

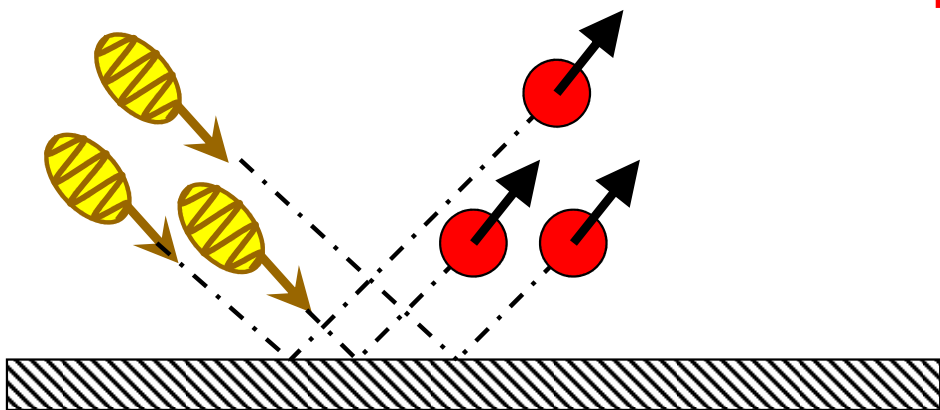
Kvantové vysvětlení fotoelektrického jevu



Albert Einstein
1879 - 1955

- Fotoelektrický jev vysvětlil Einstein pomocí Planckovy kvantové hypotézy
- Fotoelektrický jev : Světlo vyráží z povrchu kovů elektrony. Jedno kvantum světla může vyrazit právě jeden elektron. Část energie kvanta se spotřebuje na překonání přitažlivé síly, jež váže elektron v materiálu (a ta je závislá na daném kovu), zbytek elektron dostane ve formě kinetické energie
- Jak Planck, tak Einstein za tyto objevy obdrželi Nobelovu cenu.

$$E_e = hf - W$$

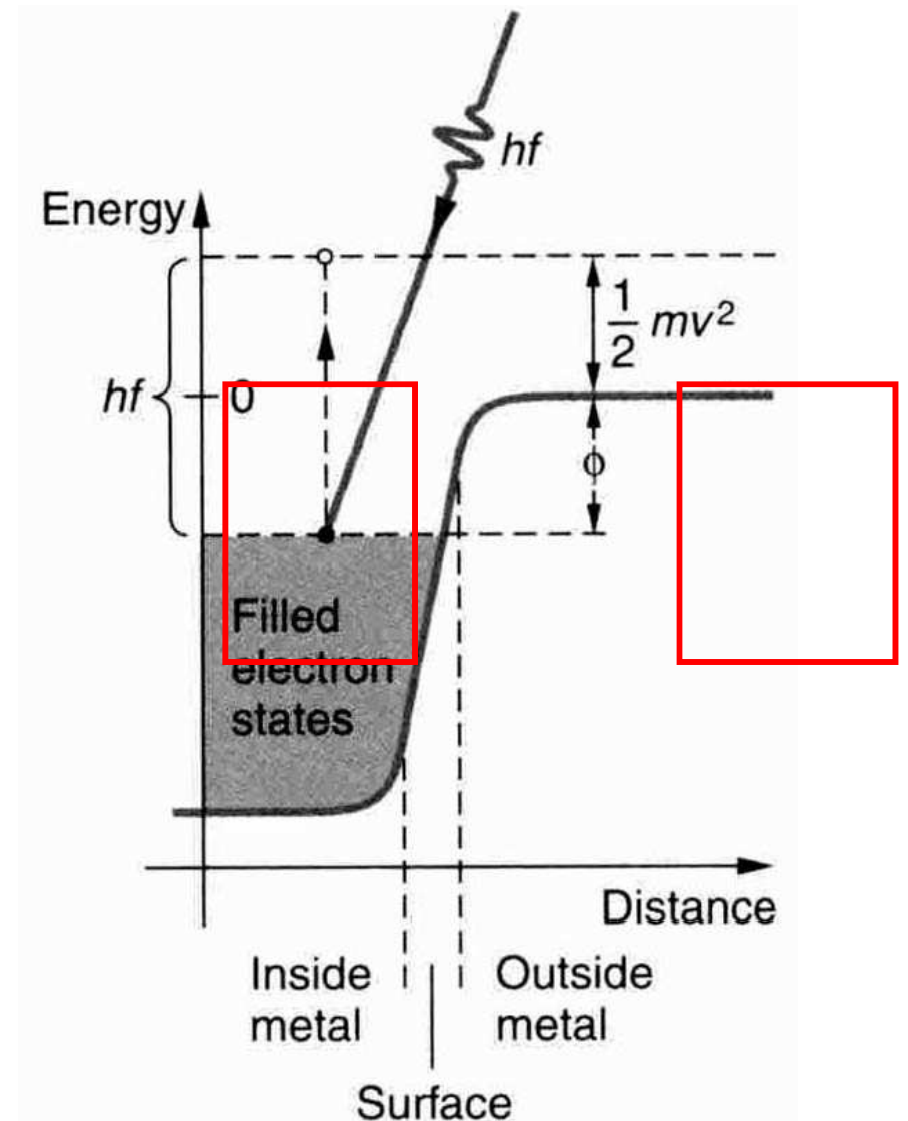


$$\frac{hc}{\lambda} = \phi + \frac{mv^2}{2} = \phi + eV_{stop}$$

Speciální případ:

bez kinetické energie ($V_o = 0$).

$$E_{min} = \frac{hc}{\lambda_{min}} = \phi$$



Comptonův jev

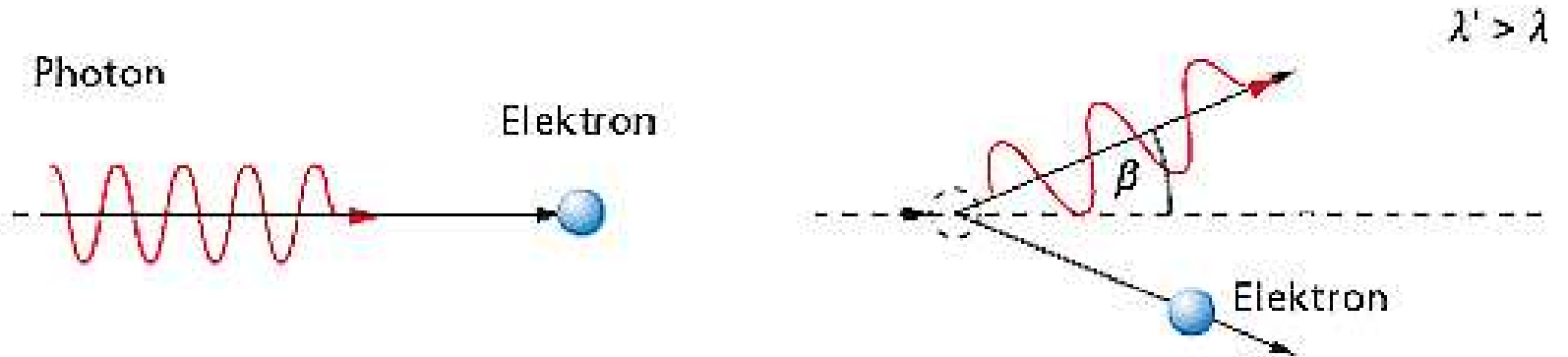


**Arthur Holly
Compton**
(1892 – 1962)

Jev, který podpořil korpuskulární teorii světla, pozoroval A. Compton. Nobelova cena (1927)

Světlo dopadá na volné elektrony.

Světlo pokračuje v šíření pod jiným úhlem a s **větší vlnovou délkou**.

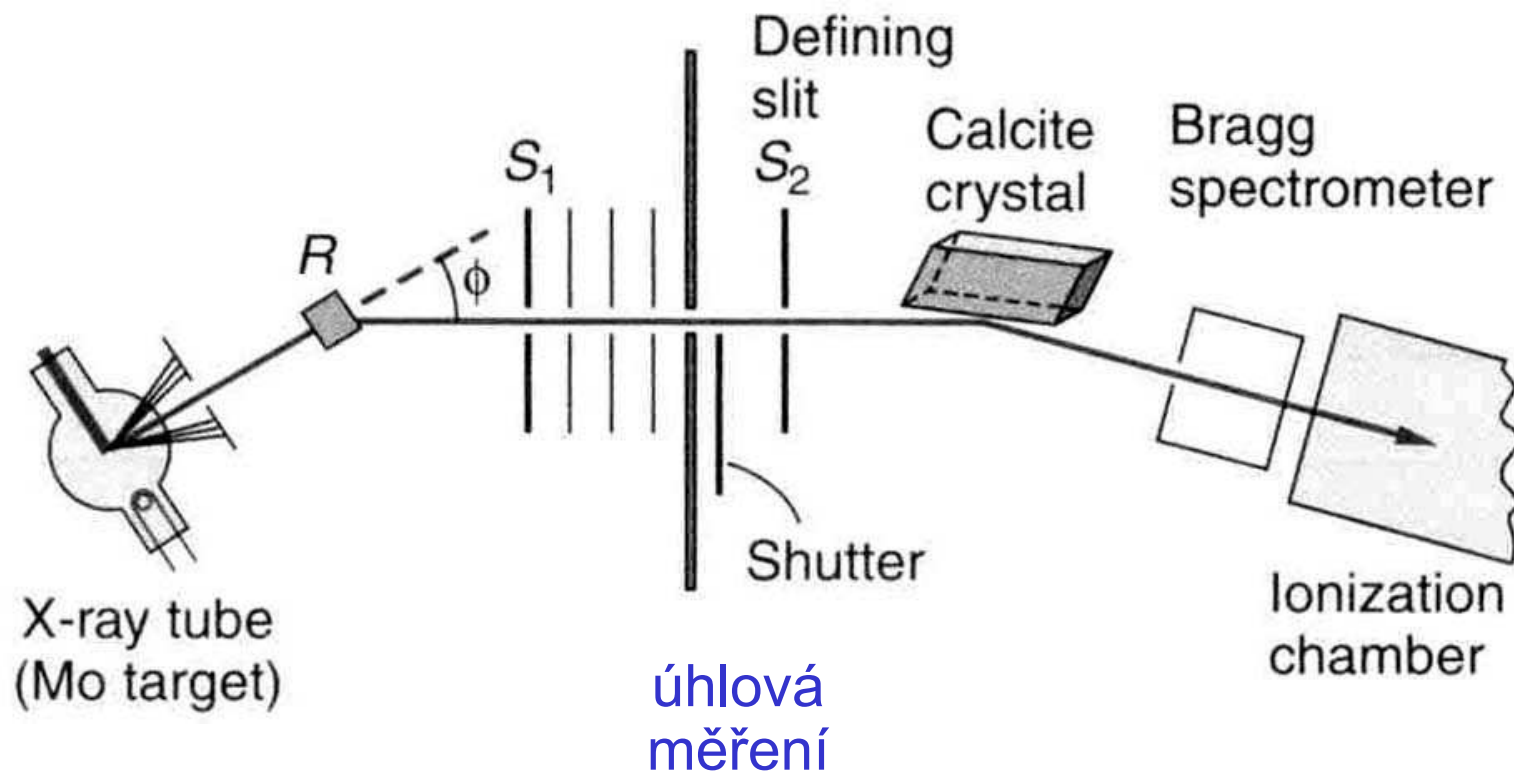


Elektrony vyletují z místa srážky.

Dle klasické teorie se vlna sice může ohýbat na překážkách a předávat svou energii hmotným objektům (za snížení amplitudy), ale **nemůže při tom změnit svou vlnovou délku!**

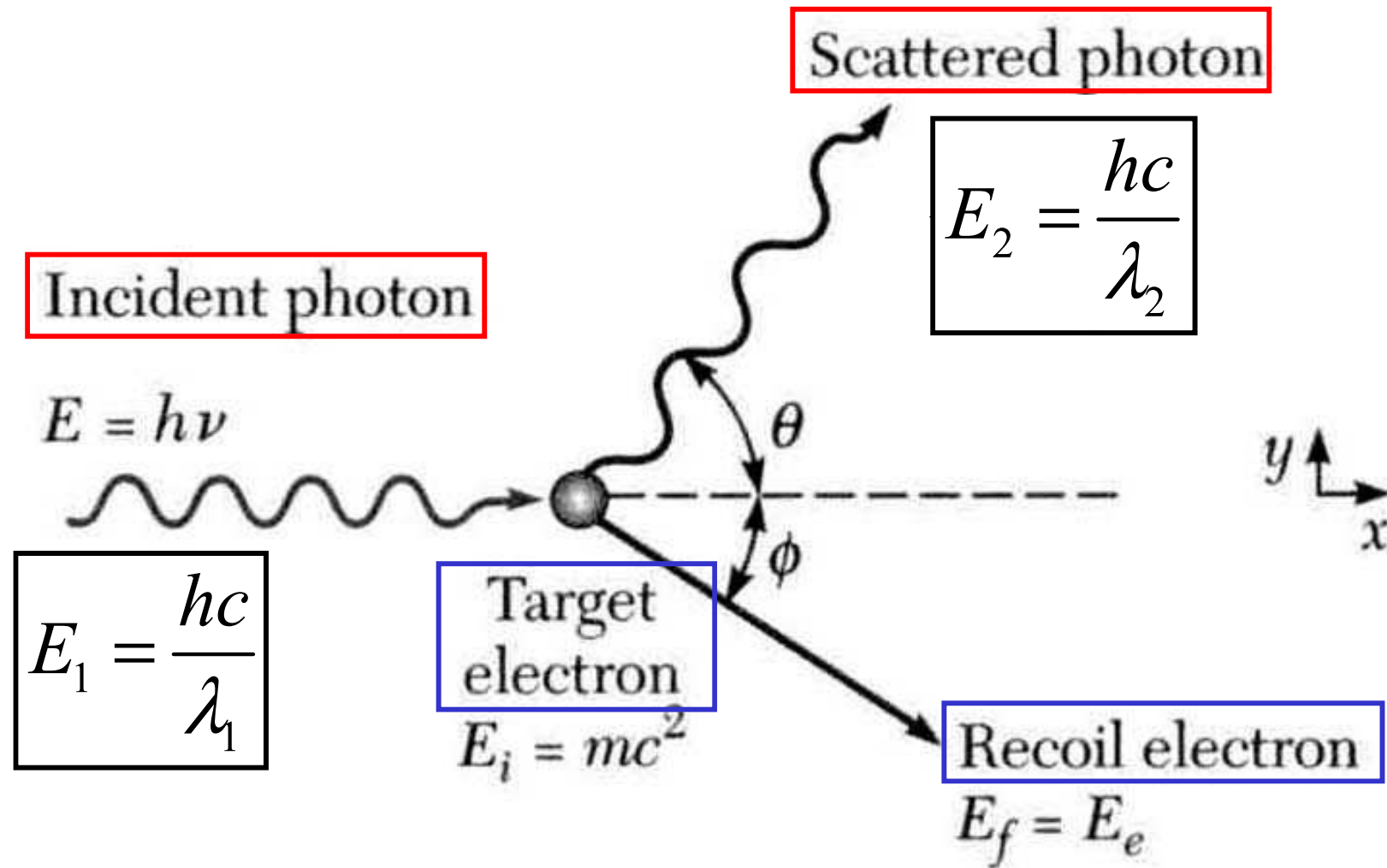
Důsledky Comptonova experimentu: **fotony se chovají jako částice s hybností** $p = hf/c$

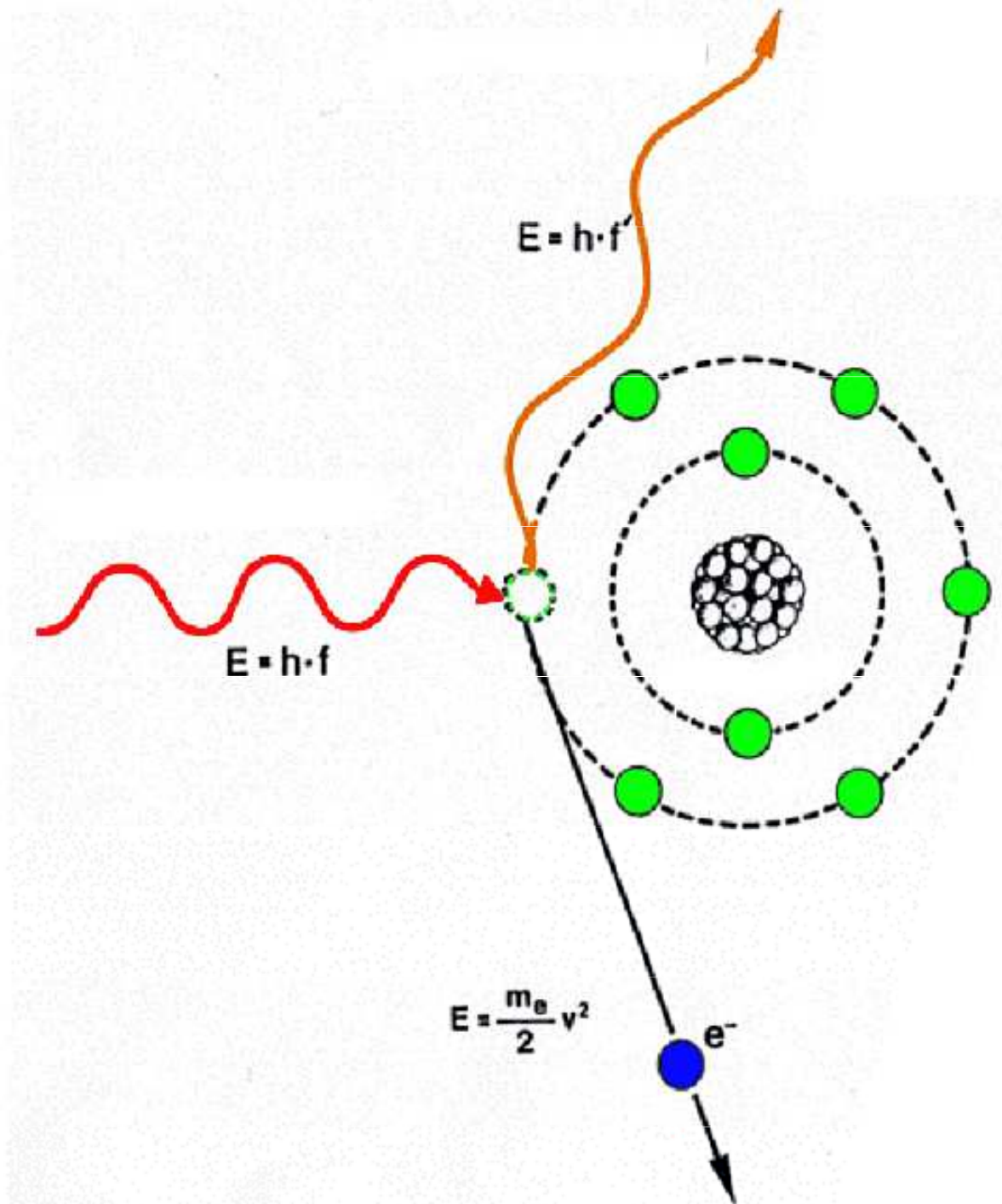
Uspořádání pokusu X-ray



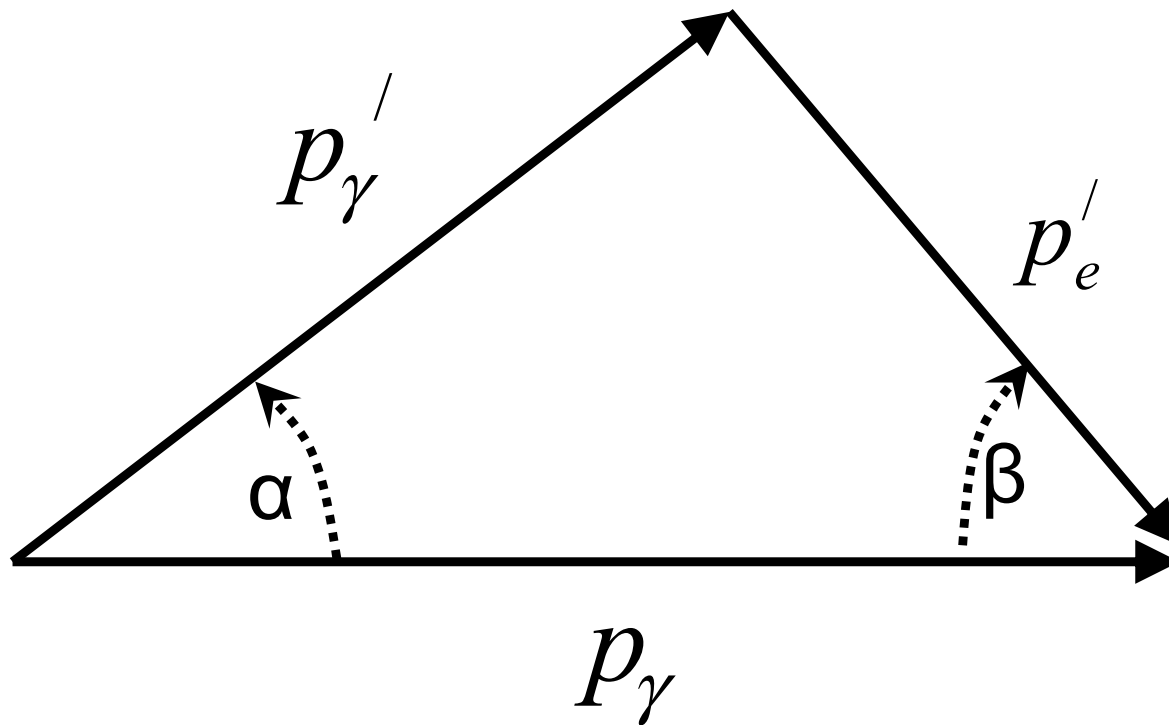
rozptýlené X-ray

Schema pro výpočty





Fotony rtg záření se rozptylují na volných elektronech.
Tento rozptyl nelze vysvětlit klasickou elektrodynamikou

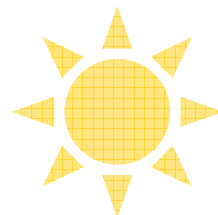


Zákon zachování
hybnosti

$$\mathbf{p}_\gamma = \mathbf{p}_{\gamma'} + \mathbf{p}_{e'}$$

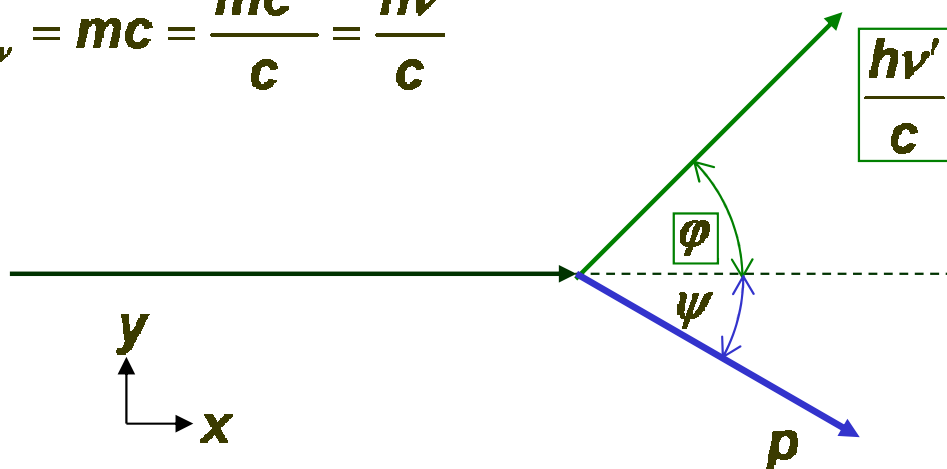
Zákon zachování
energie

$$hf = hf' + E_{ke}$$



Výpočet Comptonův jev (rozptyl)

$$p_\nu = mc = \frac{mc^2}{c} = \frac{h\nu}{c}$$



Zákony zachování hybnosti:

$$0 = \frac{h\nu'}{c} \cdot \sin\varphi - p \cdot \sin\psi$$

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cdot \cos\varphi + p \cdot \cos\psi$$

po umocnění a sečtení:

$$p^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h^2\nu\nu'}{c^2} \cdot \cos\varphi$$

stejnou veličinu vypočítáme ze zákona zachování energie:

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + mc^2 \Rightarrow m = m_0 + \frac{h}{c^2}(\nu - \nu')$$

z relativistického vztahu pro hmotnost určíme rychlost elektronu :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow v^2 = c^2 \left(1 - \frac{m_0^2}{m^2}\right) \quad p^2 = m^2 v^2 = m^2 \cdot c^2 \left(1 - \frac{m_0^2}{m^2}\right) = c^2 (m^2 - m_0^2)$$

$$p^2 = c^2 \left[\frac{h^2}{c^4} \cdot (\nu - \nu')^2 + \frac{2m_0 h}{c^2} (\nu - \nu') \right]$$

porovnání pravých stran podtržených rovnic:

$$\frac{h^2}{c^2} \cdot (\nu - \nu')^2 + 2m_0 h (\nu - \nu') = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h^2\nu\nu'}{c^2} \cdot \cos \varphi$$

$$(\nu - \nu')^2 + \frac{2m_0 c^2}{h} (\nu - \nu') = \nu^2 + \nu'^2 - 2\nu\nu' \cdot \cos \varphi$$

$$-2\nu\nu' + \frac{2m_0 c^2}{h} (\nu - \nu') = -2\nu\nu' \cdot \cos \varphi$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda}, \nu' = \frac{c}{\lambda'} \Rightarrow -2\frac{c^2}{\lambda\lambda'} + \frac{2m_0 c^3}{h} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right) = -2\frac{c^2}{\lambda\lambda'} \cdot \cos \varphi$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \varphi)$$

$$-1 + \frac{m_0 c}{h} (\lambda' - \lambda) = -\cos \varphi$$

$$1 - \cos 2\frac{\varphi}{2} = 1 - \left(\cos^2 \frac{\varphi}{2} - \sin^2 \frac{\varphi}{2}\right) = 2\sin^2 \frac{\varphi}{2}$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\varphi}{2}$$

$$\frac{h}{m_0 c}$$

Tzv. Comptonova vlnová délka
elektronu

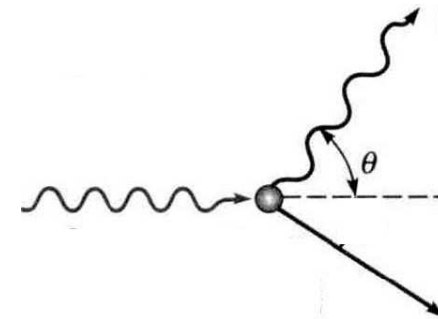
Scattering Angle

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \left(\frac{h}{mc} \right) (1 - \cos \theta)$$

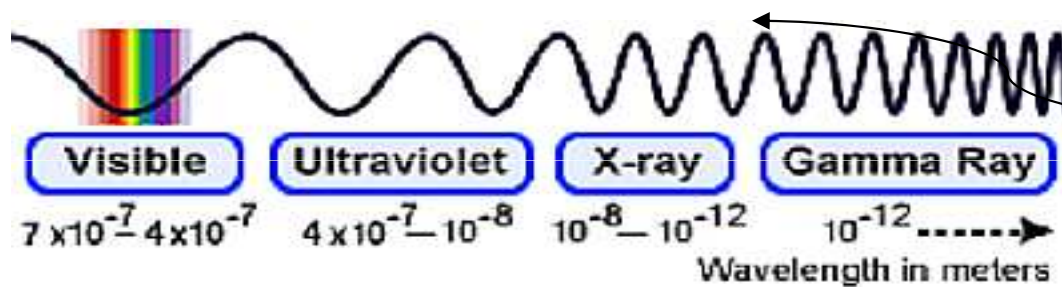
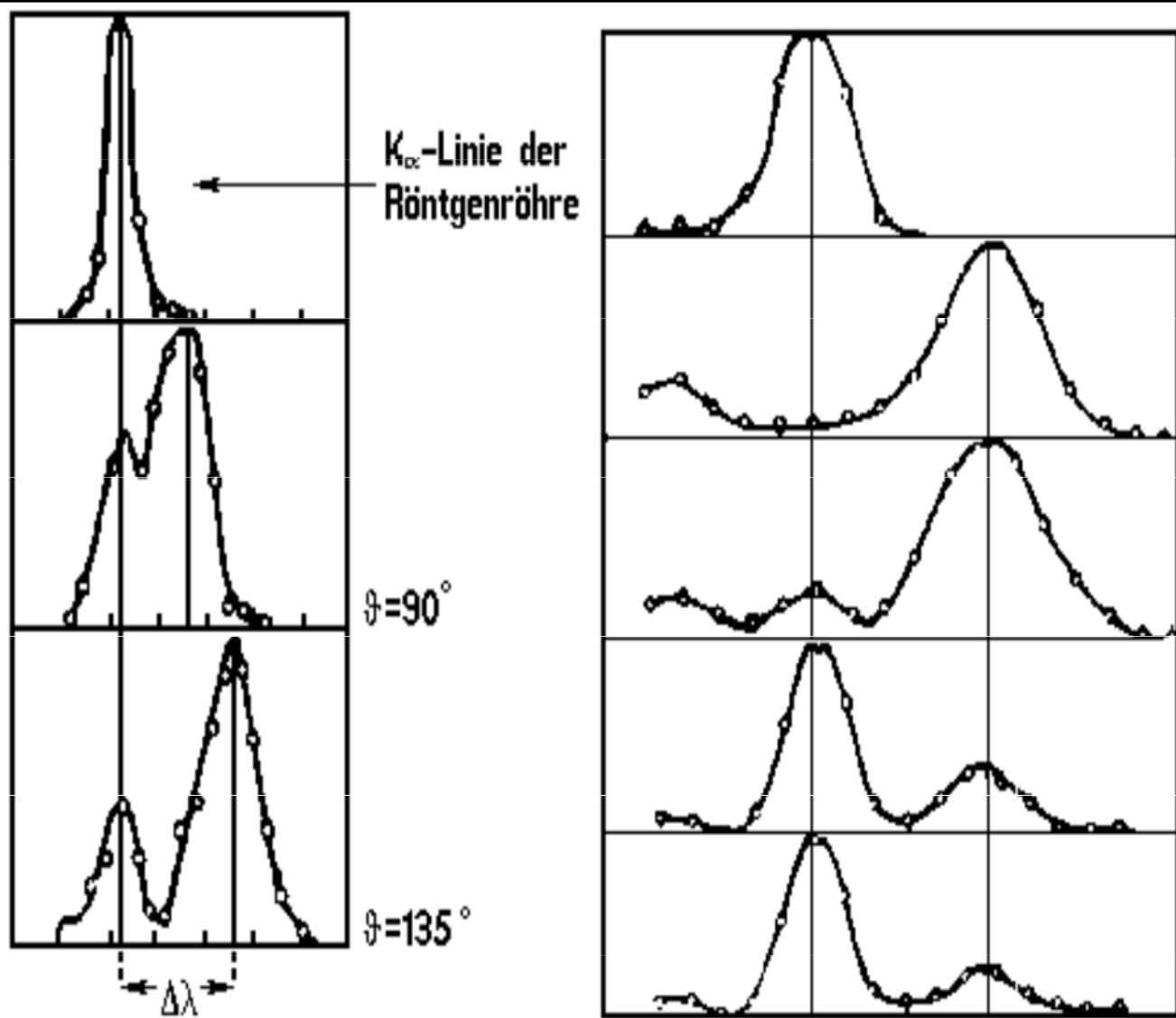
↑
Critical $\lambda_c = 0.0024 \text{ nm}$ for e^-

- Limiting Values

- No scattering: $\theta = 0^\circ \rightarrow \cos 0^\circ = 1 \rightarrow \Delta\lambda = 0$
- Bounce Back: $\theta = 180^\circ \rightarrow \cos 180^\circ = -1 \rightarrow \Delta\lambda = 2\lambda_c$



$$\lambda^{(2)} - \lambda^{(1)} = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta), \quad \frac{h}{mc} \approx 0.00234 \text{ nm}$$



$$\lambda_c = \frac{h}{m_e c} = 2,4263106 \text{ pm}$$

Problem..

If a 0.511-MeV photon from a positron-electron annihilation scatters at $\theta = 180^\circ$ from a free electron, then find the wavelength and energy of the Compton scattered photon.

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \lambda_C (1 - \cos \theta) = (0.00243 \text{ nm}) (1 - \cos 180^\circ) = 4.86 \times 10^{-3} \text{ nm}$$

$$\lambda_1 = \frac{hc}{E_1} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{0.511 \times 10^6 \text{ eV}} = \underline{2.43 \times 10^{-3} \text{ nm}}$$

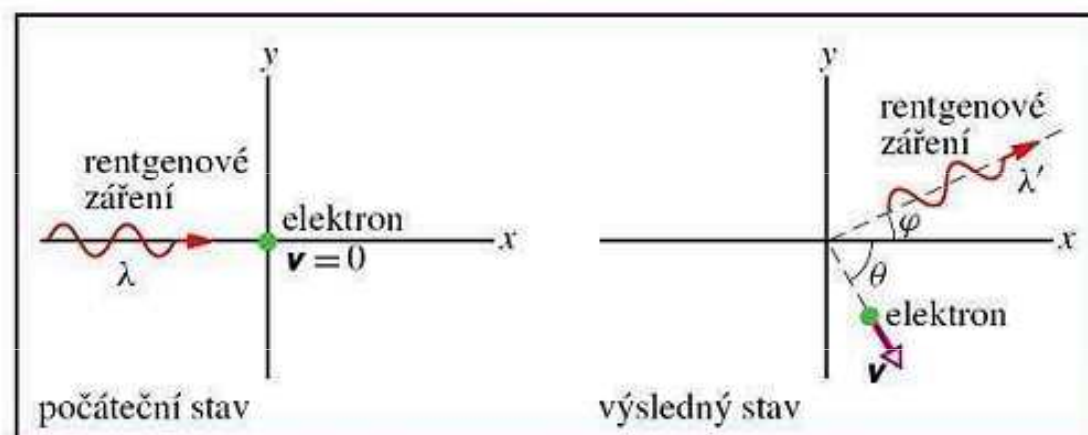
$$\boxed{\lambda_2} = \lambda_1 + \Delta\lambda = 2.43 \times 10^{-3} \text{ nm} + 4.86 \times 10^{-3} \text{ nm} = \boxed{7.29 \times 10^{-3} \text{ nm}}$$

$$\boxed{E_2} = \frac{hc}{\lambda_2} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{7.29 \times 10^{-3} \text{ nm}} = \boxed{1.70 \times 10^5 \text{ eV or } 0.17 \text{ MeV}}$$

Příklad: Comptonův jev se uvádí jako přesvědčivý důkaz Einsteinovy hypotézy o existenci fotonů. Jedná se o rozptyl rentgenového záření o dané vlnové délce λ na elektronech v uhlíkovém terčíku. V rozptýleném záření našel Compton záření nejen s původní vlnovou délkou λ , ale i s vlnovou délkou $\lambda' > \lambda$. Při vysvětlení tohoto jevu je třeba popisovat interakci rentgenového záření s elektrony jako interakci jednotlivých fotonů s jednotlivými elektrony materiálu. (V některých učebnicích se správně vysvětluje, že energie fotonu rentgenového záření je velká ve srovnání s vazební energií elektronu v atomu uhlíku, takže srážku můžeme popsat jako srážku fotonu s volným elektronem.) Pomocí fotonové hypotézy a užitím zákona zachování energie lze kvalitativně vysvětlit změnu vlnové délky rentgenového záření.

Otázka

Jak je možné, že po srážce s elektronem ztratí foton jen část své energie, když přece dochází při interakci světla a látky jen k přenosu energie po částech – kvantech? (Rozptýlený foton má menší energii než dopadající foton.) Nevede rozbor Comptonova jevu ke zmatku v hlavě hloubavého žáka ?



Základní experimenty:

- **Objev elektrolýzy** (M. Faraday – 1833) – hmotnost vyloučené látky na elektrodě je přímo úměrná přenesenému náboji a nepřímo úměrná mocnosti vylučované látky
- **Objev elektronu** a změření jeho specifického náboje e/m (J. J. Thomson – 1897) – elektrický proud se přenáší v kvantech

V roce 1898 Thomson změřil pomocí Wilsonovy mlžné komory přímo velikost náboje částice katodového záření a potvrdil, že jeho odhad byl správný. Pro tyto částice se ujal název *elektron*.

Z dřívější doby byly známy i další jevy, při nichž docházelo k uvolňování záporného náboje – čili (jak se zjistilo po Thomsonově objevu) elektronů – z látky:

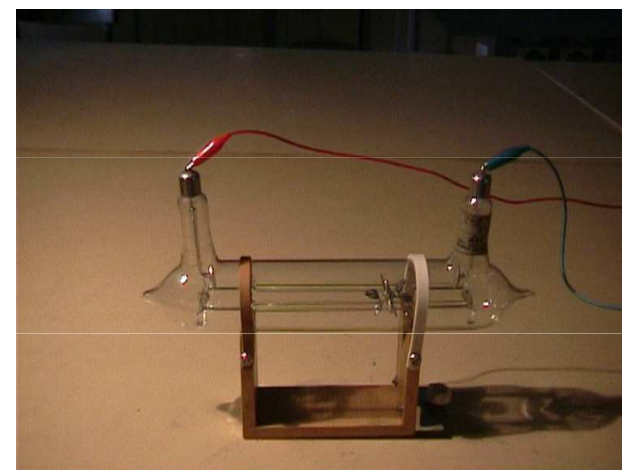
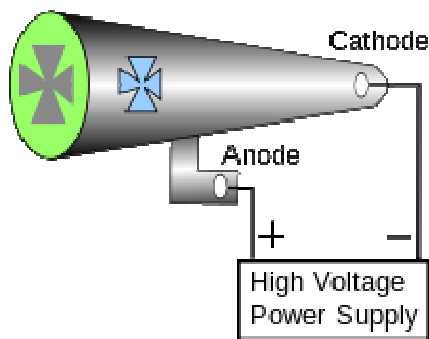
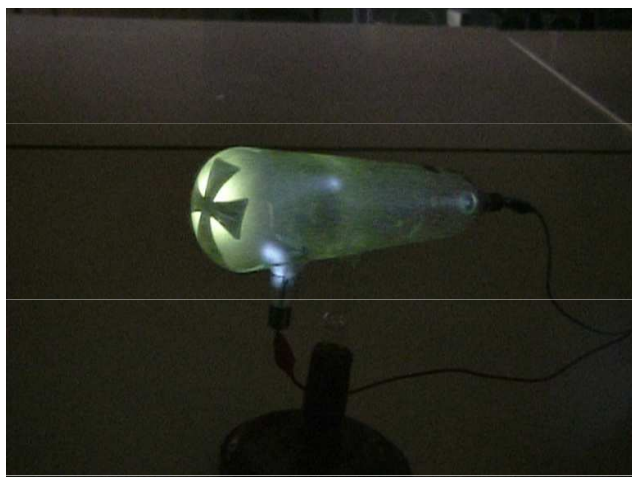
- Termoemise (uvolňování elektronů z látky po zahřátí),
- Fotoemise (uvolňování elektronů z látky po ozáření),
- Autoemise (uvolňování elektronů z látky po přiložení elektrického pole).

- **Přesné měření elektrického náboje e** (R. Millikan – 1909)

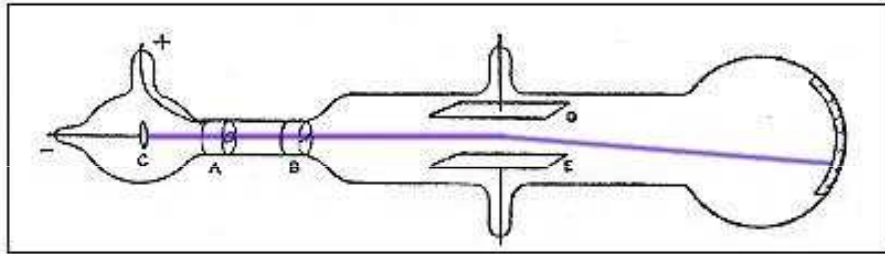
Katodové záření - proud elektronů vycházející z katody katodové trubice.

Zkoumání katodového záření a experimenty s katodovou trubicí sehrály významnou úlohu při objevu elektronu a také rentgenového záření, které vzniká při interakci katodového záření s hmotou.

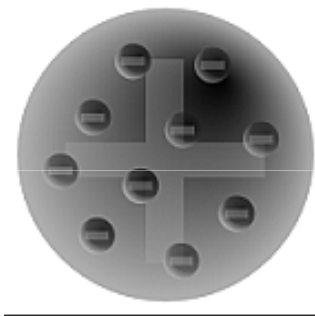
Katodová trubice je připojena ke zdroji VN, záření při dopadu na zadní stěnu trubice způsobuje fluorescenci. Lze je odstínit kovem a vychýlit mag.polem



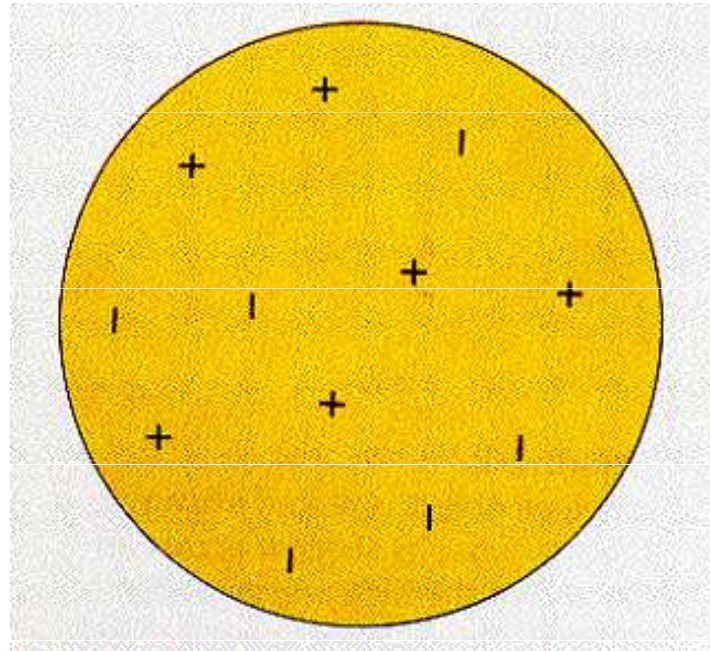
Teorii o nedělitelných atomech však v roce 1897 vyvrátil J. J. Thomson, který při studiu katodového záření objevil elektron - tedy první subatomární částici.



Na základě tohoto objevu subčástice – elektronu vytvořil tzv. Thomsonův model atomu (též pudinkový model), který předpokládal, že atom je tvořen rovnoměrně rozloženou kladně nabitou hmotou, ve které jsou (jako rozinky v pudinku) rozptýleny záporně nabité elektrony.



Thomsonův atom byl téměř celý tvořen kladně nabitou hmotou (pudinkové těsto), v níž byly usazeny elektrony (jako rozinky na pudinku). Thomson se zabýval tím, jaké polohy musí elektrony v atomu zaujímat, aby byl celek stabilní.



Elektrony mohly být v atomu umístěny různě a vytvářet tak různé struktury. Elektrony se v oblaku kladného náboje mohly volně pohybovat, což značí, že se nejedná o statický, ale dynamický model atomu.

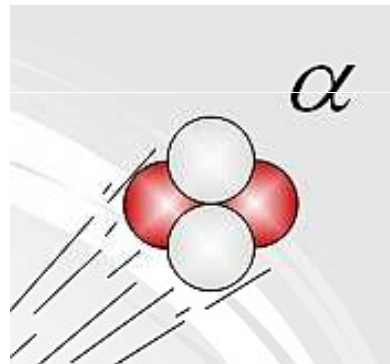
Předpokládalo se, že elektrony se pohybují po určitých orbitech, přičemž jsou stabilizovány přitažlivým působením oblaku kladného elektrického náboje a odpudivým působením ostatních elektronů v atomu.

Thomson se (neúspěšně) pokusil spojit jednotlivé orbity se spektrálními čarami různých prvků.

Rutherfordův experiment byl experiment provedený v roce 1911 na univerzitě v Manchesteru.

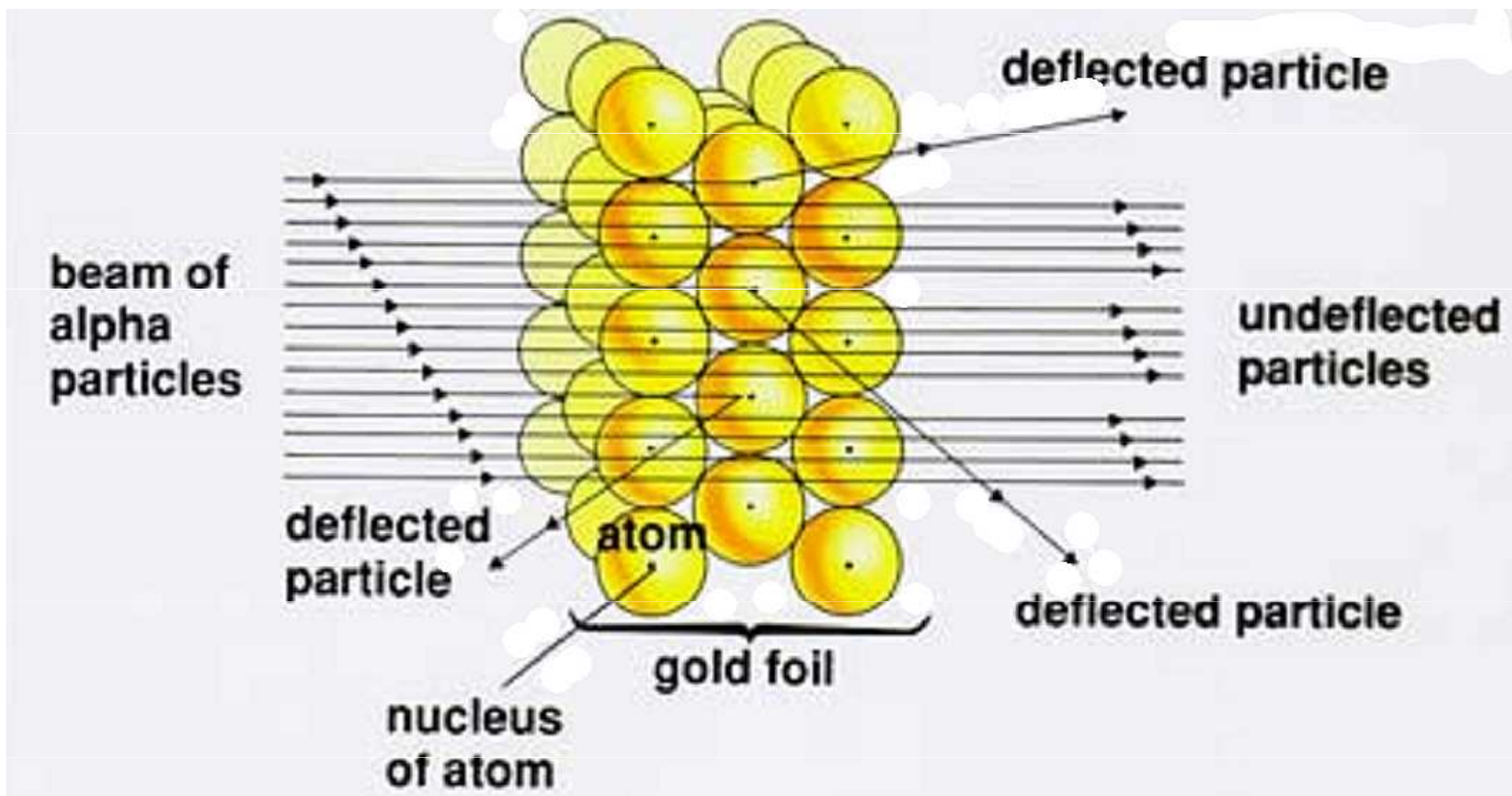
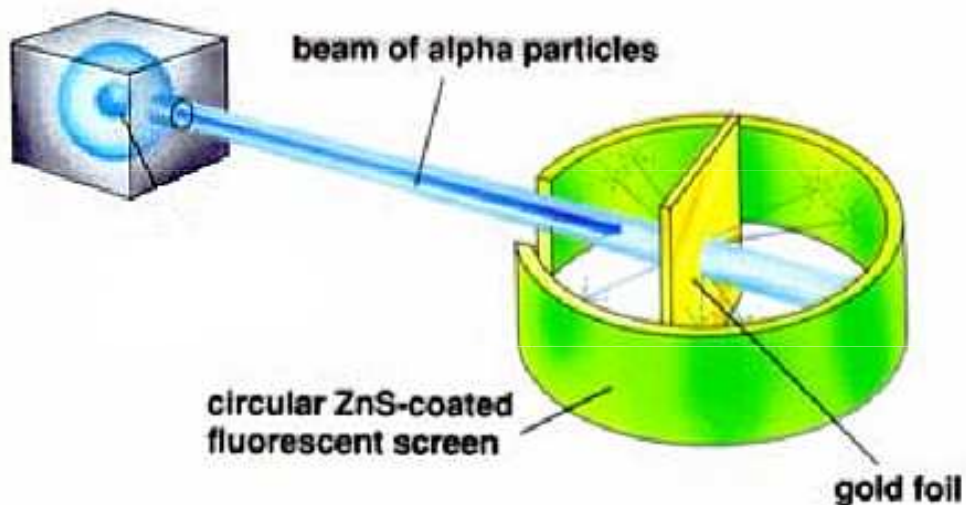
Experiment provedli Hans Geiger a Ernest Marsden pod vedením Ernesta Rutherforda.

Při experimentu byly různé kovy bombardovány alfa částicemi, přičemž se měřila odchylka směru pohybu alfa částic po srážce vzhledem ke směru před srážkou.

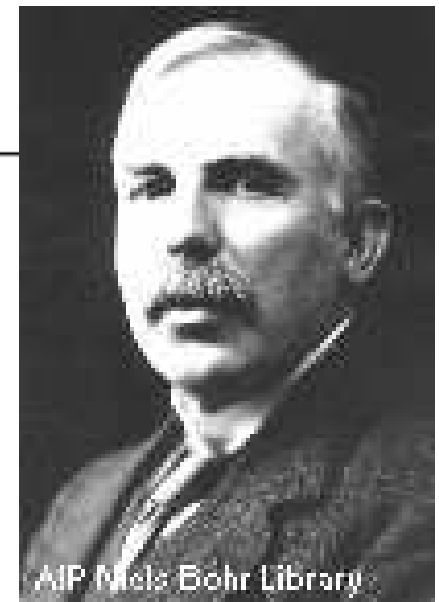
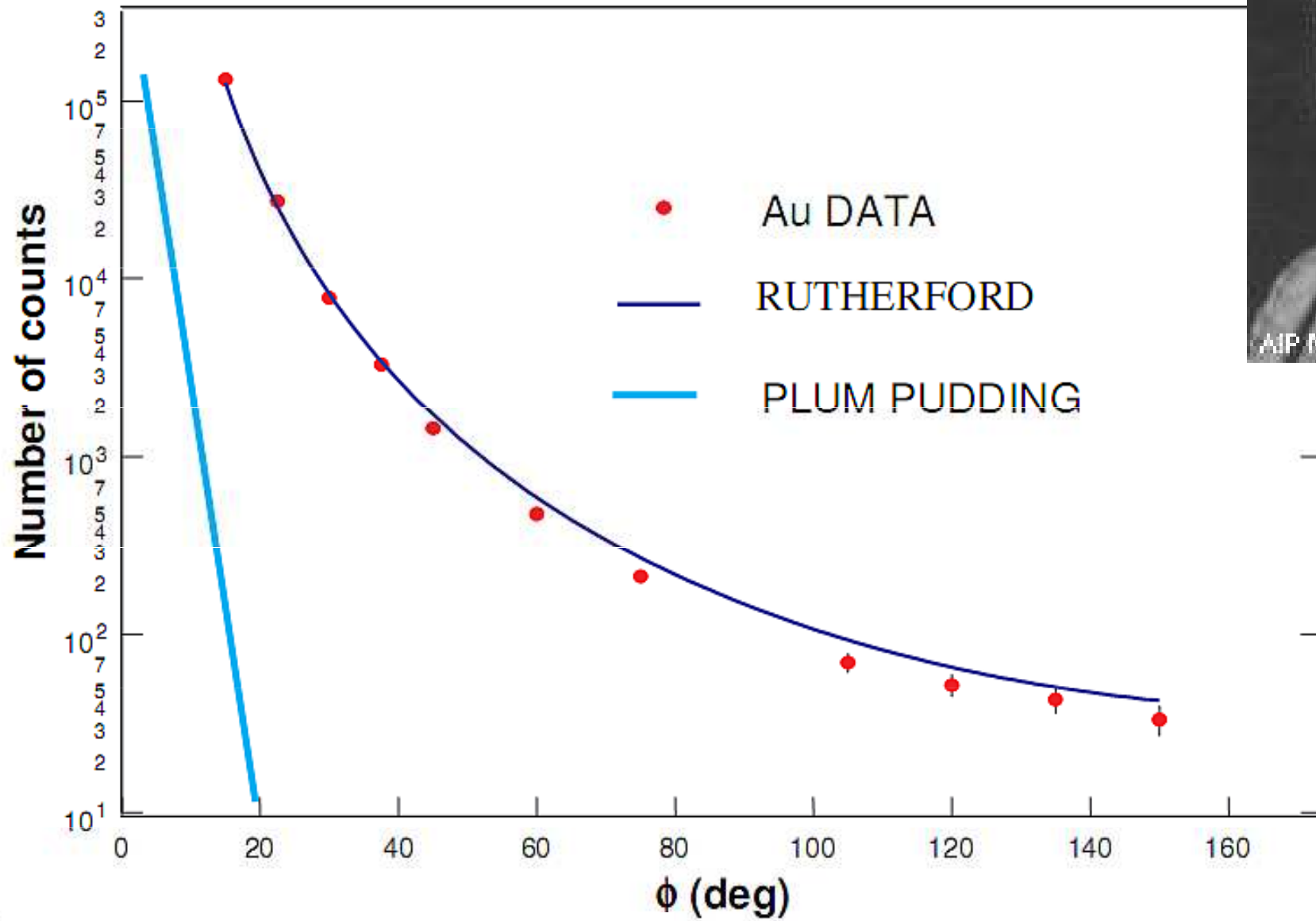


Tento experiment vedl k zamítnutí Thomsonova modelu atomu a jeho nahrazení modelem planetárním.

Rutherfordův rozptyl α -částic na atomových jádrech



GEIGER-MARSDEN DATA (1913)



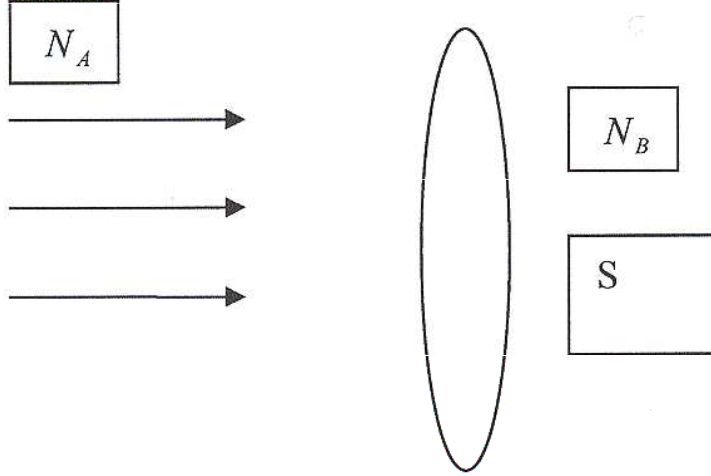
$$R \leq 2.9 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

Pojem: Účinný průřez reakce

Během doby trvání experimentu dopadne N_A částic typu A kolmo na válcový terč (základna S, výška dz) obsahující N_B částic typu B. Předpokládáme, že svazek dopadajících částic je natolik řídký, že částice spolu neinteragují a terč je tak tenký, že jedna částice svazku interaguje nejvýše s jednou částicí terče. Předpokládáme také, že jsme schopni měřit a rozlišit všechny koncové stavy systému, do kterých se soustava dostane po průletu každé částice terčem.

V případě $N_A = N_B = 1$ zřejmě platí $P_j = \frac{\sigma_j}{S}$

obecně $N_j = \frac{N_A \cdot N_B}{S} \cdot \sigma_j$



Chceme vědět, s jakou pravděpodobností dojde při interakci částic A a B k procesu J. Tuto pravděpodobnost vyjadřujeme veličinou rozměru plochy zvanou **účinný průřez** procesu j. Definujeme jej jako kruhovou plošku σ_j obklopující částici B takové velikosti, že k procesu j dojde právě když částice A dopadne do této plošky.

Na základě této představy o stavbě atomu Ernest Rutherford vypočítal, jaká část svazku α -částic dopadajícího na tenkou zlatou fólii by měla rozptýlena do libovolného úhlu θ (např. [4]):

$$\frac{N(\theta)}{N} = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{n d q_\alpha^2 q_{Au}^2}{16 L^2 T^2} \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

kde N je počet α -částic dopadnuvších na fólii,

$N(\theta)$ je počet těchto částic zachycených jednotkovou plochou detektoru nacházejícího se ve směru θ a vzdálenosti L od místa dopadu svazku na fólii,

n je počet atomů zlata v objemové jednotce fólie.

http://cs.wikipedia.org/wiki/Rutherford%C5%AFv_model_atomu

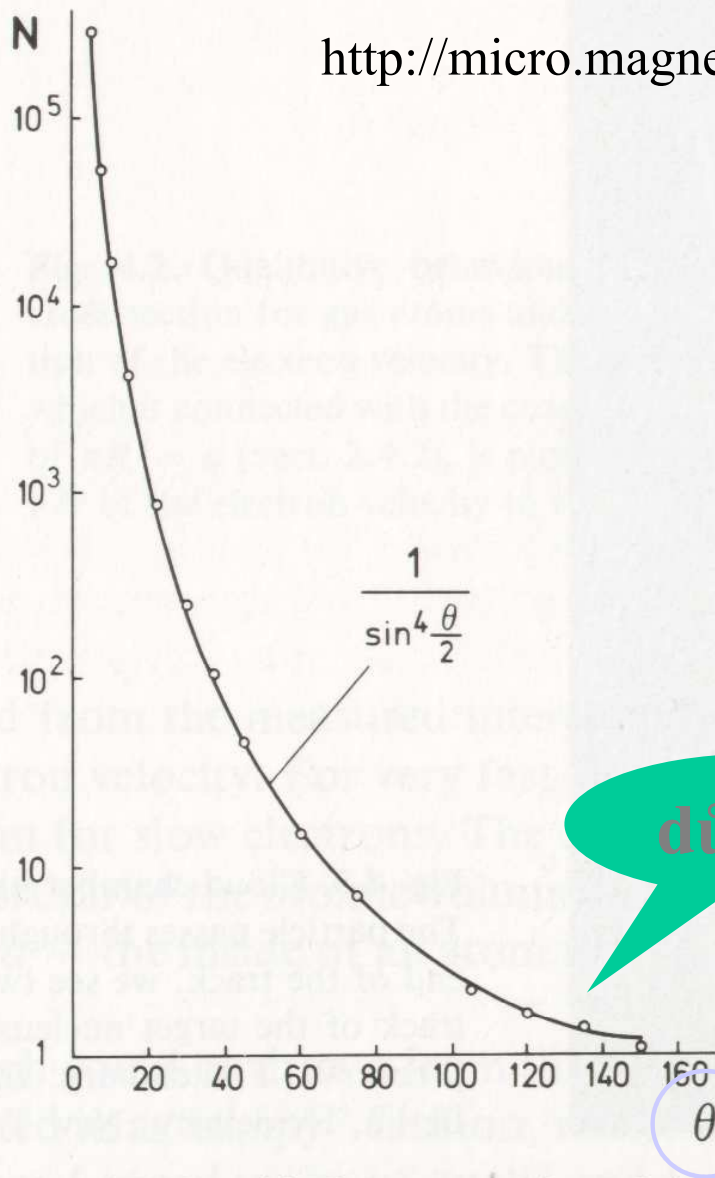
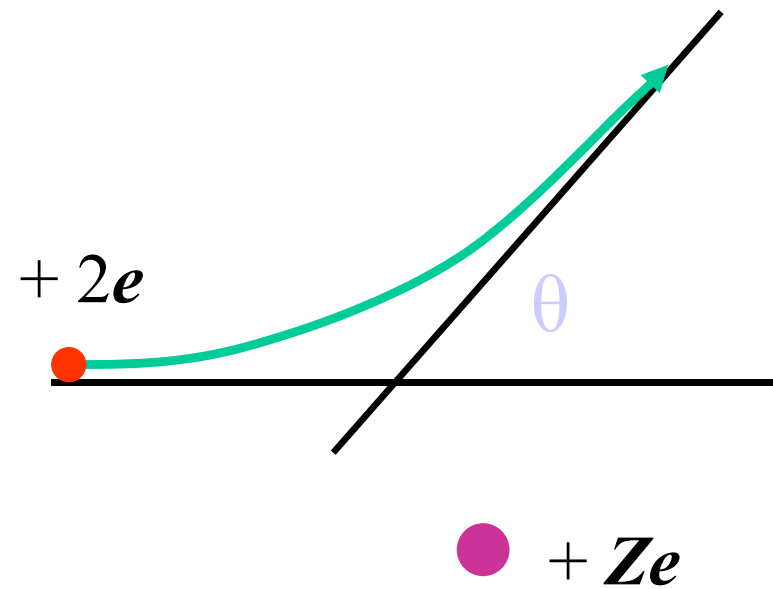


Fig. 4.5. Graphical representation of the experimental results of *Geiger and Marsden* for the Rutherford scattering of alpha particles by a gold foil. The scattering rate N is plotted as a function of the scattering angle θ . The solid curve represents the theoretical function for Coulomb scattering



Objev atomového jádra (Rutherford, Geiger, Marsden) rozptylem α -částic na tenké Au folii

Mezi kladně nabitou α -částicí a kladně nabitým atomovým jádrem s Z protony působí odpuzivá elektrostatická síla. Při rozptyle se zachovává mechanická energie a celková hybnost soustavy
Tok rozptýlených částic závisí na úhlu rozptýlu ϕ jako

$$I(\phi) = \text{const.} \cdot Z \cdot \left[\sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \right]^{-4}$$

Velikost jádra lze odhadnout z minimální vzdálenosti mezi α -částicí a jádrem, kterou částice dosáhne při $\phi = \pi$, vyjde řádově 10^{-15} m.

V době objevu nebylo jasné:

- (i) co drží protony v jádře a překonává odpuzivé elektrostatické síly mezi protony
- (ii) proč je hmotnost atomu větší než hmotnost Z protonů
- (iii) proč se elektrony pohybují po stabilních drahách kolem jádra a nevyzařují při tomto pohybu elektromagnetické vlnění

Problém (i) byl vyřešen mnohem později objevem silné interakce.

Problém (ii) byl vyřešen objevem neutronu (J. Chadwick – 1921).

Problém (iii) byl vyřešen v rámci Bohrova modelu atomu (N. Bohr – 1913).

Nedostatky Rutherfordova modelu atomu

- Z modelu vyplývá spojité spektrum, zatímco v experimentu pozorujeme čárové spektrum atomů.

V Rutherfordově modelu atomu se může poloha elektronu \vec{r} i jeho rychlost \vec{v} měnit spojitě, bude se tedy podle tohoto modelu spojitě měnit i celková energie atomu, která je spojitou funkcí.

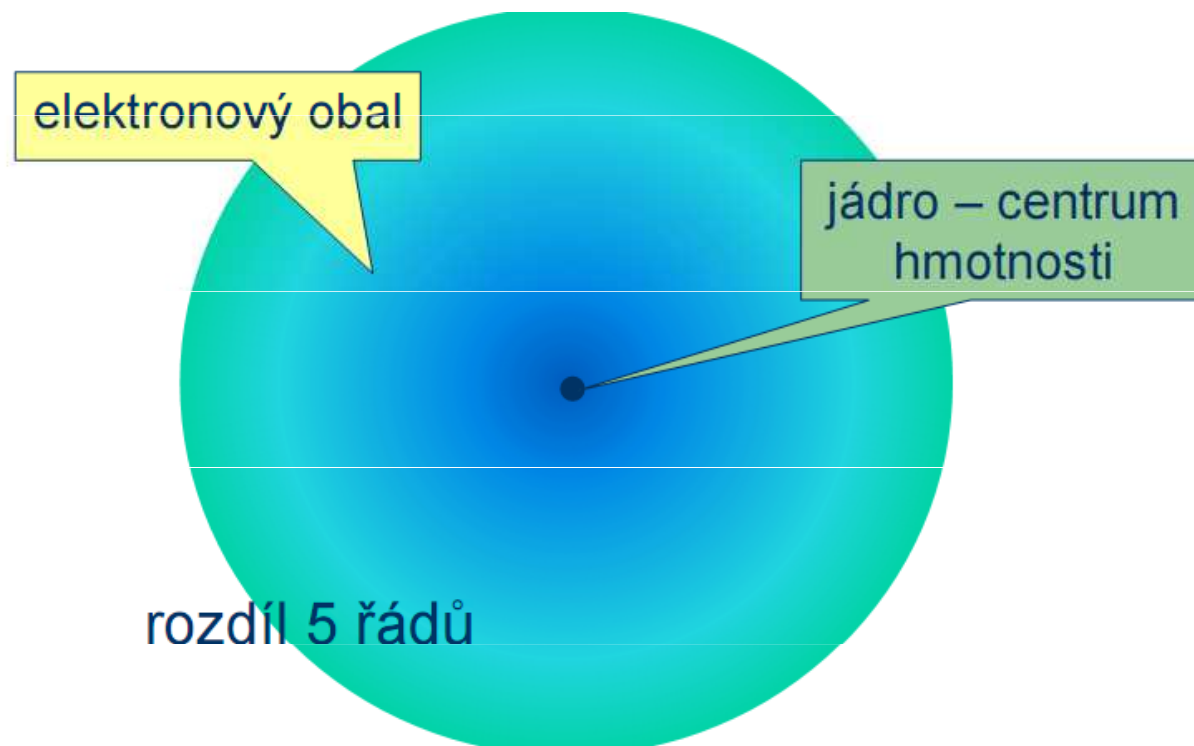
- Elektron v Rutherfordově modelu atomu by ztrácel energii a pohyboval by se po spirále směrem k jádru, s nímž by se nakonec spojil. Atom by tedy zanikl. Z výpočtu plyne, že by se tak stalo v čase řádově 10^{-10} s.

Protože elektrony, které obíhají kolem jádra (např. v nejjednodušším případě po kruhové dráze) se pohybují se zrychlením (u pohybu po kružnici to je dostředivé zrychlení), musí jako částice s elektrickým nábojem vyzařovat energii ve formě elektromagnetického záření.

Rutherfordův model je vzhledem k uvedeným nedostatkům nesprávný jakožto model popisující dynamiku atomu, jako model vnitřní struktury atomu (elektrony obíhající kolem jádra s kladným nábojem, velkou hmotností a velmi malým rozměrem) zůstává v platnosti.

Závěry:

Atom se skládá z malého, kladně nabitého jádra, ve kterém je soustředěna téměř veškerá hmotnost atomu, zabírá však minimální zlomek jeho celkového objemu.



- elektron obíhající po kruhové dráze vykonává zrychlený pohyb a musí vyzařovat! ... ztrácí tak rychlost a padá po spirále k jádru

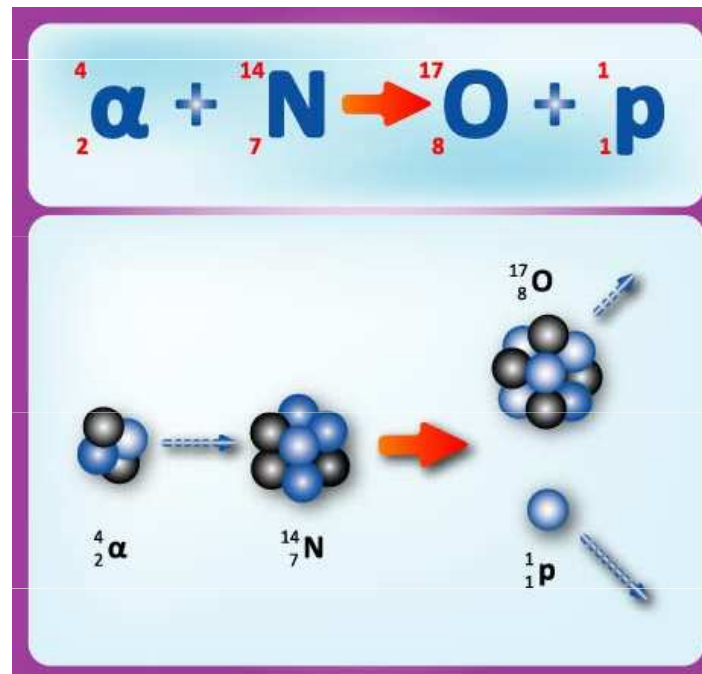
Objevy elektronu a atomového jádra hrály důležitou roli při vytvoření prvních modelů atomu, další důležitou roli sehrál objev elementární částice – **objev protonu (1919)**.



Objev protonu

Rutherford sledoval ve Wilsonově mlžné komoře stopy alfa částic. Částice narážely na jádra atomu dusíku. Z místa srážky vycházely dvě stopy. Zjistil, že jedna stopa patří ionizovanému atomu kyslíku (resp. jádru kyslíku), druhá pak lehké částici, která je totožná s jádrem vodíku. Tato částice byla pojmenována proton.

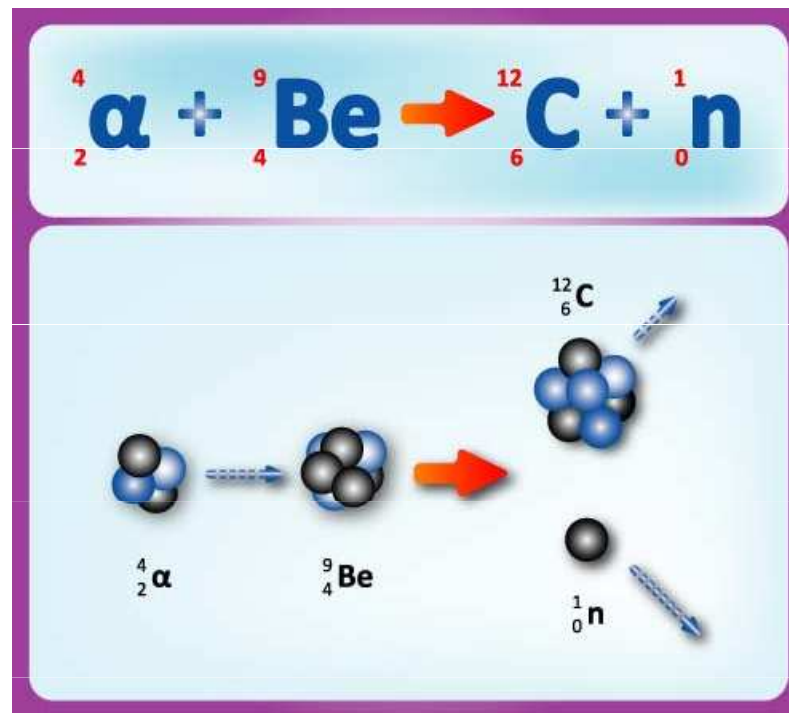
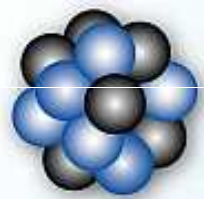
Došlo vlastně k přeměně atomového jádra, která byla vyvolána srážkou, došlo k jaderné reakci.



Objev neutronu

Podobně jako v případě objevu protonu byly použity částice alfa, které tentokrát ostřelovaly jádra Be.

Ve Wilsonově mlžné komoře byla po srážce pozorována jediná stopa, která náležela jádru uhlíku (C). **Chadwick** provedl rozbor stop částic z hlediska zákonů zachování energie a hybnosti a dospěl k závěru, že kromě kyslíku musí vznikat ještě jedna částice, která nenesla žádný elektrický náboj (proto nelze zachytit její stopu v mlžné komoře). Částice byla pojmenována neutron.



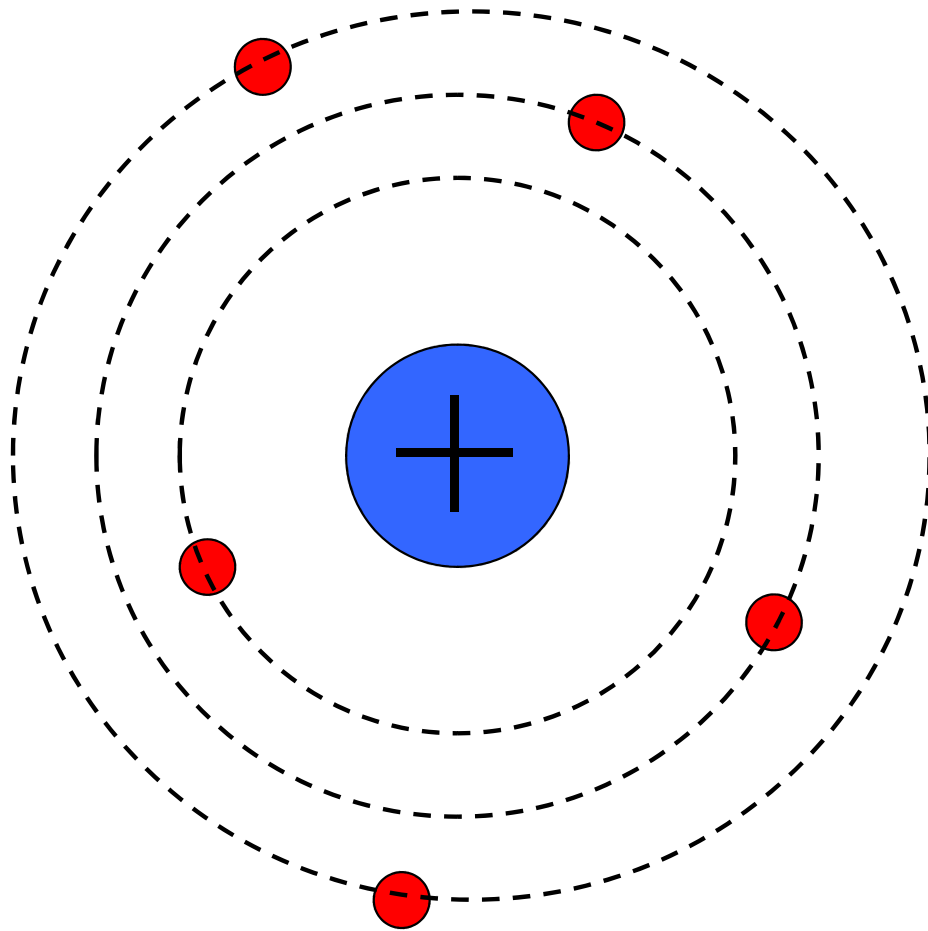
* Jako volná částice je neutron nestabilní a má střední dobu života (896 ± 10) s.

Proton a neutron

Chadwick (1932)

hmotnost	$1,836 m_e$	$1,839 m_e$
klidová energie	$938,272 \text{ MeV}$	$939,565 \text{ MeV}$
střední doba života	$> 10^{32} \text{ let}$	896 s
spin	$1/2$	$1/2$
elektrický náboj	$+ e$	0
g-faktor	$+ 5,58$	$- 3,82$

Planetární model atomu



V návaznosti na Rutherfordův pokus byl atom popisován pomocí planetárního modelu. Jádro zde fungovalo jako slunce, kolem nějž po kruhových orbitách létaly elektrony. Jejich přitažlivost ovšem nebyla dána gravitační interakcí, nýbrž elektromagnetickou.

Dle klasické elektrodynamiky nabitá částice, která se pohybuje se zrychlením, vyzařuje elektromagnetické vlny a ztrácí tak energii. Klasická fyzika tedy předpovídala, že elektrony musí velmi rychle ztratit pohybovou energii a spadnout na jádro (v čase cca 10^{-7} s). Tento paradox nebylo možno vysvětlit bez pomocí kvantové teorie.³⁰

Elementární částice	Hmotnost		Náboj e (C)	Objevitel (rok)
	m (kg)	m (u)		
Proton	$1,67252 \cdot 10^{-27}$	1,0072	$1,6021 \cdot 10^{-19}$ (+)	Rutherford – 1920
Neutron	$1,67482 \cdot 10^{-27}$	1,0086	nemá náboj	Chadwick – 1932
Elektron	$9,1091 \cdot 10^{-31}$	$5,4857 \cdot 10^{-4}$	$1,6021 \cdot 10^{-19}$ (-)	Thompson - 1897

http://cwx.prenhall.com/petrucci/medialib/media_portfolio/02.html

http://phet.colorado.edu/new/simulations/sims.php?sim=Rutherford_Scattering

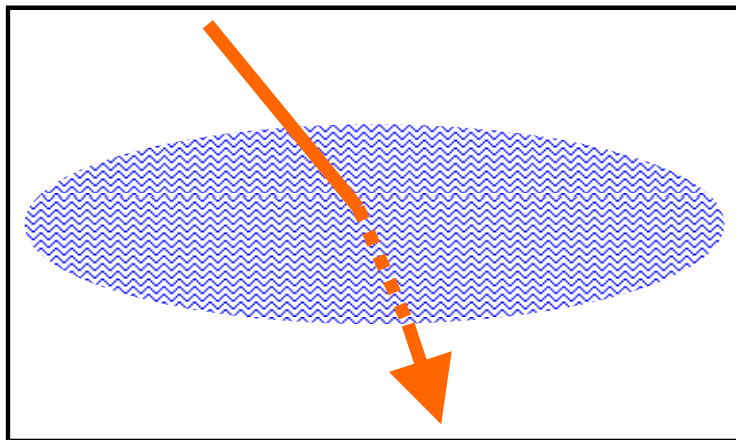
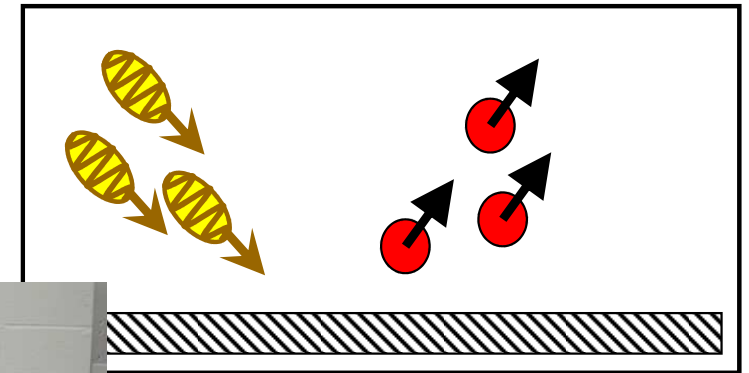
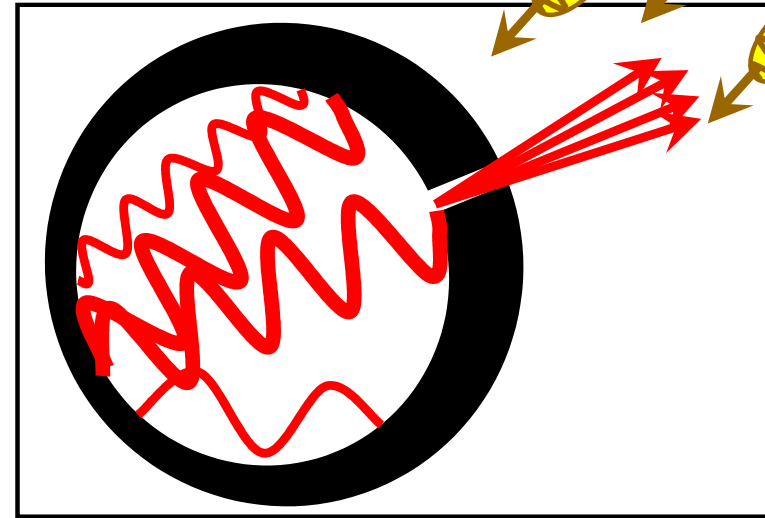
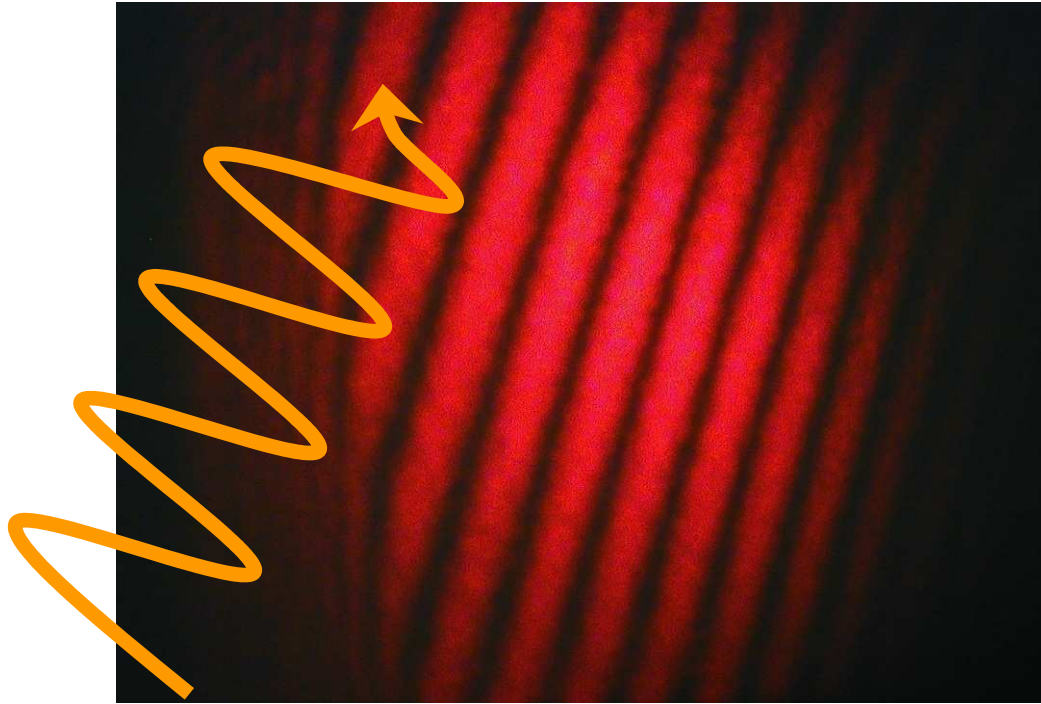
Zpět ke kvantové fyzice

$$E = \hbar\omega = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

http://www.visionlearning.com/library/module_viewer.php?mid=49&l=&c3=

Počátky kvantové mechaniky

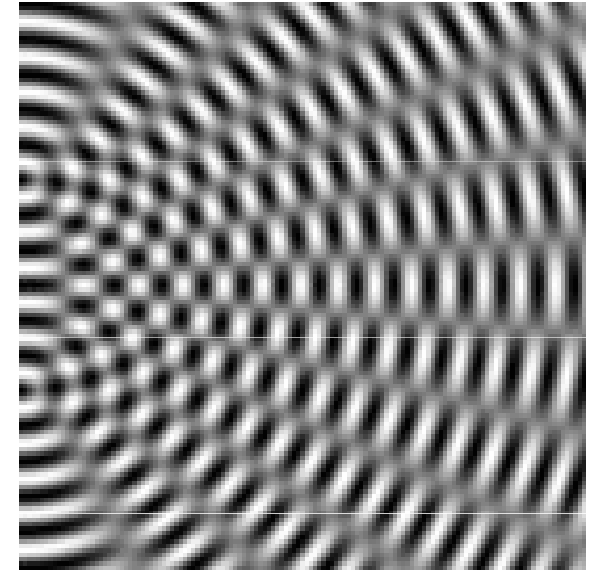
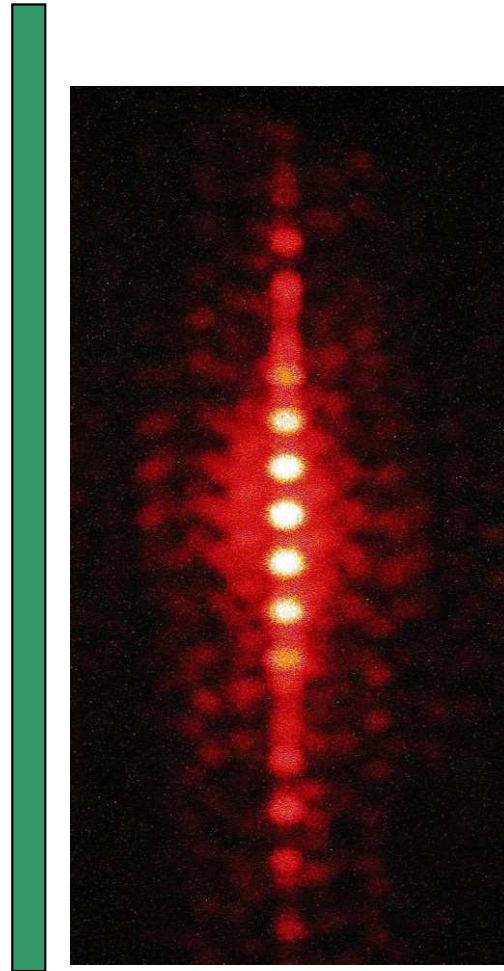
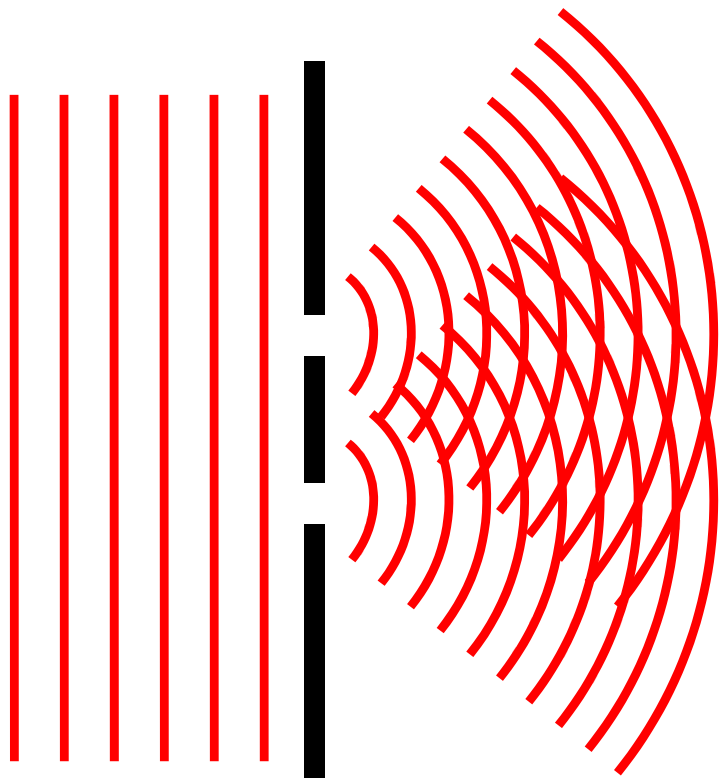
Co je tedy světlo? Vlna, nebo částice?



Obojí najednou!

$$E = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$
$$p = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

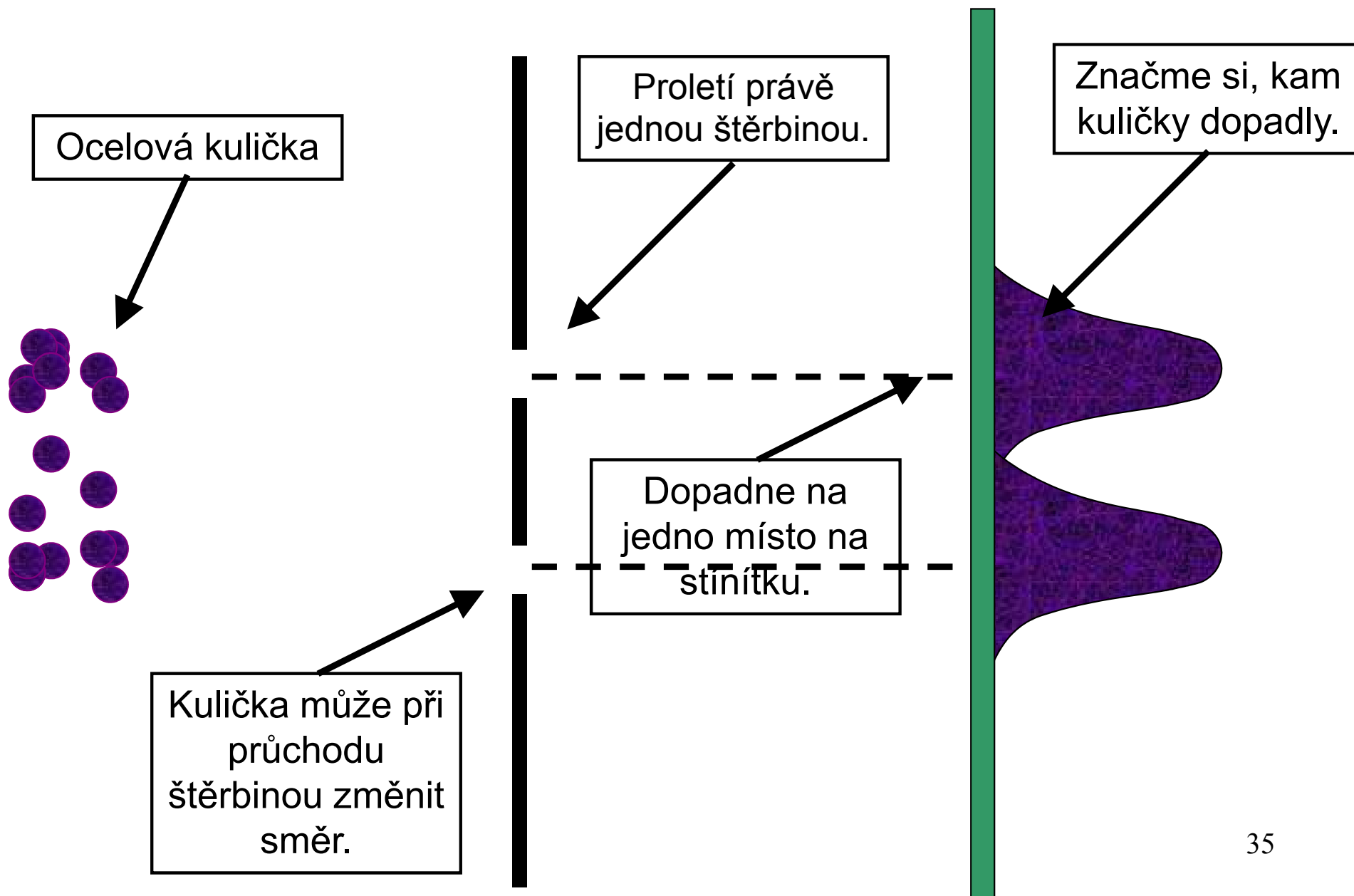
Počátky kvantové mechaniky



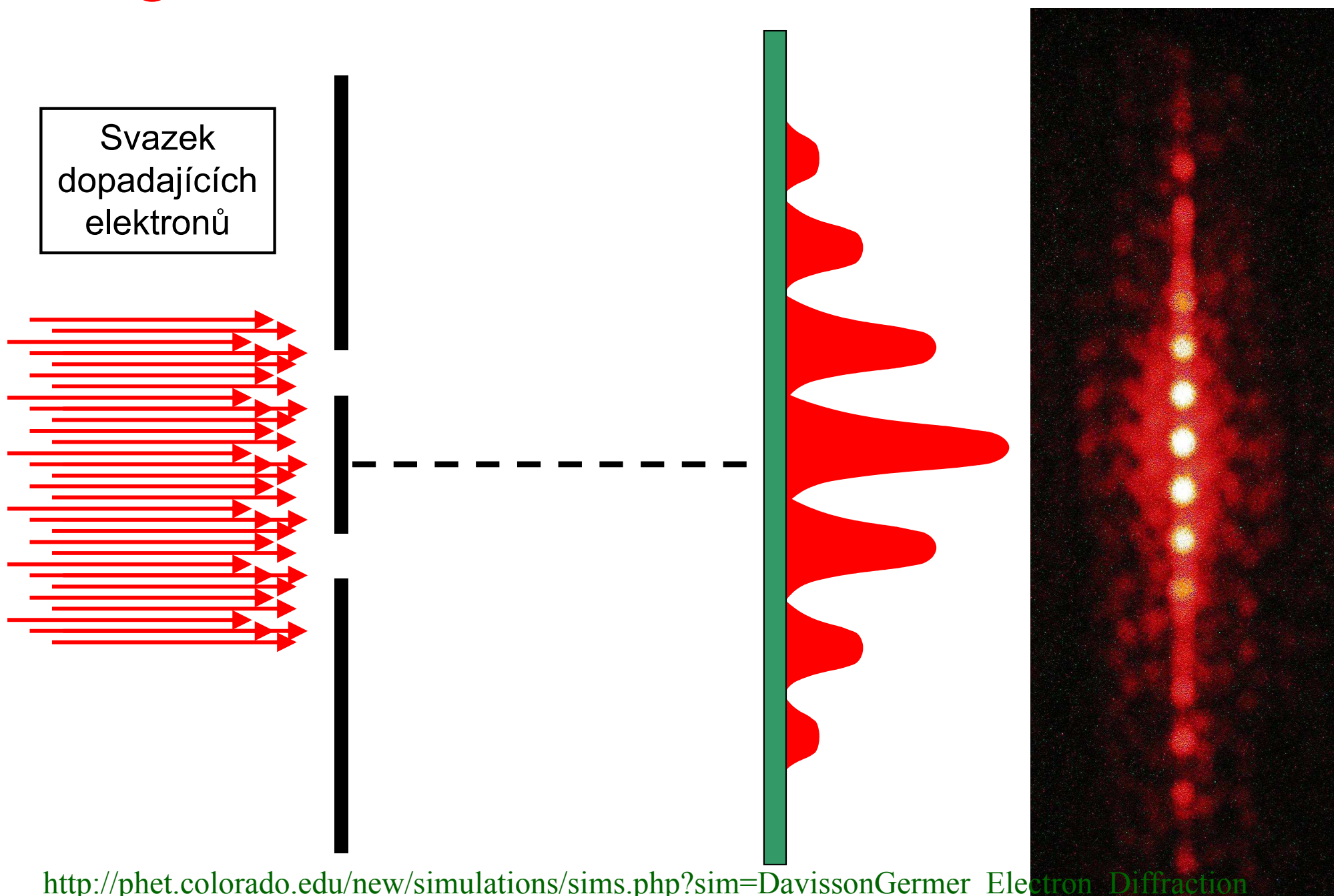
Youngův pokus zobrazuje typickou vlnovou vlastnost světla. Jaký bude výsledek, budeme-li jej provádět s částicemi?

Rozptyl na dvojštěrbině s elektrony

Co od pokusu očekává zdravý selský rozum? To samé, co od ocelových kuliček :



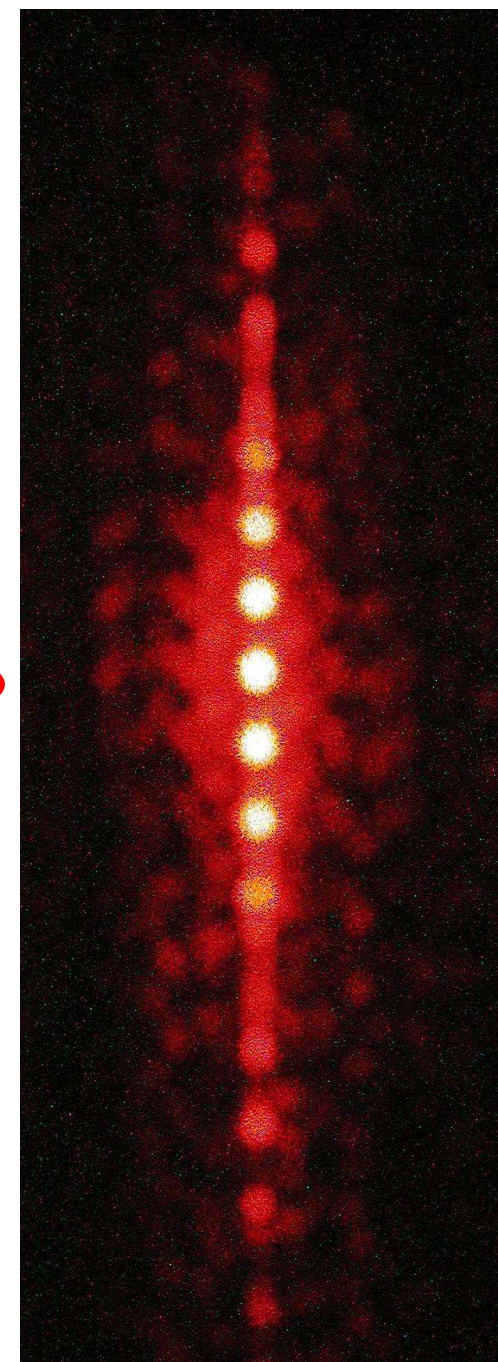
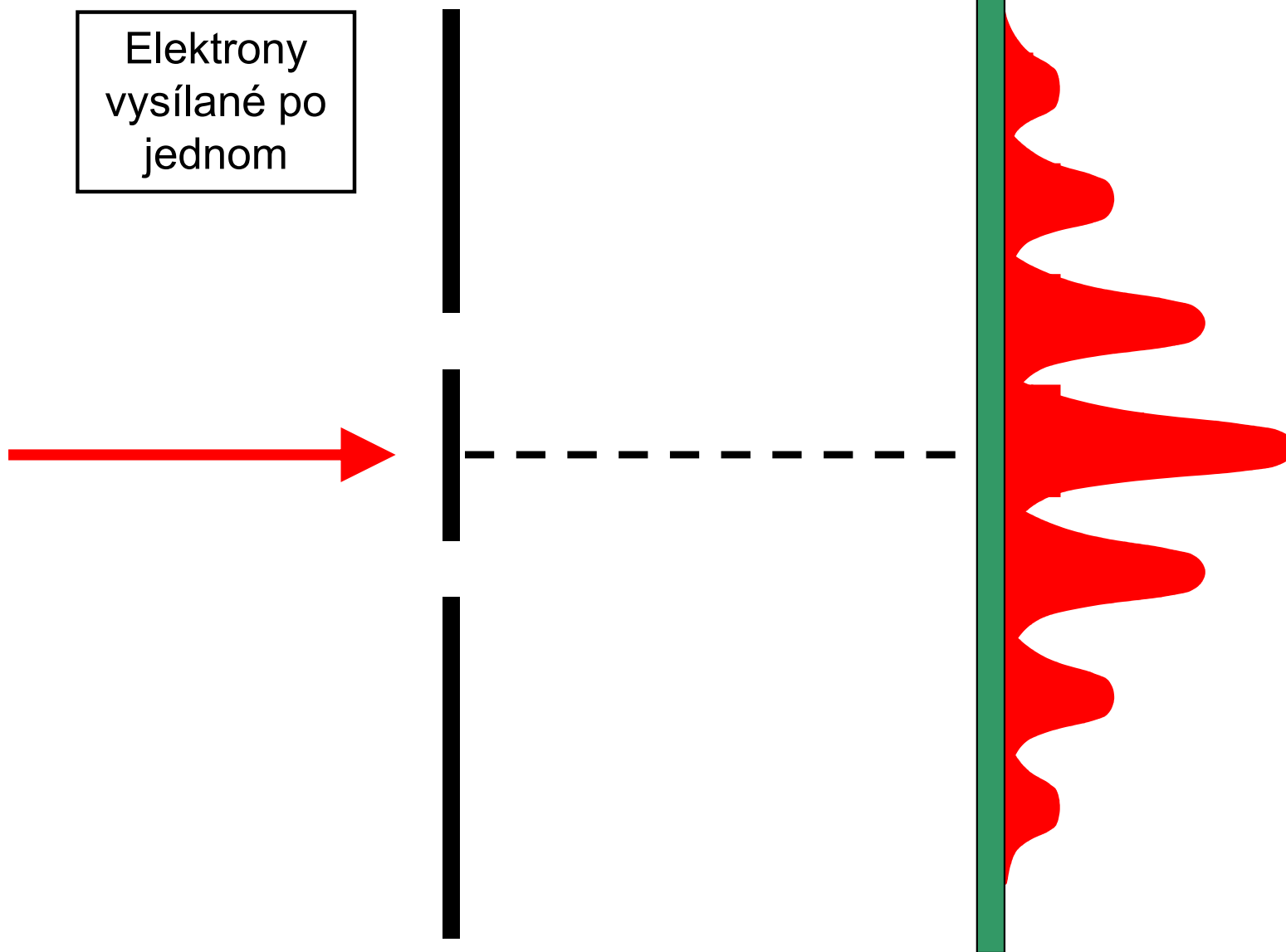
Rozptyl na dvojštěrbíně s elektrony



Rozptyl na dvojštěrbině s elektrony

Proč se elektrony nechovají stejně jako ocelové kuličky?

Elektrony
vysílané po
jednom



Počátky kvantové mechaniky

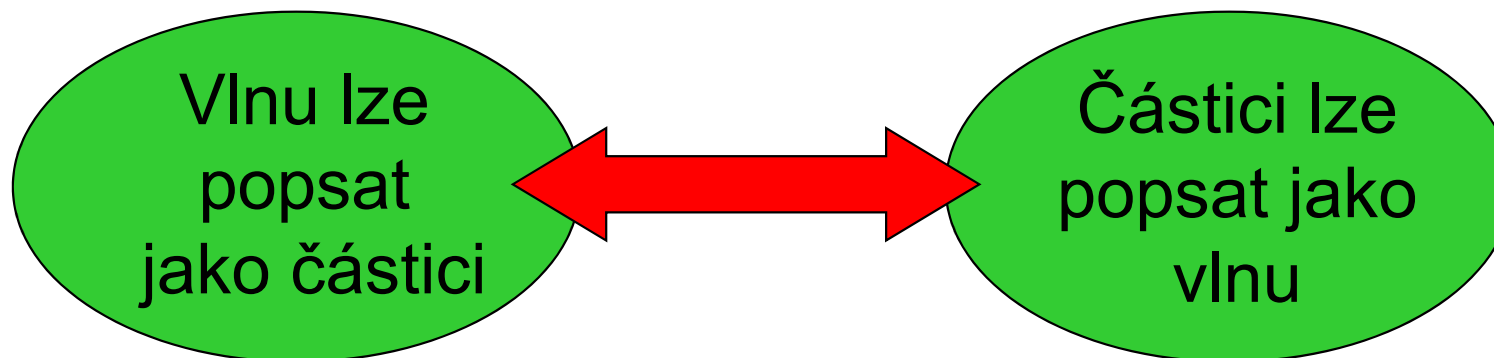
Z čeho se skládá hmota? Z částic, nebo vlnění?



Vévoda Louis Victor
Pierre Raymond de
Broglie (1892-1987)



Ve vesmíru jsou k nalezení mnohé symetrie. Dá se říct, že ze symetrií vycházejí základní zákony přírody.



Částicově-vlnový dualizmus

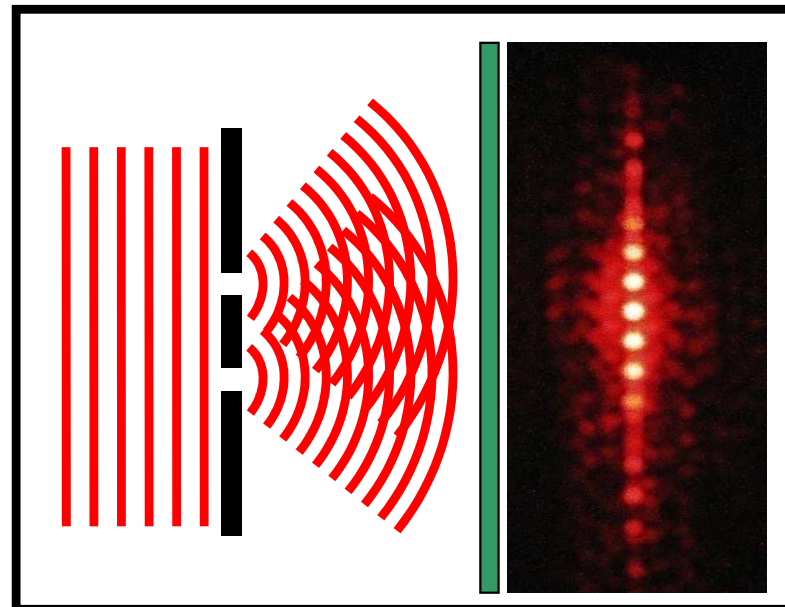
Dle de Broglieho hypotézy lze částicím připsat vlnové vlastnosti a přiřadit vlnovou délku.

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{h}{p}$$



Vévoda Louis Victor Pierre Raymond de Broglie (1892-1987)

Rovinné vlny odpovídající dopadajícím elektronům. I jediná částice se chová jako rovinná vlna.



http://www.youtube.com/view_play_list?p=0191606751B22A12

<http://video.google.com/videoplay?docid=8626511815835030759>

Použití

Lepší rozlišovací schopnost v mikrosvětě, elektronové mikroskopy

Příště:

RTG , Moseley

Bohrův model

Sommerfeldův model

Spektra

a podobné lahůdky