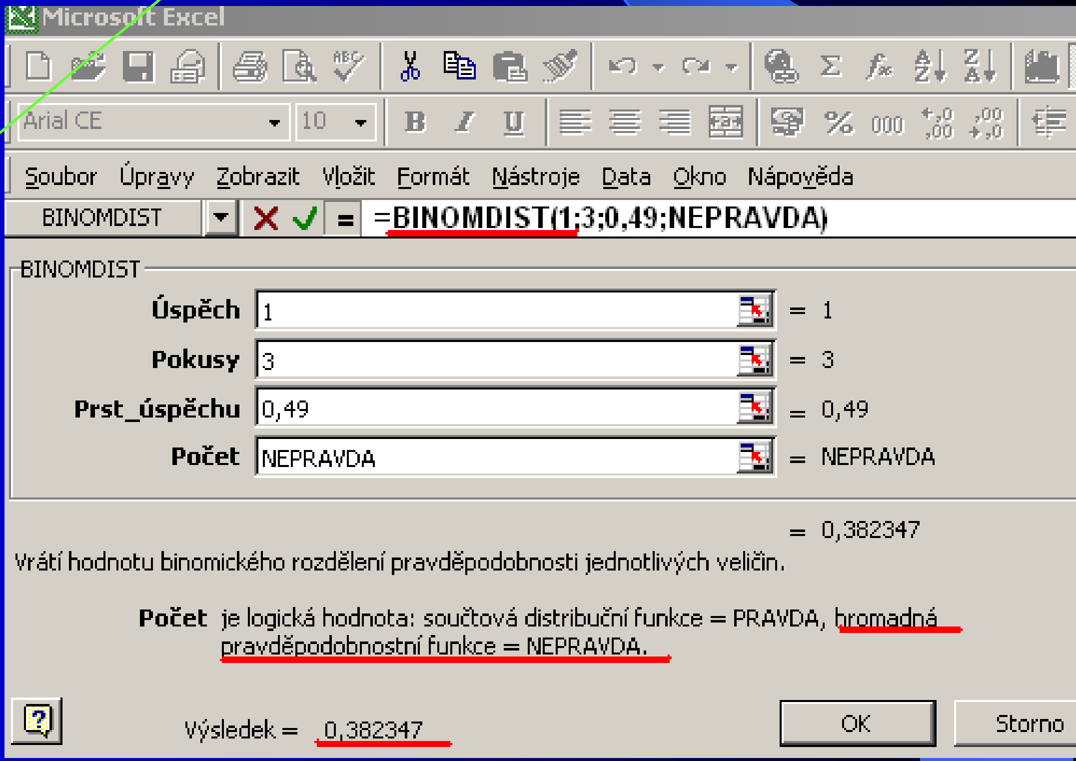
Pokus	Úspěch	Neúspěch	Pravděpodobnost úspěchu	Počet pokusů	Počet úspěchů
				n	k
narození dítěte	dívka	chlapec	0,49	počet dětí	počet dívek

Řešení 1

Jak je vidět z tabulky, počet narozených dívek v rodině je náhodná veličina s binomickým rozdělením. Pravděpodobnost, že mezi třemi dětmi je právě jedna dívka tedy vypočteme jako

$$P(X=1)=\binom{3}{1}0{,}49^{1}\cdot 0{,}51^{2}=3\cdot 0{,}127=0{,}38.\ \diamond$$

$$\binom{3}{1}=\frac{3!}{1!2!}=\frac{3\cdot 2\cdot 1}{1\cdot 2\cdot 1}=3.$$



Pravděpodobnost, že ze tří dětí bude jedna dívka, je 38%.

Příklad 2

Jaká je pravděpodobnost, že v rodině s 8 dětmi jsou právě 3 dívky? Pravděpodobnost narození dívky je 0,49.

Řešení

binomický rozvoj:

$$P(k=3)=\binom{8}{3}0{,}49^3\cdot 0{,}51^5=\frac{8\cdot 7\cdot 6}{3\cdot 2\cdot 1}\cdot 0{,}118\cdot 0{,}035=0{,}23.\diamond$$

Pravděpodobnost, že v rodině s 8 dětmi jsou tři dívky, je 0,23, tj. 23 %.

Příklad 2, binomické rozdělení

- Vypočítejte pravděpodobnost, se kterou se vyskytne určitý počet měsíců v roce hodnocených jako „ suché“.
- Konkretizace:
- oblast Oxford,
- období 1851 – 1943, tj. 1116 měsíců
- Suchý měsíc - tj. méně srážek v měsíci než je dlouhodobý průměr tohoto měsíce.
- 617 měsíců hodnocených jako suché
- 499 – vlhké měsíce

Řešení 2

„úspěch“	„neúspěch“	Pravděpodobnost suchého měsíce	Pravděpodobnost vlhkého měsíce	Počet měsíců	Počet suchých měsíců
suchý	vlhký	$\pi = 617/1116$ $\pi = 0{,}553$	$q = 499/1116$ $q = 0{,}447$ $(q = 1 - \pi)$	n =12	k=0 až 12

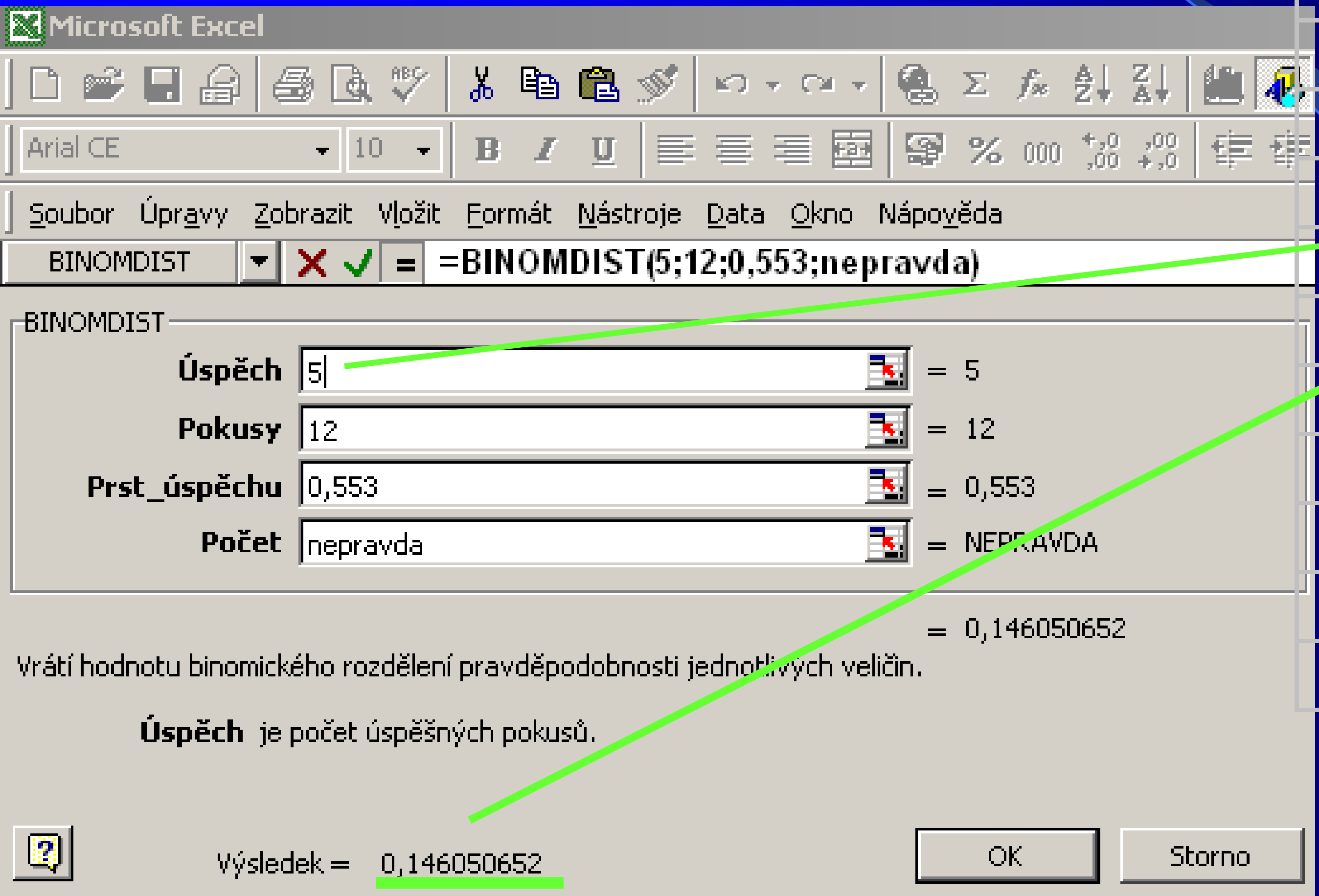
Řešení

a) Ručně pomocí binomického rozvoje
b) s podporou např. Excel

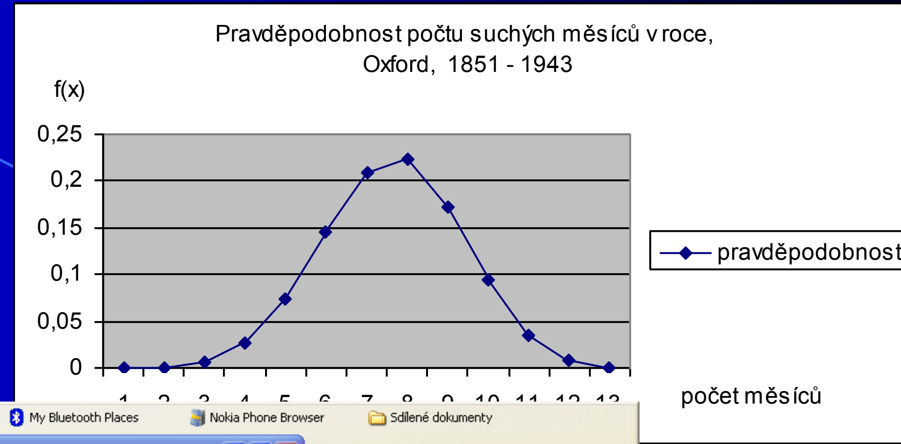
Řešíme dílčí příklady, tj. jaká je pravděpodobnost, že v roce se vyskytne

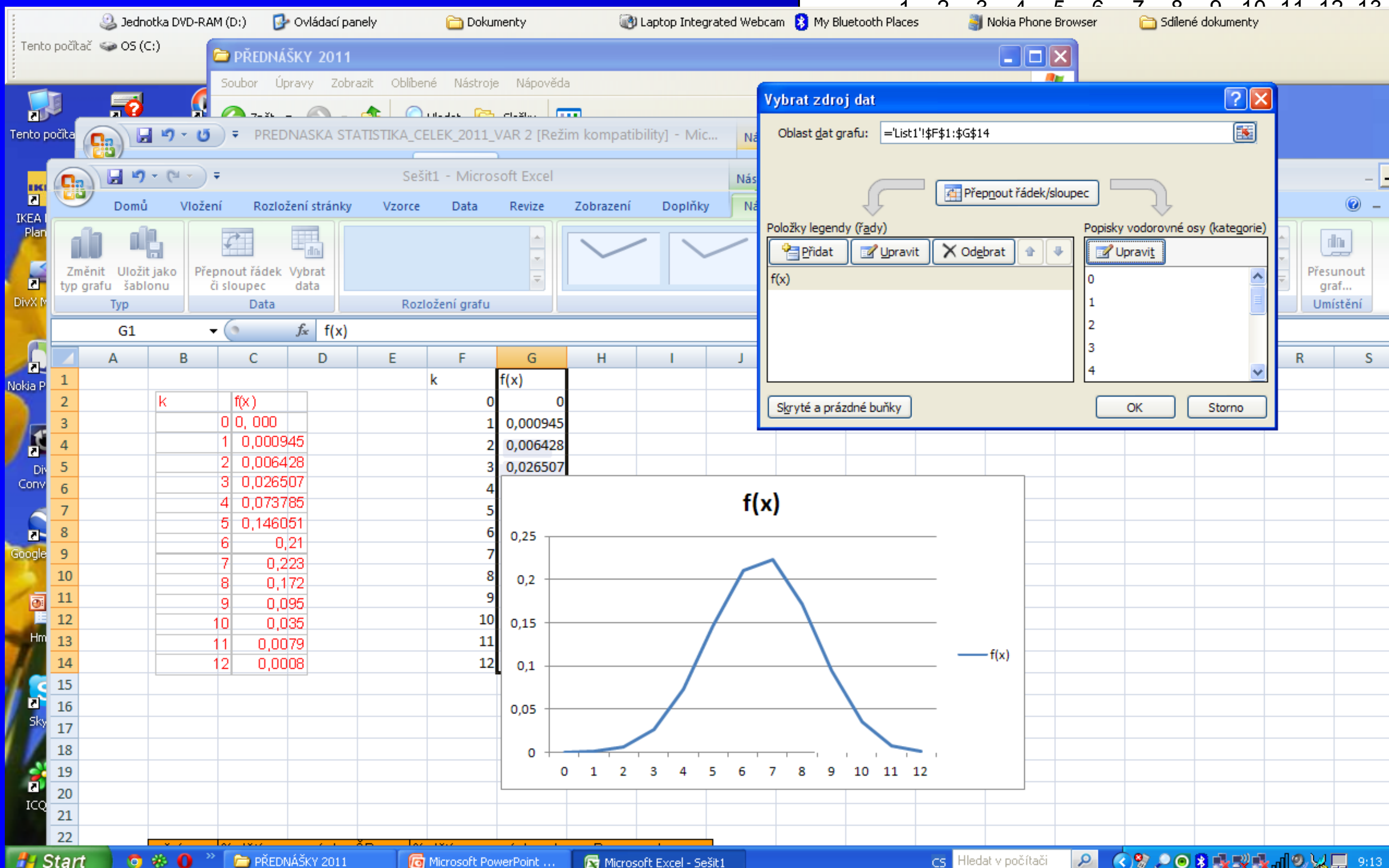
a) žádny suchý měsíc, tj- k = 0
b) Jeden suchý měsíc, tj. k = 1
c) Atd.
d) všechny měsíce suché, k= 12

Řešení 2

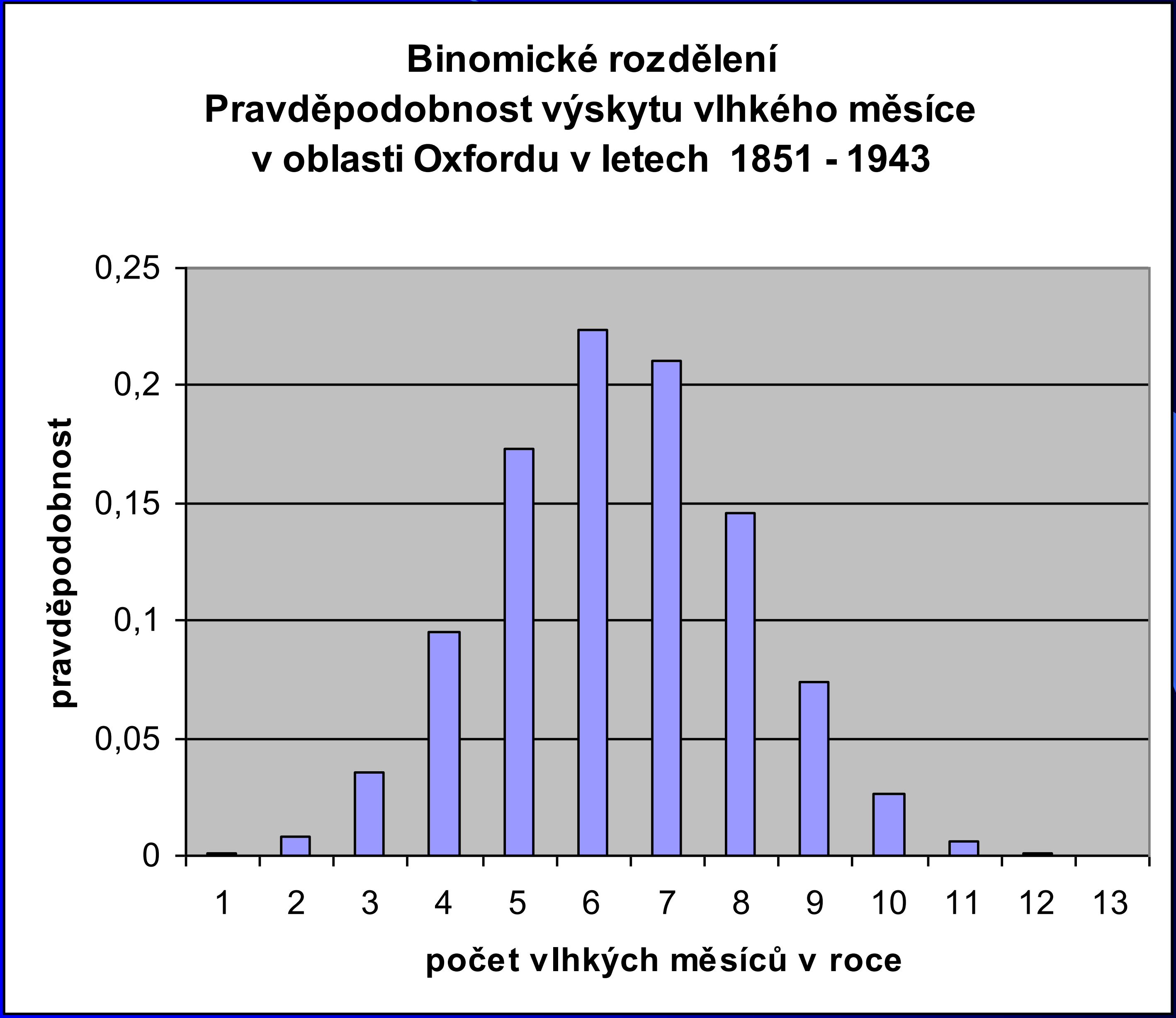


k	f(x)
0	0, 000
1	0,000945
2	0,006428
3	0,026507
4	0,073785
5	0,146051
6	0,21
7	0,223
8	0,172
9	0,095
10	0,035
11	0,0079
12	0,0008


Pravděpodobnost počtu suchých měsíců v roce,
Oxford, 1851 - 1943
f(x)
0,25
0,2
0,15
0,1
0,05
0
pravděpodobnost
počet měsíců


Sešit1 - Microsoft Excel
Vybrat zdroj dat
Oblast dat grafu: ='List1'!$F$1:$G$14
Přepnout řádek/sloupec
Položky legendy (řady)
Přidat
Upravit
Odebrat
f(x)
Popisky vodorovné osy (kategorie)
Skryté a prázdné buňky
OK
Storno
k
f(x)
0 0, 000
1 0,000945
2 0,006428
3 0,026507
4 0,073785
5 0,146051
6 0,21
7 0,223
8 0,172
9 0,095
10 0,035
11 0,0079
12 0,0008
f(x)
0,25
0,2
0,15
0,1
0,05
0
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
f(x)

Jak bude vypadat situace pro „vlhké" měsíce?



Poisson - příklad

Poissonovo rozdělení

- – pro rozdělení vzácných případů
- (zimní bouřka, výskyt mutace apod.).

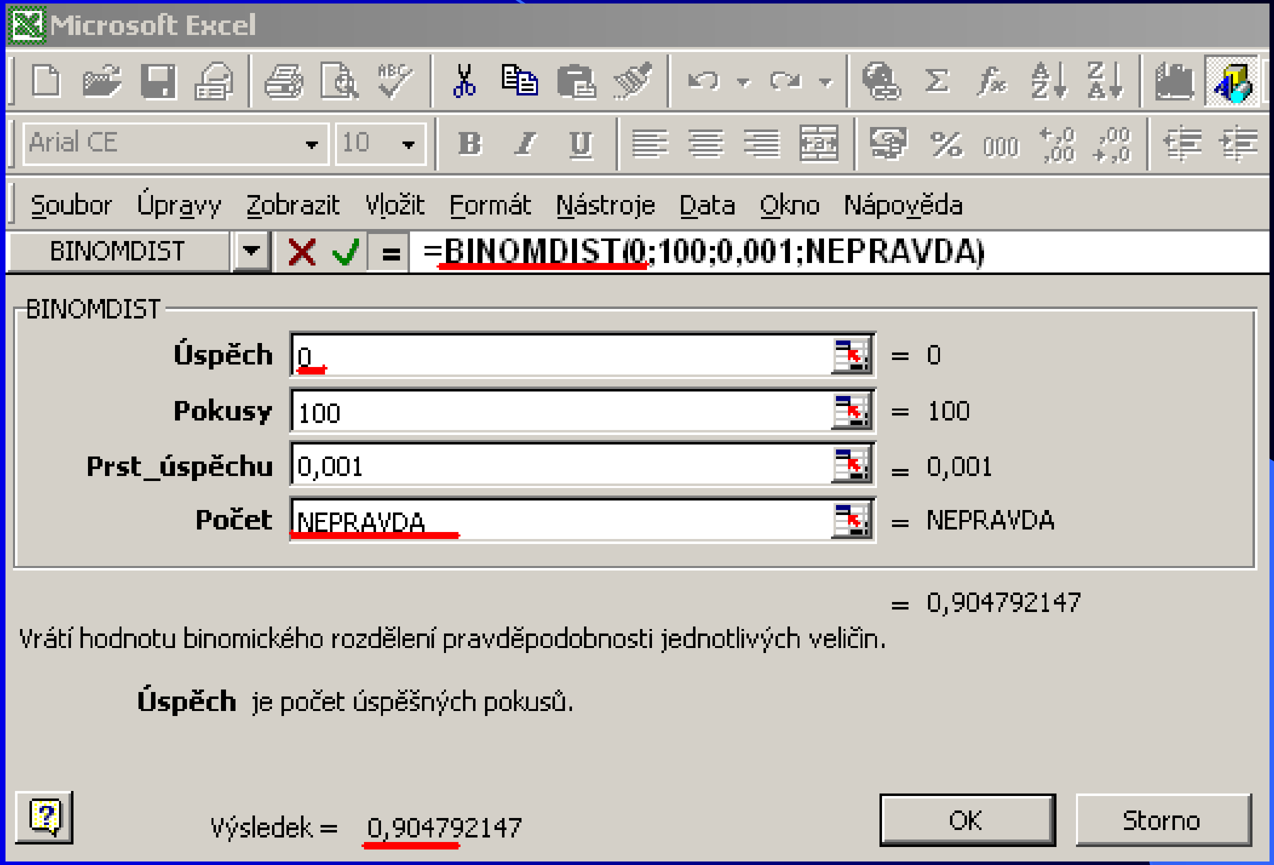
- Je-li pravděpodobnost nějaké výjimečné události (např. určité mutace genu) relativně malá a rozsah výběru poměrně velký, pak Poissonovo rozdělení v podstatě splývá s binomickým, ale je mnohem výhodnější pro počítání .

Poisson - příklad

- Předpokládejme, že v určité populaci krys se vyskytuje albín s pravděpodobností
- p = 0,001 , ostatní krysy jsou normálně pigmentované.
- Ve vzorku 100 krys náhodně vybraných z této populace určete pravděpodobnost, že vzorek
- a) <u>neobsahuje albína,</u>
- <u>b) obsahuje právě jednoho albína.</u>

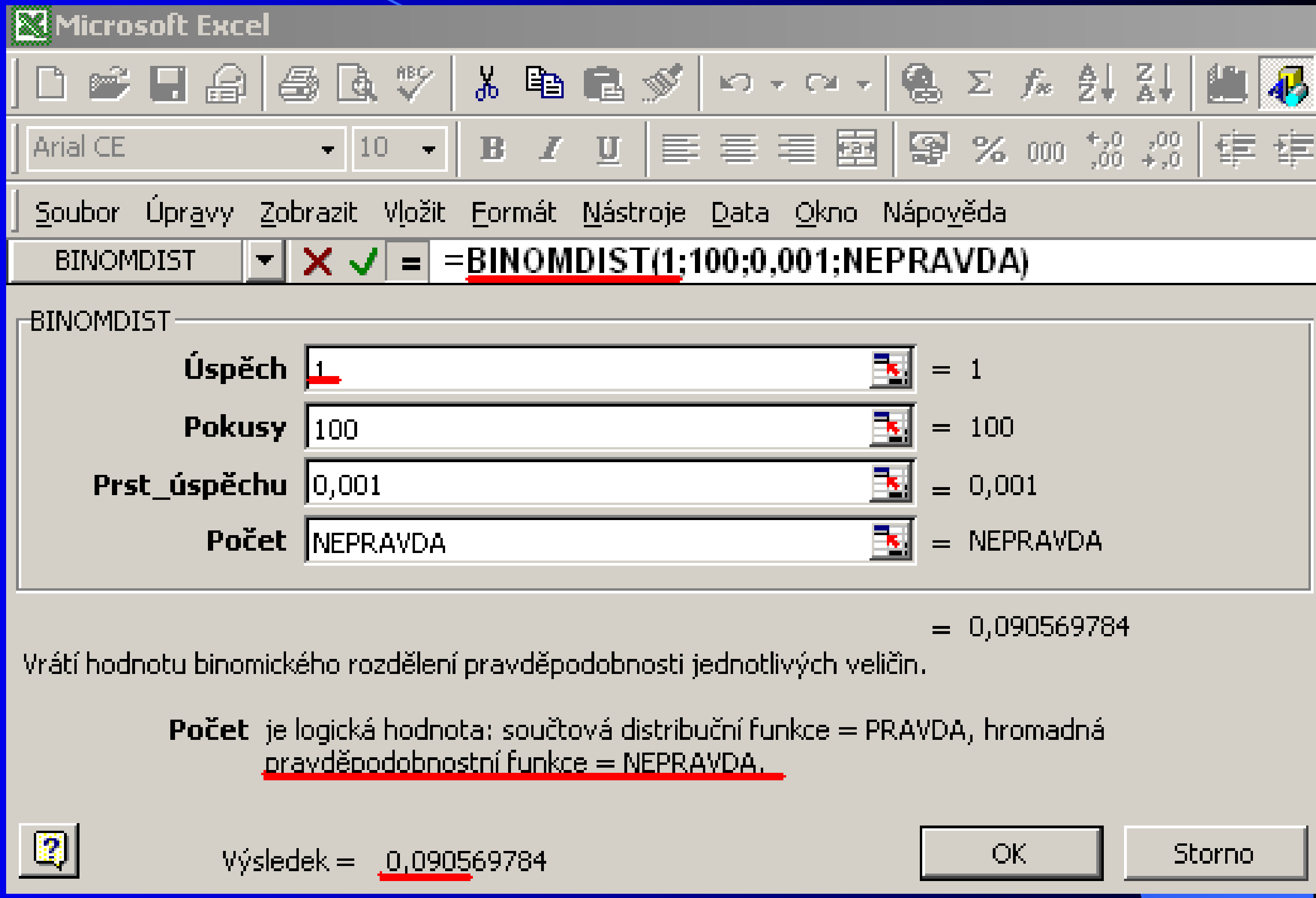
Řešení

- určete pravděpodobnost, že vzorek
- neobsahuje albína,



Pravděpodobnost, že neobsahuje albína, je 90,47 %

Řešení 3



Pravděpodobnost, že 100 členná populace krys bude obsahovat albína, je 9 %.

Další rozdělení

Pearsonova křivka III. typu

- Na empirické rozdělení mnoha statistických souborů s nimiž v geografii pracujeme, nelze aplikovat normální rozdělení.
- Platí to například v těch případech, kdy studovaná náhodná veličina nemá teoreticky zdůvodněnou možnost nabývat nekonečných hodnot nebo je-li omezena konečnými čísly V takovýchto případech lze aplikovat na studovaný soubor některou ze dvanácti křivek Pearsonova systému.

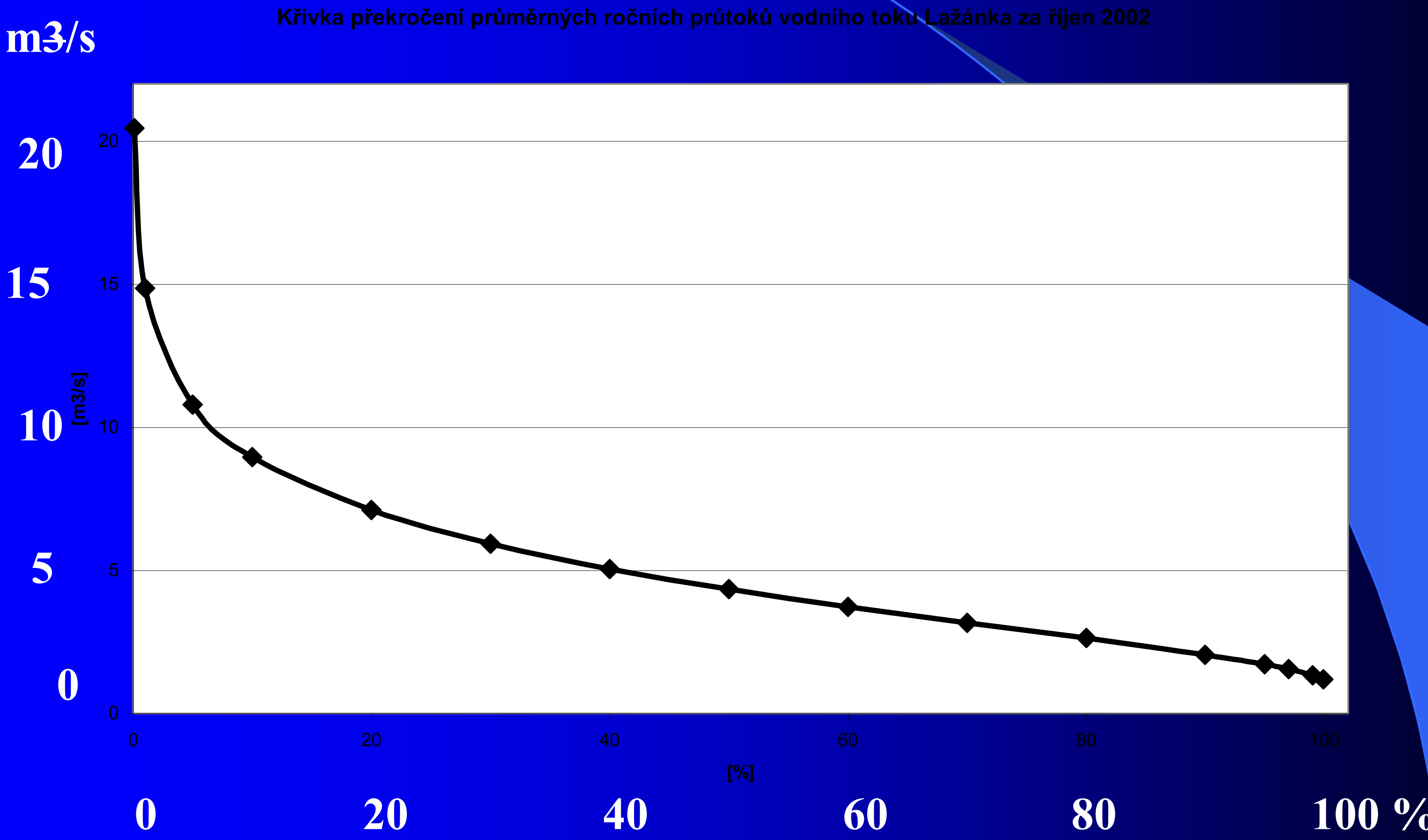
Pearsonova křivka III. typu

- **Pearsonova křivka III. typu**
- - obvykle pro veličiny s omezeným množstvím hodnot, které může nabývat
- - z křivky lze např. vyčíst pravděpodobnost se kterou bude hodnota sledovaného statistického znaku dosažena
- v hydrologii se počítá Pearsonova křivka ve variantě součtová čára četností jako
- tzv. čára překročení

- **příklad**
- Konstrukce čáry překročení z průměrných ročních průtoků vodního toku Lažánka za říjen 2002.

den	průtok Qd (m3/s)	den	průtok Qd (m3/s)
1	2,99	16	2,98
2	2,84	17	4,64
3	2,75	18	12,2
4	3,22	19	7,73
5	3,55	20	4,38
6	12,2	21	3,41
7	9,12	22	3,85
8	3,82	23	3,47
9	3,55	24	3,36
10	3,23	25	3,51
11	2,89	26	12,2
12	3,25	27	10,3
13	3,79	28	6,2
14	3,05	29	4,15
15	3,05	30	5,75
		31	5,1

Křivka překročení průměrných   ročních průtoků , Lažanka, říjen 2002



Odhady parametrů intervaly spolehlivosti

Základní pojmy

- základní soubor,
- statistický soubor
- výběrový soubor
- náhodný výběr
- k základnímu jednomu souboru lze získat více výběrových, různé charakteristiky

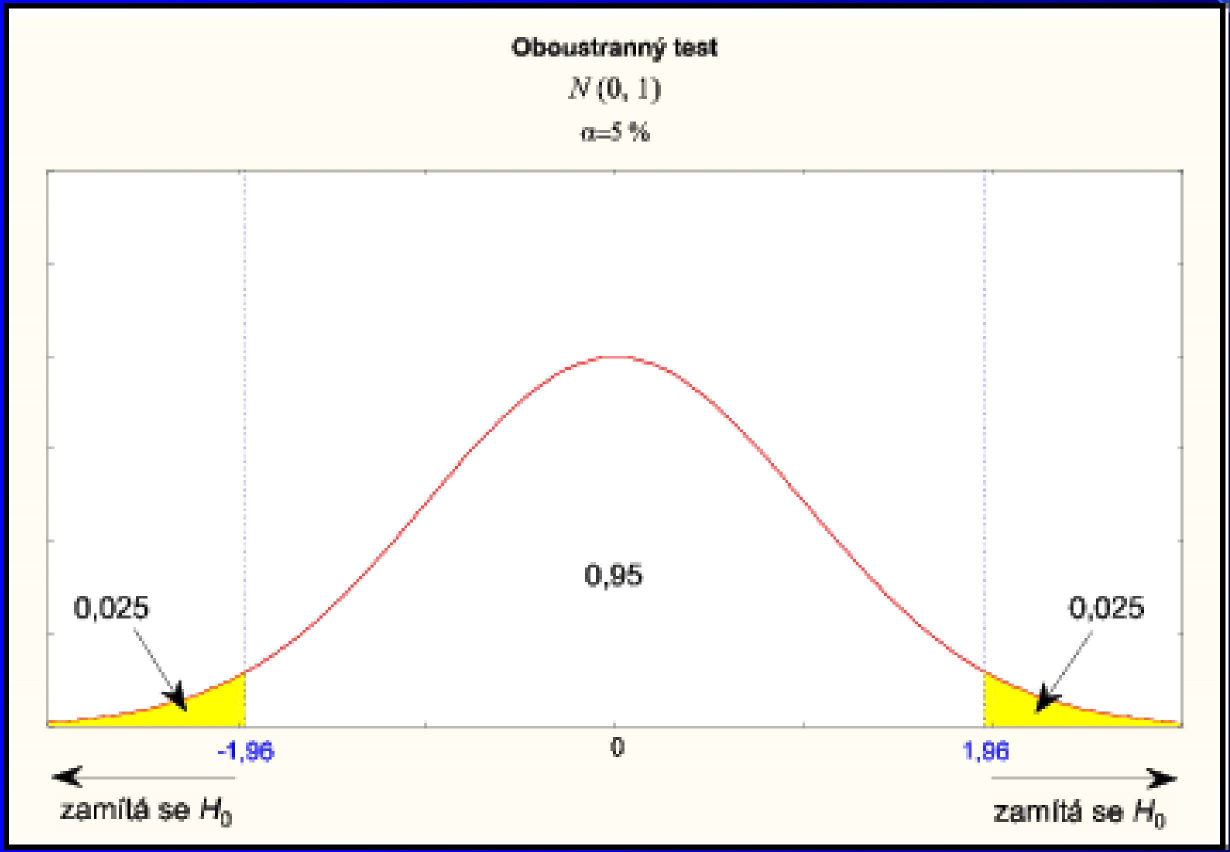
Základní pojmy

- reprezentativnost výběru – kvalita výběru
- prostý náhodný výběr (s opakováním a bez opakování)
- oblastní náhodný výběr (výběr z každé dílčí části)
- systematický náhodný výběr (podle pravidla, které nesouvisí se sledovaným znakem, např. sledovaný znak - počet obyvatel obce, seřadit obce podle abecedy a vybrat vždy každou pátou obec)

Intervaly spolehlivosti

- normální rozdělení,
- Statistický soubor s norm rozdělením (X, s)
- Jeho výběrový soubor bude mít norm rozdělení s param (x, s/$\sqrt{n}$),
- Interval spolehlivosti – pro zvolený koeficient spolehlivosti (pravděpodobnost , že tam X padne) (např. 95 %)
- vypočítáme interval,ve kterém s touto pravděpodobností leží X.

- **Obrázek:** Oboustranný test H_0



- provedeme-li výběr o rozsahu *n* a spočteme x , pak průměr X leží s pravděpodobností 0,95 ve vzdálenosti menší než $1{,}96\ s/\sqrt{n}$ od x ,
- tj. v intervalu s krajními body
- $(x - 1{,}96\ s/\sqrt{n}\ ,\ x + 1{,}96\ s/\sqrt{n})$… *interval spolehlivosti pro průměr.*
- *koeficient spolehlivosti* $P = 0{,}95$
- (tj. hladinu významnosti $\alpha = 0{,}05$)

- lze použít intervaly spolehlivosti např.
- pro 95 % (μ + - 1,960σ),
- pro 99 % (μ + - 2,576σ), tj. širší! interval

- hodnoty, které leží mimo interval, v tzv. **kritickém oboru** se považují za nepřípustné, jejich odchylky od průměru za významné

Závislost náhodných veličin

Závislost náhodných veličin

- Do jaké míry závisí změna prvku jednoho statistického souboru změnu prvku druhého statistického souboru?
- Jak podmiňuje změna prvku x změnu prvku y?
- Jak těsně na sobě závisí prvky dvourozměrného statistického souboru?
- Např.
- vztahy teplota a nadm. výška,
- srážky a odtok v povodí
- váha a výška člověka,

Vztahy náhodných veličin

- **Jednostranné** (nezávislá hodnota x jednoho stat. souboru podmiňuje hodnotu y druhého stat. souboru
- **Vzájemné** (nelze rozlišit závislou a nezávislou proměnou)

Vztahy náhodných veličin

- Podle stupně závislosti
- **Funkční** (pevnou)
- (určité hodnotě x odpovídá jediná hodnota y, vztah x a y lze tedy vyjádřit mat. funkcí),
- *např.*
- *Konkrétní teplotě odpovídá jedna hodnota stupně nasycení vodní párou*

Vztahy náhodných veličin

- **Statistická**
- (jedné hodnotě x odpovídá více hodnot y, hodnoty y mají své rozdělení s průměrem, tento průměr hodnot y je i pro různá x shodný)
-

Vztahy náhodných veličin

- **Korelační**
- Se změnou hodnot x se mění soubory hodnot y, které mají své rozdělení a různých průměrech
- *např. pro určitou těl výšku existuje více hodnot hmotnosti, které budou mít normální rozdělení,*
- *různým výškám odpovídají hmotnosti s normálním rozdělením, ale s různým průměrem*
- Př. Pro 170 cm existuje norm. rozdělení hmotností o průměru 68 kg, pro 180 cm opět normální rozdělení hmotností s průměrem 76 kg

Korelační závislost

- Určení těsnosti korelační závislosti
- (jak těsný je vztah mezi výškou a hmotností člověka)
- Korelace je druh závislosti mezi prvky dvou souborů
- Regresní čára znázorňuje graficky tuto korelační závislost

Intervaly a pásy spolehlivosti pro lineární regresní závislost

- Kolem regresní přímky lze sestrojit
- interval spolehlivosti,
- který určuje pro vybrané x
- interval, ve kterém se budou s určitou pravděpodobností nacházet hodnoty y

Př. lineární regrese

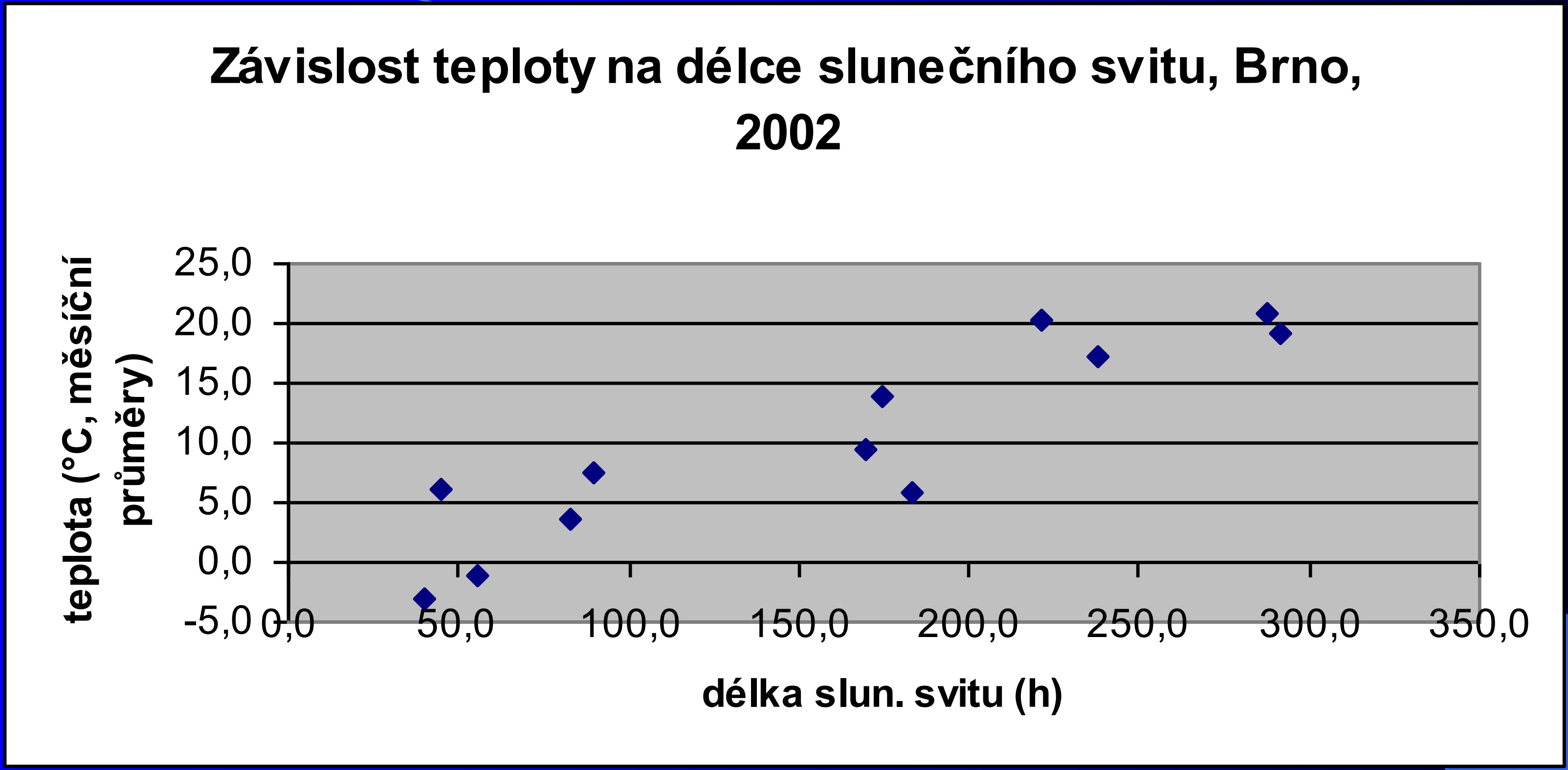
- Vypočítejte koeficient korelace pro vztah délky slunečního svitu a teploty na datech meteorol. stanice Tuřany, 2002

Délka slun. svitu (h)	55,6	82,7	183,4	169,5	238,3	291,4	288,0	221,2	174,5	89,4	44,7	40,3
Teplota (° C)	-1,2	3,6	5,8	9,4	17,1	19,1	20,9	20,4	14,0	7,6	6,0	-3,1

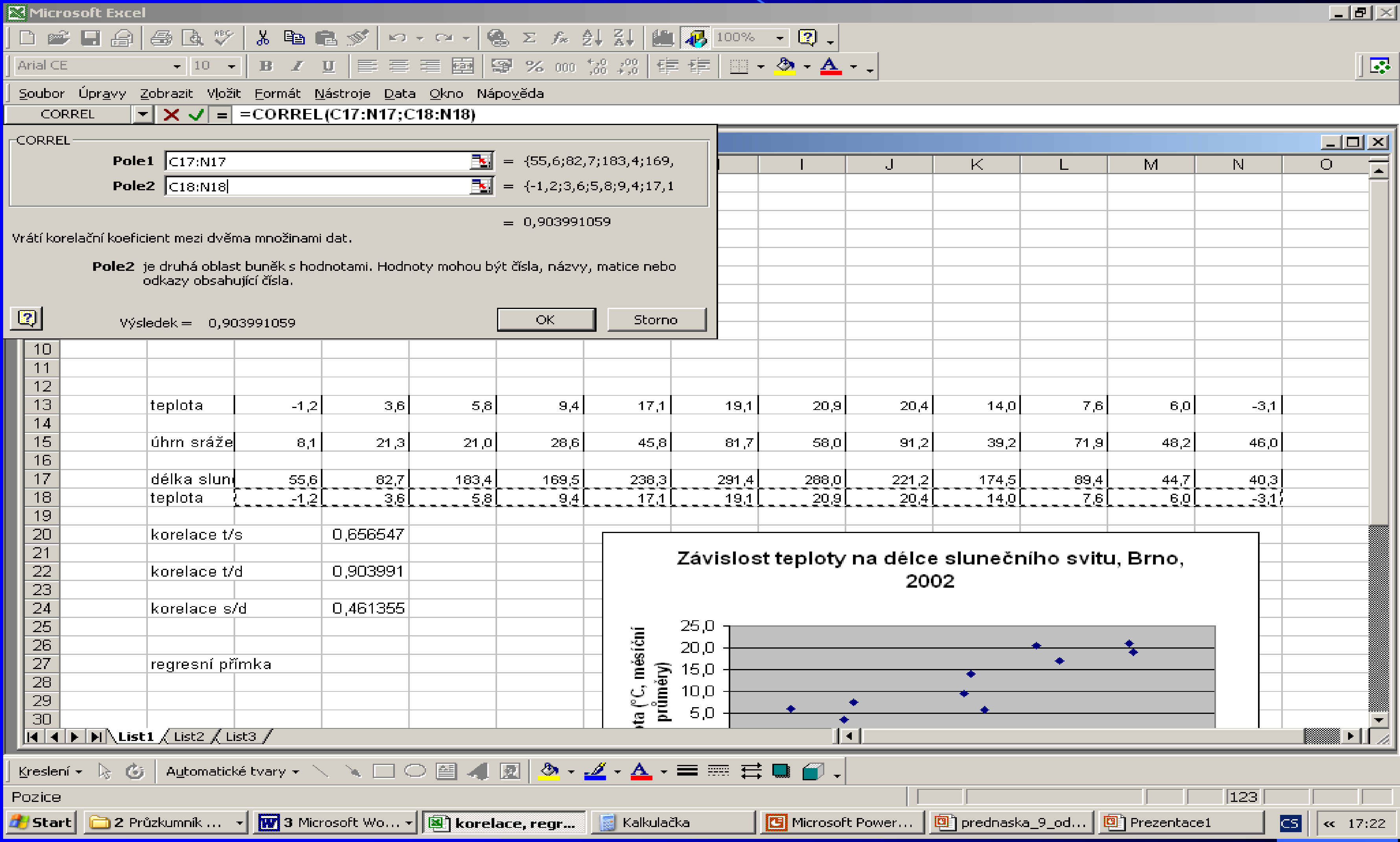
t	**-1,2**	**3,6**	**5,8**	**9,4**	**17,1**
h	**55,6**	**82,7**	**183,4**	**169,5**	**238,3**

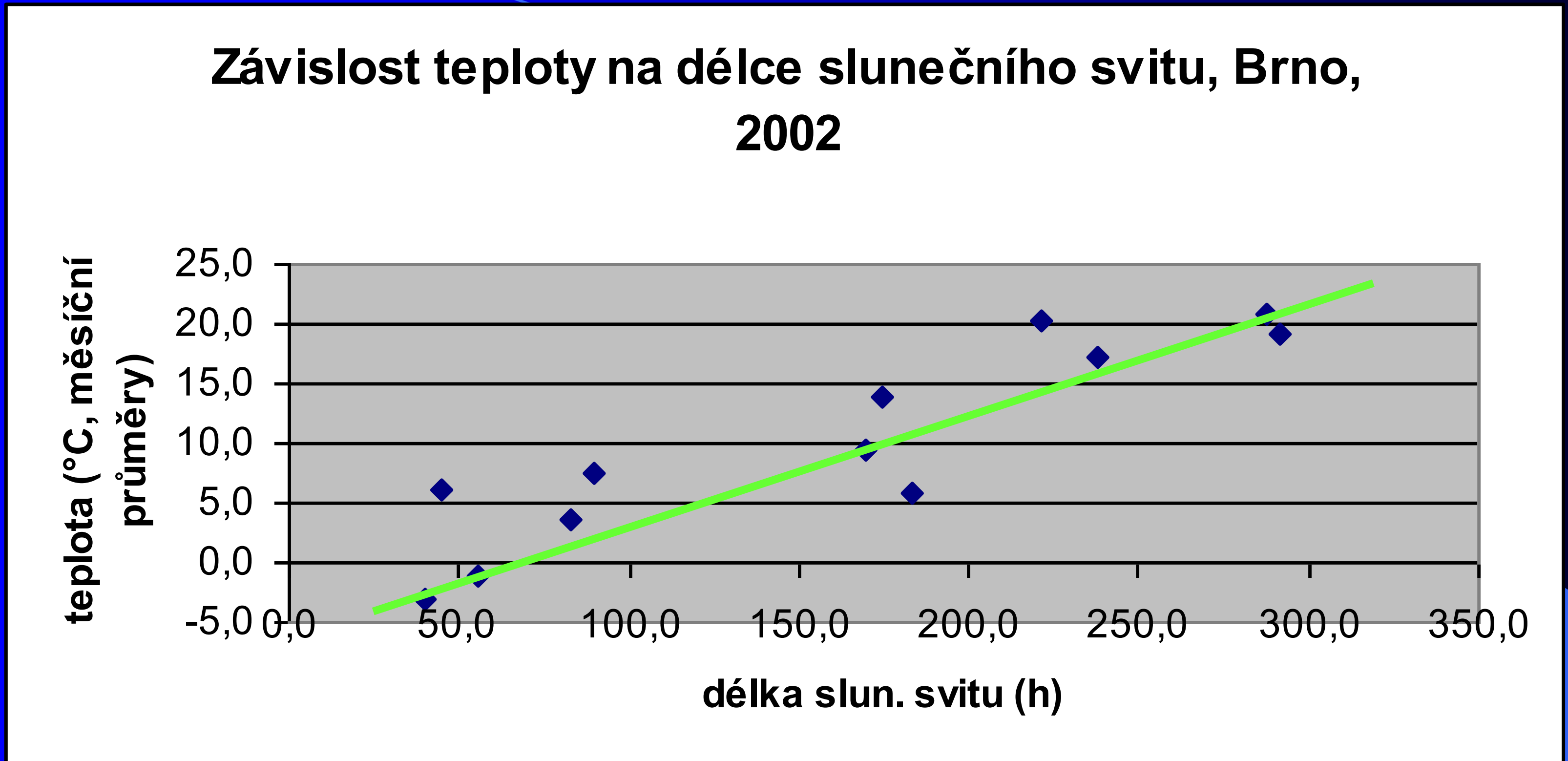
corel h, t **0,920888**

corel t, h **0,920888**


Závislost teploty na délce slunečního svitu, Brno, 2002
teplota (°C, měsíční průměry)
25,0
20,0
15,0
10,0
5,0
0,0
-5,0
0,0
50,0
100,0
150,0
200,0
250,0
300,0
350,0
délka slun. svitu (h)

Výpočet koeficientu regrese b :
Excel, funkce CORREL, POLE1 - hodnoty délka slun. Svitu, Pole2 - hodnoty teploty





lineární regresní čára - Přidat spojnici trendu

Časové řady
Bazické a řetězové
Z - diagram

časová řady – základní pojmy

- **statistická řada**
- posloupnost hodnot znaku uspořádaných podle určitého hlediska
- **časová řada**
- statistická řada upořádaná podle času
- časová řada=dynamická=chronologická = vývojová

Sestavování časových řad

Cíl – získat porovnatelná čísla

- dodržovat **zásady**:
  - **stejně dlouhá časová období**
    - (přepočet na „standardizovaný“ měsíc se 30 dny, přepočet na počet **shodný počet pracovních dní** v měsíci p
  - **stejně velká území, příp. stejná úroveň** (shodná rozloha, povodí řádu toku, administrativní jednotka)
  - **stejné jednotky**

- **časová řada OKAMŽIKOVÁ**
  – sleduje se hodnoty znaku k určitému okamžiku
  – např. počet obyvatel ČR k 31.12. 2000, 2001,

- **časová řada INTERVALOVÁ**
  – sleduje se hodnota znaku v intervalu , období
  – denní úhrn srážek, průměrná denní teplota, měsíční těžba…
    - pouze k této řadě se vztahuje požadavek stejného intervalu zvláště u sledování ekonomických ukazatelů

Analýza časových řad

- cíle analýzy:
  - zjistit hlavní rysy průběhu časových řad a analyzovat je
- podle průběhu časové řady:
- **stacionární** nebo **s trendem**
- s **periodickým opakováním** výkyvů nebo **bez** výkyvů
- všechny možné kombinace

Charakteristiky časových řad

přírůstky a indexy

- přírůstky:
- **absolutní přírůstek** – rozdíl hodnot po sobě následujících („druhá“ – „ první“)
- $x_i - x_{i-1}$

- **relativní přírůstek**
- podíl $x_i - x_{i-1} / x_{i-1}$

Řetězové a bazické indexy

- **bazický index**
- podíl $x_i / x_z * 100$,
- x_z - první „ základní „ hodnota časové řady
- změny k jedné základní (bazické) hodnotě

- **řetězový index** (koeficient růstu)
- podíl $x_i / x_{i-1} * 100$
- podíl v procentech po sobě následujících hodnot
- (změny např. z měsíce na měsíc“ – řetězení)

Klouzavé úhrny

- **zvláštní typ součtové čáry**
- vhodné pro porovnávání dvou či více řad hodnot za po sobě následující období
- např. kolísání ročního chodu srážek
- postup viz. např. skripta Brázdil. a kol. str. 147

měsíc	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
prům úhrn srážek;2002; mm	8,1	21,3	21	29	45,8	81,7	58	91,2	39,2	71,9	48,2	46
prům úhrn srážek;2003, mm	26,6	4,3	4,1	22	92,8	59,8	66,1	37	24,3	58,5	32,4	54,3

KLOUZAVÝ ÚHRN	482,6	454,9	486	521	586	565	573	518	504	490	474,3	483

Klouzavý úhrn,vždy součet 12 měsíčních hodnot, tj. daný měsíc plus +11 předchozích

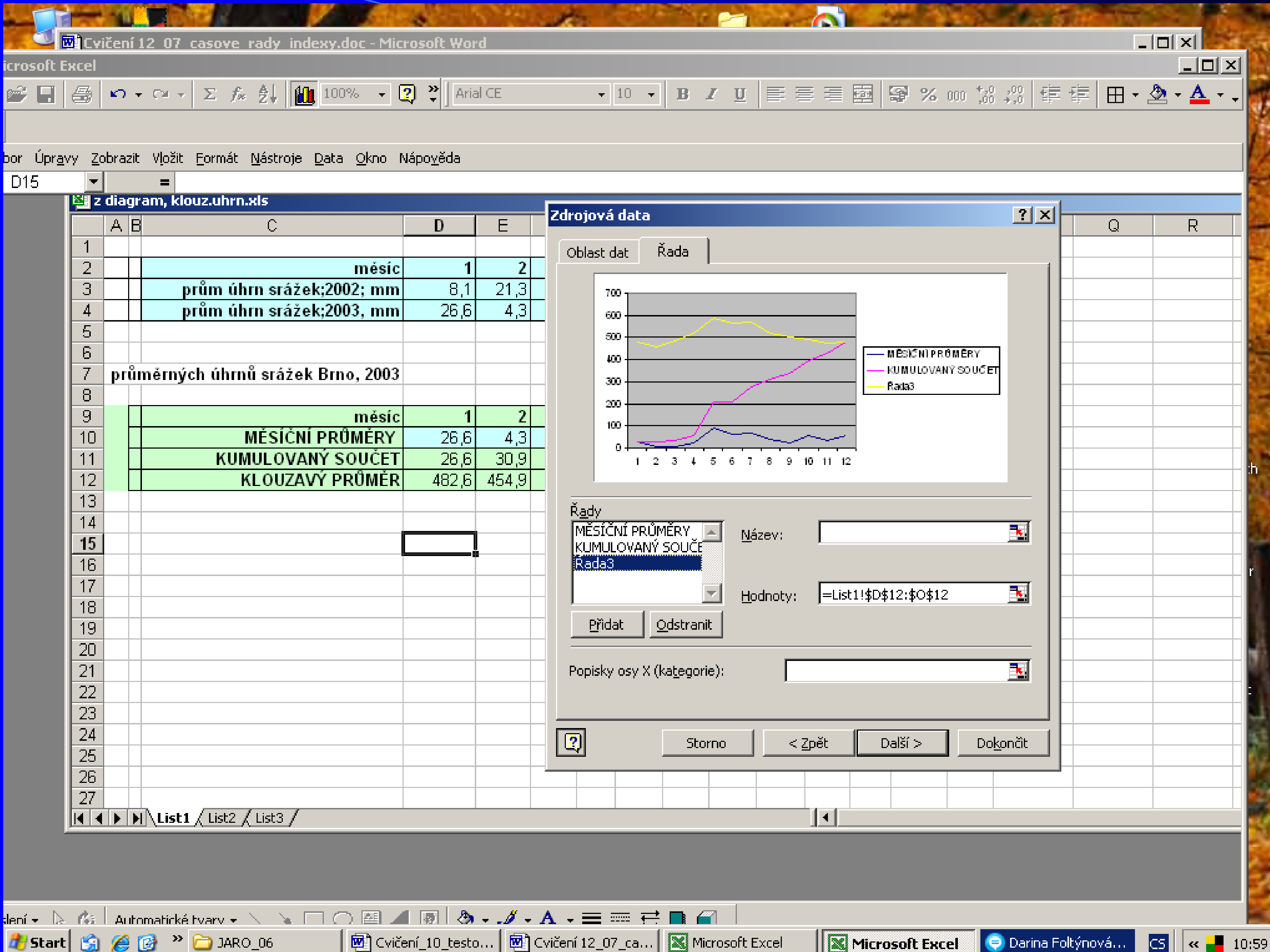
LEDNOVÁ HODNOTA – SOUČET „NOVÝ“ LEDEN + 11 předchozích měsíců

ÚNOROVÁ HODNOTA – SOUČET „NOVÝ“ LEDEN + ÚNOR +STARÉ OSTATNÍ MĚSÍCE

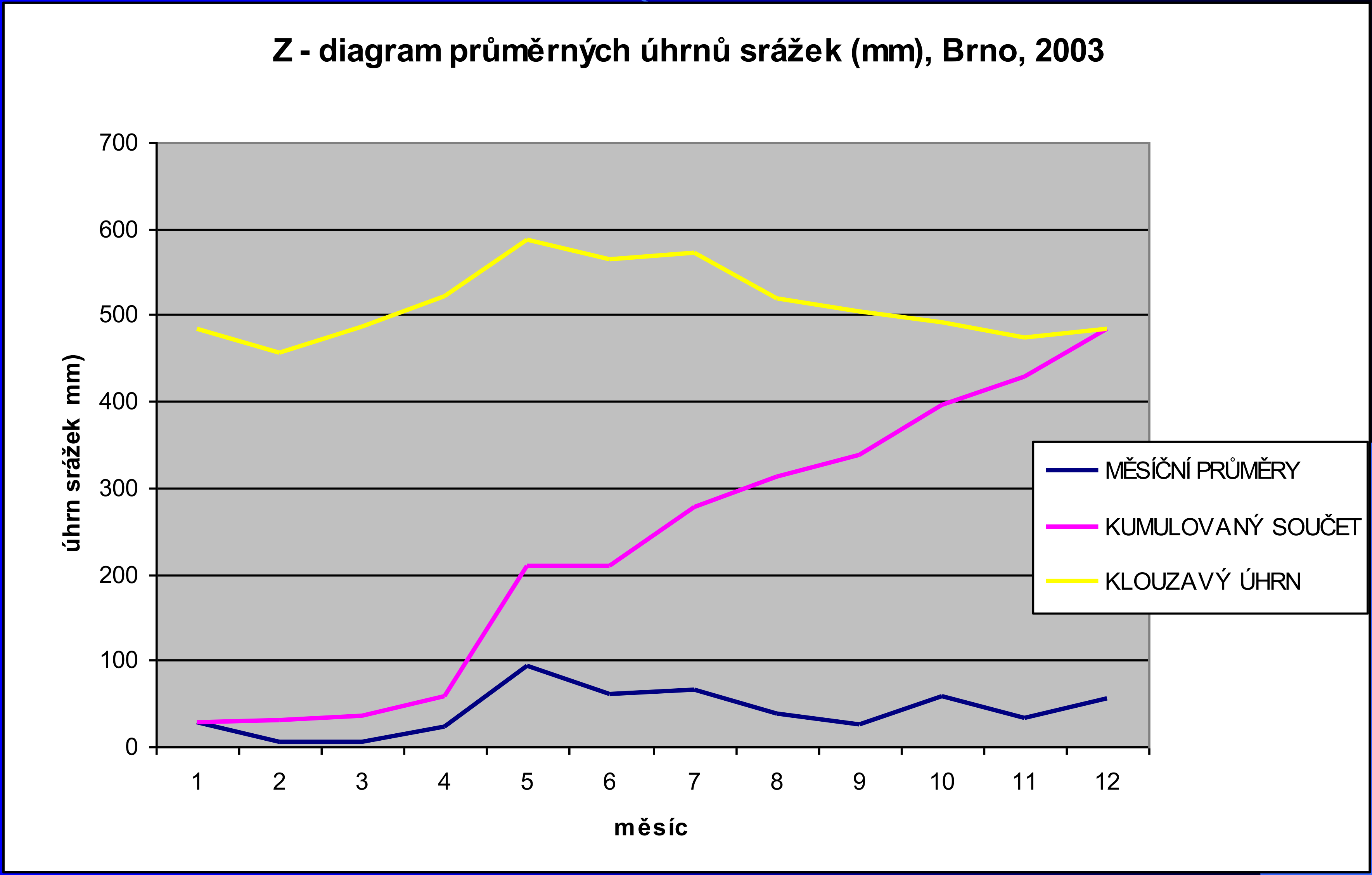
Z - diagramy

- GRAFICKÉ ZNÁZORNĚNÍ
  - řada běžných hodnot,
  - součtová čára,
  - řada klouzavých úhrnů

- společné body Z - diagramu(tj. spol. hodnoty)
  - výchozí bod součtové č. a řady běžných hodnot
  - poslední hodnota součtové čáry a poslední hodnota klouzavého úhrnu


Cvičení 12_07_casove_rady_indexy.doc - Microsoft Word
icrosoft Excel
bor Úpravy Zobrazit Vložit Formát Nástroje Data Okno Nápověda
D15
z diagram, klouz.uhrn.xls
měsíc 1 2
prům úhrn srážek;2002; mm 8,1 21,3
prům úhrn srážek;2003, mm 26,6 4,3
průměrných úhrnů srážek Brno, 2003
měsíc 1 2
MĚSÍČNÍ PRŮMĚRY 26,6 4,3
KUMULOVANÝ SOUČET 26,6 30,9
KLOUZAVÝ PRŮMĚR 482,6 454,9
List1 List2 List3
Zdrojová data
Oblast dat
Řada
MĚSÍČNÍ PRŮMĚRY
KUMULOVANÝ SOUČET
Řada3
Řady
Název:
Hodnoty:
=List1!$D$12:$O$12
Přidat
Odstranit
Popisky osy X (kategorie):
Storno
< Zpět
Další >
Dokončit
Automatické tvary
Start
JARO_06
Cvičení_10_testo...
Cvičení 12_07_ca...
Microsoft Excel
Darina Foltýnová...
CS
10:59

Z - diagramy


Z - diagram průměrných úhrnů srážek (mm), Brno, 2003
700
600
500
400
300
200
100
0
úhrn srážek mm)
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
měsíc
MĚSÍČNÍ PRŮMĚRY
KUMULOVANÝ SOUČET
KLOUZAVÝ ÚHRN