Zdroje a druhy nejistot

Zdroje a druhy nejistot

- Při opakovaném měření téže veličiny za stejných podmínek dostaneme různé hodnoty
- Naměřenou hodnotu nelze ztotožňovat s hodnotou skutečnou
- Měřené hodnoty jsou zatížené chybou

Zdroje a druhy nejistot

- Při opakovaném měření téže veličiny za stejných podmínek dostaneme různé hodnoty
- Naměřenou hodnotu nelze ztotožňovat s hodnotou skutečnou
- Měřené hodnoty jsou zatížené chybou
- Chybou měření Δx rozumíme rozdíl skutečné hodnoty x^* a naměřené hodnoty x

Zdroje a druhy nejistot

- **Absolutní chyba** - $\Delta x = x - x^*$

- Chyba může mít kladnou i zápornou hodnotu

- Rozměr chyby je stejný jako má měřená veličina

- **Relativní chyba –** $r = \dfrac{\Delta x}{x^*}$

$$r = \frac{\Delta x}{x^*} \cdot 100$$

Zdroje a druhy nejistot

- Systematické
- Náhodné
- Hrubé

Systematické chyby

- Ovlivňují výsledek měření zcela určitým a pravidelným způsobem
- Naměřené hodnoty v případě konstantní systematické chyby jsou trvale sníženy nebo zvýšeny o určitou hodnotu
- Lze odhalit kalibrací přístroje, nelze odhalit opakováním měření

Náhodné chyby

- Náhodně kolísají co do velikosti i znaménka při opakování měření
- Nelze předvídat jejich přesnou hodnotu, projevují se kolísáním naměřených hodnot
- Nelze při měření odstranit

Hrubé chyby

- Jednotlivá měření se výrazně liší od ostatních měření
- U malého počtu naměřených hodnot

Zdroje nejistot měření

- Měřený objekt
- Prostředí
- Měřící metoda
- Měřicí zařízení
- Pozorovatel
- Vyhodnocení

Systematické chyby

Chyby metody :

- Vznikají v důsledku nepřesnosti, přibližnosti použitých vztahů
- Lze odstranit zpřesněním teoretického modelu (kyvadlo - odpor vzduchu, tření v závěsu)
- Nutnost uvážení, jak veliké systematické chyby se dopouštíme zjednodušováním modelu

Systematické chyby

Chyby měřidel :

- Nedokonalost měřících přístrojů
- Špatné a nevhodné použití
- Jednoduchá identifikace – normály (seřízení – korekční křivka)
- Časová nestálost

Systematické chyby

Chyby pozorování :

- Nedokonalost pozorovacích schopností člověka (reakční doba)

Chyby vyhodnocování :

- Nahrazování spojitých fyzikálních veličin

Náhodné chyby přímých měření

- Při opakovaném měření veličiny s konstantní hodnotou naměříme odlišné hodnoty
- Měřením získáváme náhodné hodnoty
- Náhodné charakter měření neznamená úplnou ztrátu informace o měřené veličině
- Soubor většího počtu měření vykazuje určité charakteristiky, ze kterých lze odhadovat skutečnou hodnotu měřené veličiny

Náhodné chyby přímých měření

- Hod kostkou {1,2,3,4,5,6,} ;
  $P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$ =>
  $P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = P(6) = 1/6$

Hustota pravděpodobnosti

- U spojitých náhodných veličin nemá smysl zjišťovat pravděpodobnost výskytu dané hodnoty, protože množina všech hodnot je nespočetná

- Hodnoty pravděpodobnosti výskytu dané hodnoty x jsou nekonečně malé $P(x) \to 0$

Náhodné chyby přímých měření

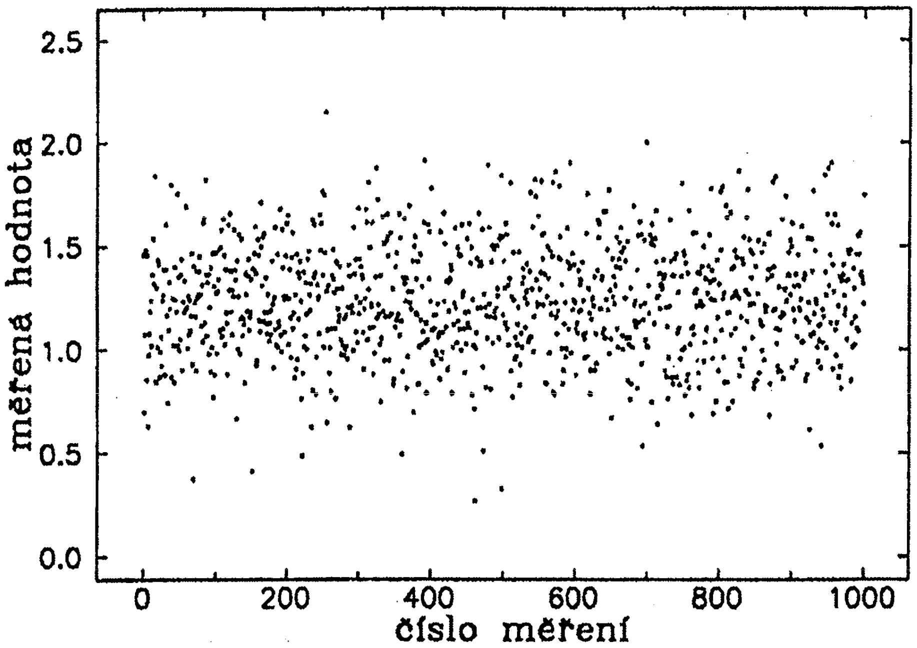
- U spojitých veličin zadáváme pravděpodobnost výskytu její hodnoty v daném intervalu P (x_1,x_2)
- Počet výsledků měření spadajících do daného intervalu nazýváme **četností *Q***
- Výhodnější je používat **relativní četnost *q***

$$q = \frac{Q}{N}$$

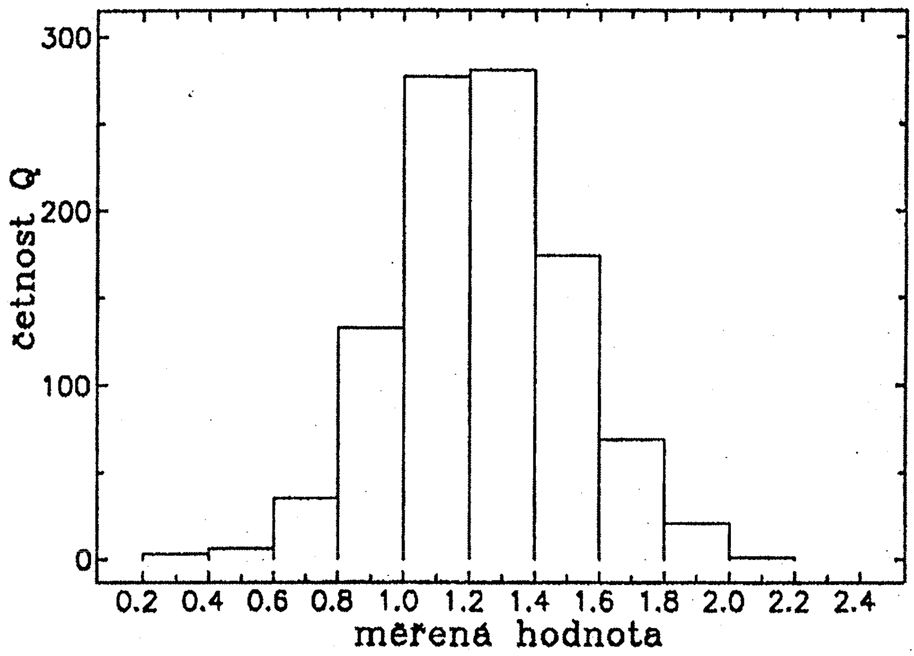
N – celkový počet měření

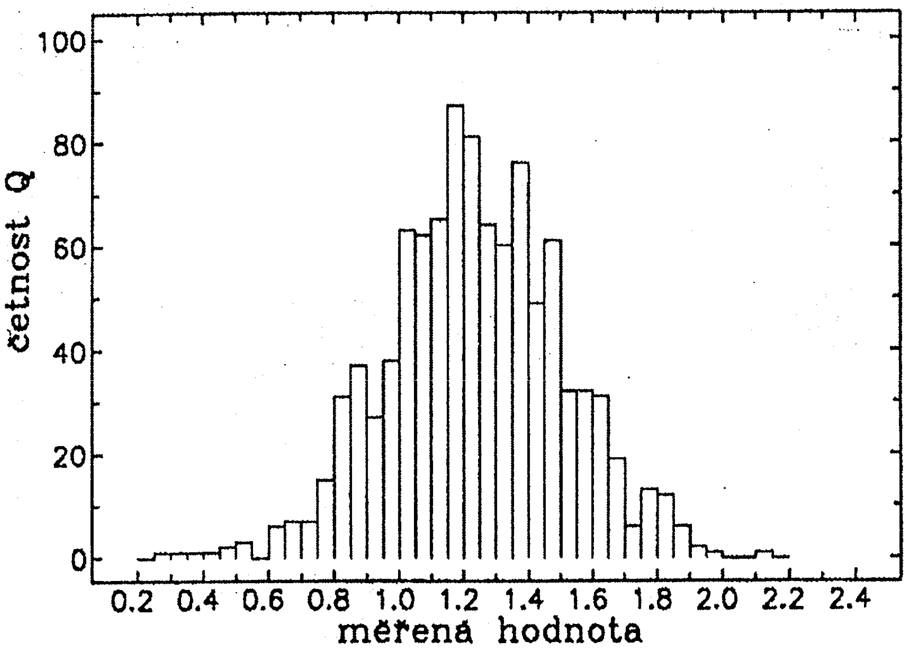
- Součet relativních četností ze všech disjunktivních intervalů pokrývající definiční obor měřené veličiny je roven 1

Naměřené hodnoty



Histogram absolutních četností





Náhodné chyby přímých měření

- Při malém počtu tříd málo přesná informace o rozdělení hodnot a poloze maxima
- Při velkém počtu tříd zaniká hledaná informace v šumu

- **Hustota pravděpodobnosti**

  zvětšení počtu naměřených hodnot – zmenšování $\Delta x \rightarrow$ vyhlazení zubatého okraje

$$f(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{P(x, x + \Delta x)}{\Delta x}$$

P(x,x+Δx) – pravděpodobnost, že hodnota měřené veličiny padne do intervalu $\langle x; x+\Delta x \rangle$

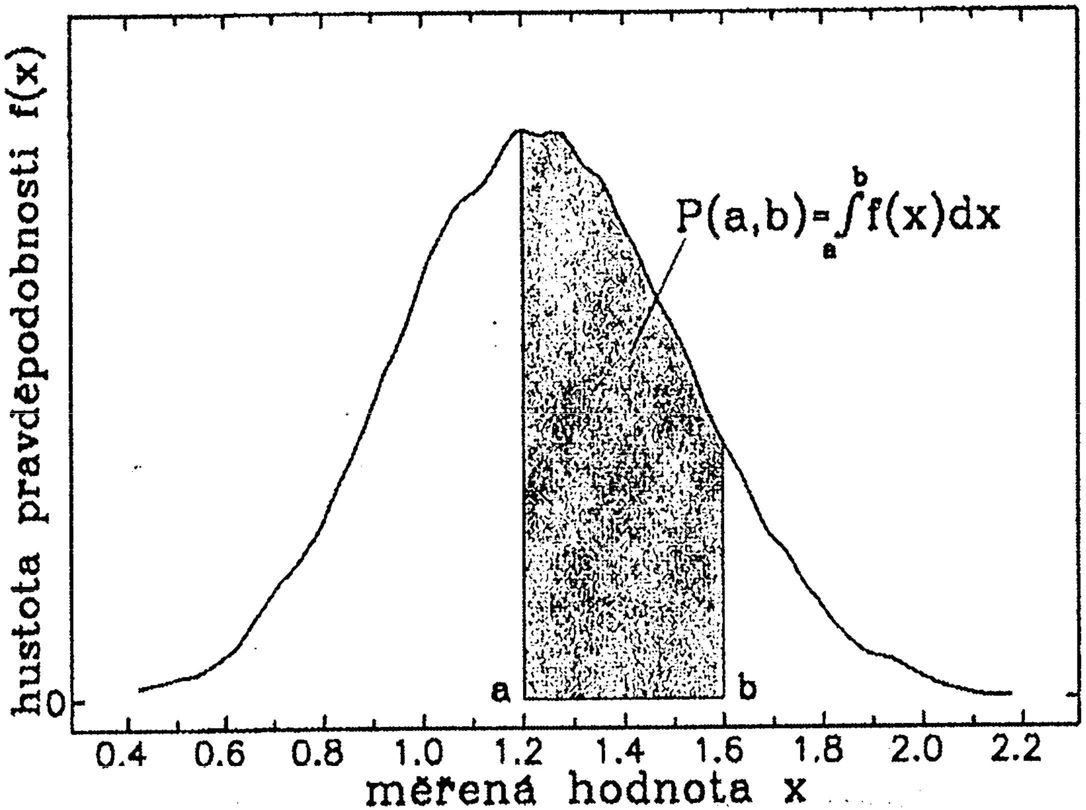
Náhodné chyby přímých měření

- Pravděpodobnost, že výsledek padne do intervalu $\langle a;b \rangle$

$$P(a,b) = \int_a^b f(x)dx$$

- Velikost pravděpodobnosti je rovna velikosti příslušné plochy pod křivkou funkce f(x)
- Integrál přes celý definiční obor náhodné proměnné je roven jednotce

Náhodné chyby přímých měření



Náhodné chyby přímých měření

Místo rozdělení často stačí tzv. popisné míry:

- Míra umístění – poloha zkoumaného souboru
- Míra rozptylu – disperze souboru (přesnost opakovaných měření)

Umístění charakterizujeme nejlépe pomocí střední hodnoty :

$$E(x) = \int_{def.obor} x \ f(x) \ dx$$

Rozptyl je definován:

$$\sigma^2 = \int_a^b \left[E(x) - x\right]^2 f(x) dx$$

Náhodné chyby přímých měření

Často polohu souboru určujeme pomocí **aritmetického průměru :**

$$\hat{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Dále platí:

$$\hat{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n} = \sum_{j=1}^{N} x_j \frac{m_j}{n} = \sum_{j=1}^{N} x_j P' x_j$$

i provádí sumaci přes všechny naměřené hodnoty
j provádí sumaci přes všechny možné hodnoty naměřené veličiny
počet naměřených hodnot s výsledkem x_j je m_j

pokud bychom zvyšovali počet n všech měření –mohli bychom postupně přejít od relativní četnosti k pravděpodobnosti

Náhodné chyby přímých měření

Výběrový rozptyl kolem střední hodnoty :

$$D = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(E(x) - x_i \right)^2}{n}$$

- Potřebou střední hodnotu E(x) neznáme → nahradíme pomocí hodnoty aritmetického průměru

- Odchylka ε_i naměřené hodnoty x_i od střední hodnoty E(x)

$$\varepsilon_i = x_i - E(x)$$

- Odchylka Δ_k naměřené hodnoty x_k od aritmetického průměru $\hat{x}$

$$\Delta_k = x_k - \hat{x}$$

Náhodné chyby přímých měření

$$D = \frac{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta_i^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\hat{x} - x_i)^2}{n-1}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\hat{x} - x_i)^2}{n-1}$$

- modifikovaný výběrový rozptyl

- Častěji než rozptylem D (s^2) charakterizujeme přesnost měření tzv. **směrodatnou odchylkou *s***

Náhodné chyby přímých měření

Směrodatná odchylka jednotlivého výsledku měření

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\hat{x} - x_i)^2}{n-1}}$$

- udává střední velikost chyby, se kterou je zatíženo jednotlivé měření sledovaného vzorku (střední kvadratická chyba)

Náhodné chyby přímých měření

Směrodatná odchylka aritmetického průměru

$$\bar{s}_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\hat{x} - x_i)^2}{n \cdot (n-1)}}$$

- Z hlediska měření je daleko významnější směrodatná odchylka aritmetického průměru $\bar{s}_x$, jejíž hodnota zřejmě klesá při zvětšování výběrového souboru (počtu měření)