

Didaktika matematiky 3

Příklady – stereometrie

Růžena Blažková, Irena Budínová

Krychle, kvádr

1. Vypočítejte objem krychle, jejíž povrch je 96 cm^2 .
2. Vypočítejte povrch krychle, jejíž objem je 512 cm^3 .
3. Jedna stěna krychle má obsah 144 cm^2 . Vypočítejte objem krychle.
4. Vypočítejte objem dané krychle, jestliže víte, že objem krychle s hranou poloviční délky má objem 512 m^3 .
5. Je dána krychle o délce hrany 5 cm a kvádr o rozměrech 4 cm, 5 cm a 6 cm. Nejprve odhadněte a potom vypočítejte, které z těles má větší objem. Dále porovnejte povrchy obou těles.
6. Jak se změní objem a povrch kvádrů, jestliže každou jeho hranu zvětšíme dvakrát?
7. Rozměry kvádrů jsou v poměru 1 : 2 : 3. Jeho povrch má velikost 198 cm^2 . Určete rozměry kvádrů a vypočítejte jeho objem.
8. Objem kvádrů je 300 cm^3 , obsah dolní podstavy je 50 cm^2 , hrana AB má délku 5 cm. Vypočítejte rozměry kvádrů a jeho povrch.
9. Pro rozměry plaveckého bazénu platí: $d : š : h = 10 : 4 : 1$. Do bazénu se vejde 625 m^3 vody. Vypočítejte, kolik m^2 obkladů je třeba zakoupit na obložení stěn bazénu, přidáme-li 5% na odpad.
10. Výroky se prodávají v kartonových krabicích – např. krabice na mikrovlnnou troubu má rozměry 52 cm, 32 cm a 40 cm a na záhyby se přidává $0,4 \text{ m}^2$ kartonu. Kolik m^2 kartonu je třeba na 1 000 krabic?
11. Jaký prostor v koupelně zabírá automatická pračka s výškou 85 cm, šířkou 60 cm a hloubkou 60 cm?
12. Benzínová nádrž je tvaru kvádrů a má rozměry 70 cm, 30 cm a 25 cm. Kolik litrů benzínu obsahuje, jestliže benzín sahá 5 cm pod horní okraj nádrže? Na kolik procent je nádrž naplněna? (Uvažujte různé polohy nádrže.)
13. Pavel má akvárium tvaru kvádrů o objemu 240 litrů. Tomáš má akvárium, jehož všechny rozměry jsou polovina rozměrů Pavlova akvária. Jaký objem má Tomášovo akvárium?

Hranoly

1. Vypočítejte objem pravidelného trojbokého hranolu, jehož výška je rovna délce podstavné hrany. Objem vypočítejte pro délku hrany $a = 6$ cm.
2. Vypočítejte, kolik hl vody se vejde do padesátimetrového zkoseného bazénu, jestliže nejmenší hloubka je 1,2 m a největší hloubka je 3 m, šířka bazénu je 20 m. Dále vypočítejte, kolik kachlíčků tvaru čtverce o délce strany 15 cm je třeba k vykachlíčkování stěn bazénu.
3. Skleník má tvar hranolu položeného na boční stěně. Podstavu tvoří lichoběžník a trojúhelník (viz obr.). Dolní základna lichoběžníku má délku 3 m, horní základna (a strana trojúhelníku) má délku 2 m, výška lichoběžníku je 1,8 m a výška trojúhelníku je 0,6 m. Výška hranolu je 5 m. Vypočítejte
 - a) kolik m^2 skla je třeba na jeho výrobu, jestliže 10 % povrchu tvoří kovová konstrukce.
 - b) Jaký je objem skleníku.

Válce

1. Malý Jirka chtěl vědět, kolik zubní pasty je v tubě a tak ji postupně všechnu vytlačil a v pokoji byl válec pasty. Dokážete odhadnout, jakou mohl mít délku? Počítejte pro hodnoty: vnitřní průměr hrdla pasty je 6 mm a objem pasty je 75 ml.
2. Kruhový bazén má průměr 4,58 m a výšku 0,91 m. Kolik hl vody se do něj musí načerpat, je –li naplněn do výšky 10 cm pod horní okraj? Kolik hl vody se vejde do menšího bazénu, který má průměr 3,6 m, a výšku 0,9 m?
3. Jak vysoký je válec, jehož plášť má obsah rovný obsahu jeho podstavy.
4. Vypočítejte rozměry válcové nádoby, která má objem 1 litr a výška je rovna průměru podstavy.
5. Tyčinka čokolády má tvar válce a hmotnost 2 g. Byla vyrobena reklamní tyčinka tak, že se dvacetkrát zvětšil poloměr válce a dvacetkrát se zvětšila výška válce. Kolik kilogramů čokolády bylo potřeba k jejímu vyrobení?
6. Silo tvaru válce má vnější obvod 31 m, tloušťku zdi 45 cm a vnitřní skladovací výšku 8 m, Kolik m^3 prostoru je v něm k uskladnění?
7. Foliovník na zahradě má tvar poloviny válce, přední a zadní stěnu tvoří půlkruhy, jejich poloměr je 2,5 m a délka foliovníku (výška válce) je 5 m. Kolik m^3 vzduchu je ve foliovníku? Kolik m^2 fólie je třeba ke zhotovení foliovníku, přidá-li se na spoje o 20% fólie více, než je povrch foliovníku?

8. Studna má tvar válce průměru 1,2 m. Od povrchu k hladině vody je 4 m, hloubka vody ve studni je 3,5 m. Vypočítejte:
- Kolik m^3 zeminy bylo vykopáno?
 - Kolik hl vody je ve studni?

Jehlan

- Zásobník na vápno má tvar pravidelného čtyřbokého jehlanu postaveného na hlavní vrchol a je do poloviny své výšky zaplněn vápnem. Jako část objemu jehlanu vápno zaujímá?
- Vypočítejte objem prostoru pod střechou tvaru pravidelného čtyřbokého jehlanu, jestliže délka podstavné hrany je 4,5 m a výška je 3,5 m.

Kužel

- Písek je nasypán na hromadě, která má tvar kužele (přibližně). Obvod hromady na zemi je 12,7 m, strana kužele má délku 2,2 m.
 - Odhadněte, kolik m^3 písku je na hromadě.
 - Vypočítejte, kolik m^3 písku je na hromadě.
- Pravoúhlý trojúhelník se stranami 3 cm, 4 cm, 5 cm se otáčel nejprve kolem kratší odvěsny a potom kolem delší odvěsny. Vypočítejte objemy obou takto vzniklých kuželů.
- Střecha tvaru kužele má průměr podstavy 5 m a výšku 7 m. Kolik procent plechu připadlo na záhyby, jestliže se na pokrytí střechy spotřebovalo $62 m^2$ plechu?
- V jakém poměru jsou: velikost podstavy kužele, velikost jeho pláště a povrch, je-li strana kužele rovna průměru podstavy?
- Vypočítejte objem kužele, jehož plášť je čtvrtkruh o poloměru s .
- Z kuželovité nálevky s průměrem 36 cm a výškou 48 cm přelijeme vodu do válcové nádoby o průměru 24 cm. Do jaké výšky bude sahat voda ve válci?

Další úlohy

- Krychli o hraně délky a je opsána a vepsána koule. Určete poměr povrchů a poměr objemů všech tři těles.

2. Kouli o poloměru r je opsána a vepsána krychle. Určete poměr povrchů a poměr objemů všech tří těles.
3. Určete poměr objemů těles: koule o poloměru r , rovnostranného válce o poloměru podstavy r (výška je $2r$) a kužele o poloměru podstavy r a výšce $2r$.

Literatura

KRUPKA, P.: *Sbírka úloh z matematiky pro 2. stupeň základních škol a nižší ročníky víceletých gymnázií, 2. díl*. Praha: Prometheus 1995.

MALÁČ, J.: *Sbírka náročnějších úloh z matematiky pro 6. – 9. ročník ZDŠ*. Praha: SPN 1967