7. SČÍTÁNÍ PŘIROZENÝCH ČÍSEL

7. 1. Pamětné sčítání

Příběh třináctý:
František vidí v učebnici obrázek O + OOO = OOOO *a zapisuje:*
1 + 3 = 8. Spočítal všechny kuličky na obrázku.

Příběh čtrnáctý:
Jonáš má se sčítáním dva problémy: nerozlišuje řády a sčítá 3 + 45 = 75.
Čísla 23 + 35 správně sečte, řekne 58 ale zapíše 23 + 35 = 85.

Početní operace sčítání přirozených čísel je vyvozována na základě sjednocení dvou množin, které nemají společné prvky, což v praxi znamená, že předměty seskupujeme, dáváme dohromady, přidáváme apod. Aby děti dobře pochopily sčítání, měly by mít potřebu sčítat, měly by být k provedení operace správně motivovány (jinak mohou určit součet např. počítáním předmětů po jedné).

Postup vyvození operace sčítání by měl respektovat několik zásad:

1. Vycházíme z manipulativní činnosti s konkrétními předměty, např.
   Na misce jsou 3 jablíčka, přidáme ještě 2 jablíčka. Kolik jablíček bude na misce?
2. Situaci znázorníme pomocí obrázků (např. na tabuli nebo na papíře).
3. Znázorníme pomocí symbolů (puntíků, úseček apod.).

   ooo oo
   3 2

4. Zapíšeme příklad: 3 + 2 = (vysvětlíme význam znaménka „+“)
5. Příklad vyřešíme: 3 + 2 = 5
6. Vyslovíme a zapíšeme odpověď: Na misce bylo pět jablíček.
7. Přesvědčíme se o správnosti výpočtu. Zpočátku, když děti neznají vlastnosti operace sčítání ani operaci odčítání, provádíme zkoušku správnosti „pohledem zpět“ – např. přesvědčíme se počítáním po jedné, že na misce je skutečně 5 jablíček.

Čísla, která sčítáme, se nazývají sčítanci, výsledek operace se nazývá součet. Při vyvozování sčítání je vhodné, aby oba sčítanci i součet měli stejný název, teprve později formulujeme úlohu typu: Na hřišti si hráli 4 chlapci a 3 děvčata. Kolik dětí bylo na hřišti?

Pozor: Vyvarujeme se nesprávného grafického znázornění typu:

ooo + oo = ooooo
3 + 2 = 5

které sice vypadá jako ilustrativní, avšak vůbec neodpovídá realitě, protože dítě potřebuje 10 předmětů, aby znázornilo součet 3 + 2. Velmi často se stává, že děti k tomuto znázornění zapíší příklad 3 + 2 = 10, protože položí 10 předmětů. Tento obrázek znázorňuje modely jednotlivých čísel, nikoliv model operace sčítání. Navíc v běžném životě nesčítáme předměty (ty k sobě přidáváme), tedy znaménko sčítání nepoužíváme mezi objekty, ale pouze mezi čísly. Podobně je to s použitím znaku pro rovnost (zde je nepochopena rovnost množin a ekvivalence množin). Je dobré si představit zcela konkrétní situaci, kdy např. Na parkovišti stála 3 osobní auta a 2 nákladní auta. Jak by se znázornila situace na pravé straně rovnosti?

Co může dítě vidět pod zápisem 3 + 2 = 5:
- tři plus dva rovná se pět
- tři a dvě je pět
- když ke třem přidám dvě, dostanu 5
- když tři zvětším o dvě, dostanu 5
- pět je o 2 víc než 3
- pět je o tři víc než 2, atd.

Postup vyvození jednotlivých spojů sčítání je u dětí s poruchami učení rozčleněn do velmi jemných metodických kroků. Vždy by se mělo dbát nejprve na pochopení situace na základě manipulativní činnosti samotným dítětem spojenou s prožitkem a potom teprve na pamětné zvládnutí jednotlivých spojů sčítání. Pouhý mechanický nácvik spojů sčítání je málo efektivní, neboť děti rychle zapomínají mechanicky naučené učivo.

1. **Vyvození sčítání v oboru do pěti.**
   V tomto případě je jen několik základních spojů, které se děti naučí zpravidla zpaměti s oporou o konkrétní znázornění:

+	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
1	2	3	4	5	
2	3	4	5		
3	4	5			
4	5				
5					

2. **Sčítání v oboru do deseti**.
   Zde je třeba brát v úvahu obtížnost jednotlivých spojů, neboť příklad

8 + 2 je pro dítě snadnější než příklad 2 + 8. V tomto období se také naučí přičítat nulu, tedy příklady typu 6 + 0 = 6, 0 + 6 = 6.

3. **Přičítání k číslu 10.**
Některé děti potřebují zvlášť procvičit příklady typu 10 + 7, 9 + 10.

4. **Sčítání v oboru do dvaceti bez přechodu přes základ deset.**
Jde o příklady typu 13 + 5.
Jednou z možností je využití analogie ze sčítání v oboru do deseti:
3 + 5 = 8, tedy 13 + 5 = 18.
Další možnost je využití rozkladu: 13 + 5 =
10 3
Číslo 13 rozložíme na 10 a 3 a počítáme: 3 + 5 = 8, 10 + 8 = 18.

Ke grafickému znázornění je možné využít tzv. mřížky. Z tvrdšího kartonu vystřihneme dětem obdélník, který obsahuje 2 řady čtverců po deseti. Prvky modelujeme např. pomocí uzávěrů od PET lahví (různě barevných).

O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
O	O	O	x	x	x	x	x		

Pro některé děti je vhodnější používat mřížku ve svislé poloze:

O	O
O	O
O	O
O	O
O	O
O	O
O	x
x	x
x	x

5. **Sčítání v oboru do dvaceti s přechodem přes základ deset.**
Jedná se o příklady typu 7 + 8. Pokud si dítě vytvoří svůj postup a ten je matematicky správný, ponecháme mu jej.
Zpravidla se využívá rozkladu druhého sčítance tak, abychom prvního sčítance doplnili do deseti: 7 + 8
3 5

Počítáme: 7 + 3 = 10, 10 + 5 = 15, tedy 7 + 8 = 15.

Tento výpočet je možné znázornit na mřížce ve vodorovné nebo svislé poloze:

O	O	O	O	O	O	O	x	x	x
x	x	x	x	x					

O	O
O	O
O	O
O	X
X	X
X	X
X	X
X	

Mnoho dětí s poruchou učení tento rozklad považuje za velmi obtížný, nechápou jej, ani nedokáží najít číslo, kterým je třeba prvního sčítance doplnit do deseti. Řada dětí rozkládá oba sčítance vzhledem k číslu 5 a počítají:

7 + 8

5 2 5 3

2 + 3 = 5, 5 + 5 = 10, 5 + 10 = 15, tedy 7 + 8 = 15.

6. Sčítání v oboru do sta

Při vyvozování sčítání v oboru do sta zpaměti využíváme velmi jemného postupu při volbě příkladů tak, aby jeden typ příkladů byl předpokladem pro zvládnutí příkladů vyšší náročnosti. Využíváme přitom mnoho pomůcek pro grafické znázornění. Jde např. o stovkovou tabuli, svazky předmětů po deseti, modely peněz, číselnou osu apod.

a) sčítání desítek – příklady typu 40 + 30
b) sčítání dvojciferného čísla a čísla jednociferného – příklady typu:
   40 + 3, 42 + 3, 47 + 3, 46 + 7
c) sčítání dvojciferných čísel - příklady typu
   40 + 30, 42 + 30, 42 + 34, 48 + 32, 48 + 36.

Pozor: V posledním případě dbáme na to, aby dítě rozkládalo pouze jednoho sčítance, nikoliv oba, protože návyk rozkládat obě čísla způsobí nepředstavitelné problémy při odčítání dvojciferných čísel s přechodem přes základ deset.

Počítáme tedy: 42 + 34 =   42 + 30 = 72, 72 + 4 = 76

/ \

30 4

48 + 32 =   48 + 30 = 78, 78 + 2 = 80

/ \

30 2

48 + 36 =   40 + 30 = 78, 78 + 6 = 84

/ \   / \

30 6   2 4

S dětmi s poruchami učení počítáme takové příklady, které jsou pro ně zvládnutelné. Pokud se přes veškerou snahu dítě nemůže naučit sčítat zpaměti dvojciferná čísla, pak je buď naučíme sčítat písemně (pokud mu to vyhovuje), nebo použijeme kalkulátor jako motivační a reedukační pomůcku. Víceciferná čísla, která by dětem činila problémy, již nesčítáme zpaměti, ale buď písemně, nebo s použitím kalkulátoru.

7. 2. Problémy dětí při pamětném sčítání

1. Děti nechápou rozdíl mezi zápisem čísla a operací sčítání, čísla zapíší vedle sebe např.:
   1 + 4 = 14, 32 + 4 = 324, 42 + 51 = 4251

2. Děti si v prvním seznámení zafixují nesprávné spoje a ty potom dále používají, např.:
   3 + 4 = 9, 6 + 7 = 14, 8 + 7 = 13, 8 + 7 = 14, 9 + 8 = 18, 6 + 8 = 15,
   26 + 27 = 51

3. Nepochopí poziční číselnou soustavu a sčítají čísla různých řádů, např.:
   7 + 20 = 90, 3 + 13 = 43, 3 + 13 = 34, 300 + 20 = 500

4. Využívají postupu písemného sčítání v řádku (ač s písemným sčítáním ještě neseznámili) a nezvládnou přitom práci s řády, např:
   576 + 4 = 5 710

počítají 4 + 6 = 10, zapíší 10 a další čísla prvního sčítance opíší, nebo opíší všechna ostatní čísla prvního sčítance: 576 + 4 = 57 610.

5. Používají zvláštní postupy, kdy čísla seskupují vedle sebe bez smyslu, nebo sčítají zvláštním postupem, např.:
   36 + 30 = 363, 24 + 40 = 82 (dominantní je spoj 4 + 4), 532 + 8 = 534,
   23 + 35 = 5 800 - počítá 2 + 3 = 5, 3 + 5 = 8, připíšeme dvě nuly, protože oba sčítanci mají dohromady 4 číslice, součet musí mí také 4 číslice.

6. Při přičítání čísel „po jedné" na prstech se děti dopouštějí chyby, kdy mají součet vždy o jednu menší, např. 6 + 4 počítají: šest, sedm, osm, devět, 6 + 4 = 9.

7. 3. Reedukační postupy

1. Základní spoje sčítání vyvozujeme na základě opory o konkrétní předměty a znázornění, aby dítě vidělo podstatu sčítání. Nespoléháme na pouhé pamětné zvládnutí bez opory o pochopení dané operace.
2. Pokud dítě chybuje, hledáme spolu s ním příčinu chyby a vhodné modely, které pochopí.
3. Pro sčítání s přechodem přes základ deset hledáme modely a pomůcky, kterým dítě rozumí.
4. Respektujeme matematický postup tak, aby neměly děti v budoucnu problémy (např. při sčítání dvojciferných čísel nerozkládáme oba sčítance).
5. Vybíráme vhodné didaktické hry (Blažková 2007, Krejčová 2009).

7. 4. Písemné sčítání

Písemné sčítání se liší od pamětného sčítání tím, že při písemném sčítání začínáme sčítat od jednotek, zatímco při pamětném sčítání začínáme sčítat od nejvyšších řádů.

Algoritmus písemného sčítání se vyvozuje na číslech dvojciferných a potom se postupně zobecňuje. V současné době se používá zápis sčítanců pod sebe (v minulosti se využíval při písemném sčítání i zápis sčítanců v řádku). Nejprve se vyvozuje sčítání bez přechodu přes základ deset, potom s přechodem přes základ deset. Dodržujeme přesný postup algoritmu tak, aby se děti naučily jeden postup, který mohou využívat jak při písemném sčítání, tak při písemném odčítání. Vždy provádíme zkoušku správnosti tak, že sčítance zaměníme. Dětem, které mají problém se zápisem čísel poskytneme sešit s většími čtverečky, aby se naučily správně zapisovat čísla jednotlivých řádů pod sebou a jednotlivé řády vyznačíme (D – desítky, J – jednotky jednotlivých sčítanců i součtu).

Sčítání bez přechodu přes základ deset:

D	J
4	2
3	6
7	8

Elementární kroky: 6 + 2 = 8 8 zapíšeme pod jednotky
3 + 4 = 7 7 zapíšeme pod desítky.

Zkoušku správnosti provedeme záměnou sčítanců (využitím komutativnosti sčítání):

D	J
3	6
4	2
7	8

Sčítání s přechodem přes základ deset:

D	J
4	8
3	6
8	4

Elementární kroky: 6 + 8 = 14, 4 zapíšeme pod jednotky, 1 desítku přičteme k desítkám 1 + 3 = 4, 4 + 4 = 8, 8 zapíšeme pod desítky.

Zkouška:

D	J
3	6
4	8
8	4

7. 5. Problémy dětí při písemném sčítání

1. Děti neumí zapsat sčítance správně pod sebe podle jednotlivých řádů, např.

528 350
45 4279
978 7779

2. Při sčítání s přechodem přes základ deset nepochopí podstatu desítkové soustavy a přechod nerealizují, např.

   59 176
   36 209
   815 3715

3. Děti nepochopí podstatu algoritmu a přičítají částečné součty, např.

   396 počítají: 8 + 6 = 14, správně zapíší 4,
   528 avšak dále počítají 14 + 2 = 16,
   3354 16 + 9 = 25, správně zapíší 5 a pokračují
   25 + 5 = 30, 30 + 3 = 33.

4. Sčítají všechna čísla v obou sčítancích bez ohledu na řády, např.

   59 počítají 7 + 9 + 6 + 5 = 27
   67
   27

5. Sečtou všechna čísla v obou sčítancích a dále počítají podle algoritmu, např.

   59 počítají 7 + 9 + 6 + 5 = 27, 7 zapíší pod jednotky a počítají dále
   67 2 + 6 + 5 = 1
   137

6. Přičítají druhého sčítance k oběma číslům prvního sčítance, např.

   58 počítají 7 + 8 = 15, 7 + 5 = 12, oba částečné součty zapíší
   7
   1215

7. U čísel zapsaných v řádcích používají částečně postup písemného sčítání, částečně postup pamětného sčítání, např.

   378 + 2 = 3710 počítají 2 + 8 = 10, 10 zapíší a ostatní čísla opíší.

8. Používají zvláštní postupy, např.

   24 + 35 = 5900 počítají 2 + 3 = 5, 4 + 5 = 9 a připíší dvě nuly, protože oba sčítanci mají dohromady 4 číslice.

7.6.Reedukační postupy

1. Vyvozujeme přesně algoritmus písemného sčítání.
2. Neustále opakujeme základní spoje sčítání v oboru do dvaceti.
3. Využíváme čtverečkovaných sešitů, aby pro každý řád mělo dítě jedno políčko.
4. Využíváme barevných zápisů, např. jednotky červeně, desítky modře apod.
5. Vždy vyžadujeme zkoušku správnosti prováděnou dítětem.
6. Pro jednodušší postupy využíváme komutativnosti sčítání, (např. místo 2 + 8 je pro dítě snazší 8 + 2) a asociativnosti sčítání (např. místo (12 + 9) + 8 je snazší (12 + 8) + 9).
7. V případě, že přes veškerou snahu a veškeré úsilí dítěte se výsledek nedostavuje, zvážíme, zda je vhodným kompenzačním prostředkem kalkulátor.

8. ODČÍTÁNÍ PŘIROZENÝCH ČÍSEL

Příběh patnáctý:
Ondra je žákem první třídy. Má problémy se znaménky „+“ a „-“ , nikdy neví, které má zvolit.

Příběh šestnáctý:
Adam počítá příklad 17- 9. Vždy si v mysli zamění jednotky menšence za menšitele a počítá 17 – 9 = 12, jako by počítal 19 – 7. Neumí si některé z čísel vhodně rozložit a stále se snaží odečítat od většího čísla menší ve smyslu 9 -7, protože 7 – 9 „nejde“.

8. 1. Pamětné odčítání

Odčítání přirozených čísel je definována jako operace inverzní ke sčítání, tj. jestliže pro přirozená čísla a, b, c platí $a + b = c$, pak $c - a = b$, $c - b = a$. (např. 1 + 2 = 3, 3 – 2 = 1, 3 – 1 = 2).

Ve školské matematice je odčítání vyvozováno jako operace dynamická, která souvisí s ubíráním, zmenšováním, oddělováním apod. Děti by měly být dostatečně motivovány, aby pochopily význam operace odčítání i význam znaménka „-„.

Postup vyvození operace odčítání by měl respektovat několik zásad:

1. Vycházíme z manipulativní činnosti s konkrétními předměty, např.
   Na misce je 5 ořechů, 2 ořechy Jirka snědl. Kolik ořechů zbylo na misce?
2. Situaci znázorníme pomocí obrázků (např. na tabuli nebo na papíře).
3. Znázorníme pomocí symbolů (puntíků, úseček apod.).

```
o      o        nebo        o o o o o
o   o
       o
```

Při práci s konkrétními předměty dva z nich oddělíme, na obrázku je škrtneme. Předměty mohou být znázorněny buď v řádku uspořádaně, nebo i volně jako na hromádce. Ponecháme na dítěti, které dva předměty škrtne nebo odstraní.

4. Zapíšeme příklad (s bohatým slovním komentářem – kolik jsme měli ořechů, kolik jsme jich snědli, jak zapíšeme, že ubylo, kolik ořechů zbylo, …, aby dítě za každým napsaným číslem i znakem vidělo jeho význam):

$$5 - 2 = 3$$

5. Příklad se zapíše, přečte nahlas a provede se zkouška správnosti. Protože v této době ještě děti neznají souvislost mezi sčítáním a odčítáním, je vhodné přesvědčit se o správnosti tzv. krokem zpět – znovu situaci zopakovat.

Pozor: Vyvarujeme se chybného grafického znázornění typu:

ooooo – oo = ooo
5 - 2 = 3

kdy dítě musí naskládat 10 předmětů, aby mohlo odečíst 5 – 2. Takovýmto způsobem se v běžném životě neodčítá.

Podobně jako u sčítání sledujeme, co pod zápisem 5 – 2 = 3 může dítě vidět:
- Pět bez dvou jsou tři.
- Pět mínus dva jsou tři.
- Když od pěti oddělím dvě, dostanu tři.
- Pět mohu rozdělit na dvě a tři.

Ale také:
- Pět je o dvě více než tři.
- Pět je o tři více než dvě.
- Pět je dvě a tři.

Odčítání v oboru do pěti obsahuje deset spojů, které se děti učí zpaměti, ale až po pochopení (umí znázornit příslušný příklad pomocí předmětů nebo obrázků):
5 – 4, 5 – 3, 5 – 2, 5 – 1,
4 – 3, 4 – 2, 4 – 1,
3 – 2, 3 – 1,
2 – 1.

Dále se děti naučí odčítat čísla v oboru do deseti. Je třeba si uvědomit, že příklady jsou nestejně obtížné, např. 8 – 2 je snadnější než 8 – 6, nebo 10 – 3 je snadnější než 10 – 8. Častěji tedy opakujeme ty spoje odčítání, které jsou pro děti obtížné a vždy vyžadujeme znázornění pomocí konkrétních předmětů. Není možné opírat se o pouhé pamětné naučení, neboť děti s poruchou učení mívají s pamětí problémy a velice rychle zapomínají.
Děti se také naučí počítat příklady, kdy menšitel je 0, příklady typu 7 – 0 = 7.

Děti se učí vždy příslušné odčítání v období, kdy probírají sčítání, avšak zde uvádíme jednotlivé operace zvlášť, aby byla patrna návaznost jednotlivých částí učiva při vyvozování téže operace.

Postup pamětného odčítání

1. **Odčítání v oboru do pěti**
2. **Odčítání v oboru do deseti**
3. **Odčítání v oboru do dvaceti bez přechodu** přes základ deset, úlohy typu 17 - 4 .

Menšence rozložíme na desítku a jednotky

17 - 4

10 7

Počítáme: 7 – 4 = 3, 10 + 3 = 13, tedy 17 – 4 = 13

Názorně můžeme situaci modelovat na mřížkách nebo pomocí svazků brček:

o	o	o	o	o	o	o	o	o	o
o	o	o	ø	ø	ø	ø			

|||||||||| |||††††

4. **Odčítání s přechodem** přes základ deset, úlohy typu 12 – 5.

Menšence rozložíme tak, abychom od menšitele odečetli jednotky:

12 – 5 =

2 3

Počítáme: 12 – 2 = 10, 10 – 3 = 7, tedy 12 – 5 = 7

o	o	o	o	o	o	o	ø	ø	ø
ø	ø								

Při řešení příkladů tohoto typu je třeba respektovat:

- Děti potřebují neustále opakovat rozklady čísel.
- Může se stát, že si dítě vytvoří svůj postup odčítání a ten, pokud je správný a může se použít i v dalších příkladech v oboru do sta, atd., dítěti ponecháme. Jde např. o počítání typu (rozloží menšence, avšak odčítají od deseti):

12 – 4 =

10 2

Počítáme: 10 – 4 = 6, 2 + 6 = 8, tedy 12 – 4 = 8.

- Není nejvhodnější, když děti odčítají „po jedné“ s ukazováním si na prstech, protože počítají např. 12 – 4 takto: dvanáct, jedenáct, deset, devět, 12 – 4 = 9

5. Odčítání v oboru do sta

Ve všech následujících typech příkladů využíváme vždy aplikačních úloh, které ilustrují použití v praxi, grafického znázornění a dále respektujeme jemnou metodickou řadu, kdy s každým novým příkladem zařadíme vždy jen jeden nový jev.

a) Nejprve se odčítají násobky deseti, příklady typu 50 – 20.
Můžeme využít grafického znázornění pomocí čtvercové sítě, kdy děti vyznačují (např. vybarví příslušné desítky a ty, které odčítají, škrtnou.

/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
/	/	/	/	/	/	/	/	/	/
x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
x	x	x	x	x	x	x	x	x	x

Dále je možné používat svazky brček a pití svázaných po deseti, modelů peněz, předmětů, které jsou baleny po deseti (např. hygienické kapesníčky, obaly od vajíček aj.).

Také je možné využít analogie, kdy děti využívají dříve naučeného učiva:

6 – 2 = 4
6 desítek – 2 desítky = 4 desítky
60 – 20 = 40

b) Odčítání jednociferného čísla od dvojciferného
Vycházíme od nejsnadnějšího typu úloh: 64 – 4,
pak následují postupně úlohy typu: 68 – 3, 60 – 3, 64 – 8.

Děti mohou využívat rozkladů, nebo analogie z odčítání v oboru do 20:

68 – 3   60 – 3   64 – 8

60 8   50 10   4 4

Pokud rozklady děti nepotřebují, nevyžadujeme je. Pokud si zvolí vlastní postupy a jsou matematicky správné, ponecháme jim je.

c) Odčítání dvojciferných čísel

Počítají se příklady typu 64 – 20, 65 – 25, 65 – 23, 63 – 28

Pokud počítají děti tyto typy příkladů s rozkladem, je dobrým pravidlem naučit je rozkládat pouze menšitele, protože kdyby rozkládaly menšence i menšitele, mohlo by to u odčítání s přechodem před základ deset vést k chybám typu 60 – 20 = 40, 3 – 8 nejde, tak odečítají 8 – 3 = 5, jako by řešily příklad 68 – 23.

Počítáme: 65 – 23: 65 – 20 = 45, 45 – 3 = 42
63 – 28: 63 – 20 = 43, 43 – 8 = 35.

Víceciferná čísla odčítáme zpaměti pouze v případě, obsahují-li v zápisu pouze jednu nebo dvě nenulové číslice, např. 30 000 – 20 000, 1 500 – 300 apod. Pokud se dětem nedaří pamětné odčítání, využijeme odčítání písemného.

8. 2. Problémy dětí při pamětném odčítání

1.Dítě vůbec nepochopí operaci odčítání a buď čísla sčítá, nebo je libovolně zaměňuje, je mu jedno, zda napíše 5 – 3 nebo 3 – 5.

2. Při odčítání po jedné je rozdíl vždy o jednu větší než správný výsledek, např. 16 – 5 počítají a ukazují na prstech, až mají 5 prstů: šestnáct, patnáct, čtrnáct, třináct, dvanáct,
tedy 16 – 5 = 12.

3. Pokud odčítají po jedné a neumí bezpečně vyjmenovat řadu čísel sestupně, některé číslo vynechají, např. 15 – 6 počítají: čtrnáct, dvanáct, jedenáct, deset, devět, osm,
tedy 15 – 6 = 8.

4.Nepochopí postup pamětného odčítání, počítají např. 44 – 5 = 11 jako
5 – 4 = 1, 5 – 4= 1.

5. Počítají s čísly různých řádů, např.
80 – 6 = 20 počítají jako 8 – 6 = 2 a připíší nulu,
64 – 40 = 60 počítají jako 4 – 4 = 0 a 6 opíší,
45 – 3 = 12, počítají jako 4 – 3 = 1, 5 – 3 = 2,
56 – 2 = 36 jako 5 – 2 = 3, 6 opíší,

93 – 3 = 60 jako 9 – 3 = 6, 3 – 3 = 0
300 – 50 = 200.

6. Zaměňují čísla v menšenci a menšiteli, zásadně odčítají od většího čísla menší, i když je v menšiteli.
62 – 28 = 46, protože 6 – 2 = 4, 8 – 2 = 6,
640 – 350 = 310, protože 600 – 300 = 300, 50 – 40 = 10.

7. Při odčítání dvojciferných čísel s přechodem neustále rozkládají menšence i menšitele a odčítají vždy od většího čísla menší:
82 – 57 počítají 80 – 50 = 30, 2 – 7 nejde, tak 7 – 2 = 5, 82 – 57 = 35.

8. Velké problémy dětem dělají příklady typu 70 – 8, kdy se obtížně orientují v desítkách.

9. Při nepochopení operace odčítání část menšence odčítají, část přičítají, např. 45 – 12 počítají: 45 – 10 = 35, 35 + 2 = 37

10. Nedokáží vidět odčítání v úlohách formulovaných s tzv. antisignálem, kdy odčítání není formulováno přímo, např. úlohu „Na drátě sedělo 8 vlaštovek, několik odletělo a zůstalo jich na drátě 5. Kolik vlaštovek odletělo?“ počítají 8 + 5 = 13.

8. 3. Reedukační postupy

1. Nejdůležitější je vyvození operace odčítání a znaménka „ – „ na konkrétních situacích.
2. Neustále se opakují základní spoje odčítání v oboru o 20.
3. Hledají se vhodné komunikační cesty, aby dítě chápalo odčítání s přechodem přes základ deset.
4. Aktivně se pracuje s chybou, vhodně ilustruje se jak chybný postup, tak správný postup.
5. Využívá se vhodných motivačních a aplikačních úloh.

8. 4. Písemné odčítání

Příběh sedmnáctý:
David nechápe postup písemného odčítání,čísla neustále sčítá, např.

$$\begin{array}{r} 23 \\ -\underline{15} \\ 38 \end{array}$$

Algoritmus písemného odčítání se vyvozuje nejprve pro čísla dvojciferná a potom se zobecňuje na čísla víceciferná. V učebnicích je možné najít několik různých postupů vyvození písemného odčítání, buď pomocí tzv. dočítání nebo odčítání „shora" (od čísel zapsaných v jednotlivých řádech menšence se odčítají čísla zapsaná v příslušných řádech menšitele). Vzhledem dalšímu k počítání s víceciferným čísly a vzhledem k číslům, v jejich zápisu se vyskytují nuly, je vhodné vyvozovat odčítání pomocí „dočítání".

a) Písemné odčítání bez přechodu přes základ deset.

Odečtěte písemně 68 – 25. Čísla zapíšeme pod sebe, nejlépe do tabulky:

D	J
6	8
– 2	5
4	**3**

Počítáme: 5 plus kolik je 8 ? 5 + **3** = 8, zapíšeme **3** jednotky.
2 plus kolik je 6 ? 2 + **4** = 6 zapíšeme **4** desítky.

Zkoušku správnosti provedeme sečtením rozdílu a menšitele, součtem je číslo zapsané v menšenci zadaného příkladu:

$$\begin{array}{r} 43 \\ \underline{25} \\ 68 \end{array}$$

Poznámka: I když v tomto typu příkladů by děti mohly odčítat 8 – 5 a 6 – 2, není tento postup vhodné uplatňovat, protože při odčítání s přechodem přes základ deset by docházelo k chybám, kdy by děti odčítaly vždy od většího čísla číslo menší bez ohledu na to, zda je zapsáno v menšenci nebo menšiteli.

b) Písemné odčítání s přechodem přes základ deset.

Při písemném odčítání s přechodem přes základ deset využíváme skutečnost, že rozdíl se nezmění, jestliže menšence i menšitele zvětšíme o stejné číslo, např. jestliže 8 – 5 = 3, pak

18 – 15 = 3, 13 – 10 = 3, 28 – 25 = 3, atd. Abychom mohli čísla odečíst písemně, zvětšíme menšence i menšitele o deset, ale tak vhodně, že menšence zvětšíme o 10 jednotek a menšitele zvětšíme o 1 desítku.

Odečtěte písemně 62 – 28. Čísla zapíšeme pod sebe:

D	J
6	2
– 2	8
3	**4**

Počítáme: 8 plus kolik je dvanáct ? (k jednotkám menšence přičteme 10 jednotek
2 + 10 = 12) 8 + **4** = 12 Do rozdílu zapíšeme **4** jednotky.
Dále k desítkám přičteme 1 desítku a počítáme:
2 + 1 = 3, 3 plus kolik je 6 ? 3 + **3** = 6, zapíšeme do rozdílu **3** desítky.
Zkoušku správnosti provedeme sečtením rozdílu a menšitele:

$$\begin{array}{r} 34 \\ \underline{28} \\ 62 \end{array}$$

c) Písemné odčítání čísel,v jejichž zápisu je nula, např.

$$\begin{array}{r} 86 \\ -\underline{50} \\ \mathbf{36} \end{array}$$

počítáme analogicky jako v předchozích případech: 0 a kolik je 6, 0 + **6** = 6, 5 plus kolik je 8, 5 + **3** = 8

$$\begin{array}{r} 70 \\ -\underline{46} \\ \mathbf{24} \end{array}$$

počítáme: 6 plus kolik je 10 ? 6 + **4** = 10,
1 + 4 = 5, 5 plus kolik je 7, 5 + **2** = 7.

8. 5. Problémy dětí při písemném odčítání

1.Při odčítání s přechodem přes základ deset děti neustále odčítají od většího čísla číslo menší, např.

$$\begin{array}{r} 62 \\ -\underline{38} \\ 36 \end{array}$$

Protože 2 – 8 nejde, tak počítají 8 – 2 = 6, 6 – 3 = 3, jakoby počítaly 68 – 32.

2. Děti část příkladu odčítají, část sčítají, např.:

$$\begin{array}{r} 43 \\ -\underline{29} \\ 74 \end{array} \quad \text{nebo} \quad \begin{array}{r} 612 \\ -\underline{348} \\ 964 \end{array}$$

počítají: 9 plus kolik je 13, 9 + 4 = 13, správně zapíší 4,
dále pak počítají 2 + 1 = 3, 3 + 4 = 7,
nebo 8 plus 4 je 12, 1 + 4 = 5, 5 + 1 = 6, 3 + 6 = 9.

3. Děti odčítají „shora“ a nedokáží správně provádět přechod. Např. rozdíl 7 036 – 867 počítají (nad jednotlivá čísla menšence zapíší 1):

$$\begin{array}{r} 111 \\ 7\,036 \\ -\underline{867} \\ 7\,279 \end{array}$$

16 – 7 = 9, 13 – 6 = 7, 10 – 8 = 2, 7 sepíšeme. Vůbec jim nevadí, že rozdíl je větší než menšenec.

4. Uplatňují přechod přes základ deset i tam, kde není, např.

$$\begin{array}{r} 7\,912 \\ -\underline{657} \\ 6\,255 \end{array}$$

8. 6. Reedukační postupy

1. Vyvodíme přesně postup písemného odčítání.
2. Volíme vhodné motivační úlohy z praktického života, na kterých je odčítání patrné.
3. Neustále opakujeme pamětné odčítání.
4. Vždy vedeme děti k posouzení výsledku, zda je reálný a dále je vedeme k provádění zkoušek správnosti.
5. V případě stálých neúspěchů i přes veškeré úsilí volíme kompenzační pomůcku, kalkulátor.

9. NÁSOBENÍ PŘIROZENÝCH ČÍSEL

Příběh osmnáctý:
Maruška je žákyní třetí třídy, ve všech předmětech má úspěch, jen v matematice má problémy. Největší problémem pro ni je násobilka. Na dotaz „Kolik je 3 . 4?“ neodpoví a začne plakat. Vůbec neví, co má s čísly provést, když je má násobit.

Příběh devatenáctý:
Matěj je žákem čtvrté třídy. Dostane úkol, aby znázornil 3 . 4.
Nakreslí OOO OOOO *a řekne: Nevím, jak mám znázornit „to krát“.*

Příběh dvacátý:
Mojmír je žákem 5. třídy. Neumí dobře násobilku, tak v pětiminutovkách vždy píše nějaké číslo, které ho napadne, jen aby něco napsal.

9. 1. Násobení v oboru násobilek

Zvládnutí operace násobení a základních spojů násobilky je pro děti dobrým východiskem pro zvládání dalšího učiva, kterým je dělení, dělení se zbytkem, písemné násobení a dělení, počítání se zlomky i praktické využití v aplikačních úlohách. Děti by měly nejprve pochopit, co je to násobení a teprve potom se snažit postupně zvládat jednotlivé spoje násobilky. Proto nejprve vyvozujeme násobilku dvou, tří, čtyř, pěti, následně další (šesti, sedmi, osmi, devíti). Až děti pochopí princip násobení, teprve potom učíme násobení číslem jedna, číslem 0 a číslem 10, protože na těchto specifických číslech děti princip násobení nemohou pochopit. Pokud se omezíme pouze na pamětné učení, děti neumí poznat, kdy mají násobení použít.

Násobení přirozených čísel je vyvozováno na základě sčítání několik sobě rovných sčítanců. Při vyvozování této operace vycházíme z dramatizace a z konkrétních situací, které jsou dětem blízké.

Např. Maminka dá každému ze svých čtyř dětí dva pomeranče. Kolik pomerančů maminka dá dětem celkem?

Děti:	A	B	C	D
Pomeranče:	oo	oo	oo	oo

$$2 + 2 + 2 + 2 = 8$$
$$4 . 2 = 8$$

(Poznámka: při tomto způsobu vyvozování násobení nelze tohoto příkladu použít pro spoj 2 . 4 – zde se musí znázornit dvě skupiny po čtyřech prvcích.)

Při vyvozování násobení používáme vše, co děti osloví, např.

- Při vyvozování násobilky čísel 2, 4, 6, 8 využíváme zvířátka, např. 2 nohy má papoušek, 4 nohy má pejsek, 6 noh má včela nebo moucha, 8 noh má pavouk.
- Při pečení buchet nebo vánočního cukroví sledujeme a počítáme, jak jsou na plechu umístěny jednotlivé druhy.
- Využíváme modelování ve čtvercové síti, např. 4 . 6 modelujeme:

●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●

- Ukážeme dětem „prstovou násobilku“.
- Učíme vyjmenovat násobky čísel vzestupně i sestupně.
- Vyznačujeme násobky čísel ve stovkové tabulce.
- Využíváme deskových her, např. loto, domino, pexeso, bingo.
- Hrajeme hru na „obchod“ a nakupujeme zboží, např. 4 jogurty po 8 Kč, 3 žvýkačky po 6 Kč, 5 lízátek po 4 Kč aj. a počítáme, kolik Kč zaplatíme.
- Využíváme obrázky různého zboží, např. ovoce a zeleninu (8 trsů banánů po 6 kusech, broskve v krabici 5 řad po 6 broskvích, 9 sáčků cibule po 10 kusech apod.), počítáme, kolik kusů je celkem.
- Využíváme oporu součinů sobě rovných činitelů, např. 6 . 6, 8 . 8, 4 . 4 aj.

Násobení přirozených čísel má mnoho vlastností:
Násobení přirozených čísel je komutativní. Činitele můžeme zaměnit, součin se nezmění, např.

3 . 4 = 12, 4 . 3 = 12 obecně a . b = b . a

Komutativnost násobení ilustrujeme na jednom objektu, např. máme bonboniéru, v ní jsou bonbóny uspořádány:
Ve třech řadách s čtyřech sloupcích 3 . 4 = 12

O	O	O	O
O	O	O	O
O	O	O	O

Nebo bonboniéru pootočíme a bonbóny jsou uspořádány ve čtyřech řadách a třech sloupcích 4 . 3 = 12

O	O	O
O	O	O
O	O	O
O	O	O

Násobení přirozených čísel je asociativní. Činitele můžeme sdružovat, součin se nezmění, např.

$(4 . 2) . 5 = 4 . (2 . 5)$ obecně $a . (b . c) = (a . b) . c$

$8 . 5 = 4 . 10 = 40$

Asociativnosti násobení využíváme pro výhodnější počítání nebo při násobení mimo obor násobilek.

Násobení číslem 1

Násobíme –li přirozené číslo číslem 1, číslo se nezmění, např.

$6 . 1 = 6,\quad 1 . 6 = 6$ obecně $a . 1 = 1 . a = a$

Násobení číslem 0

Násobíme-li přirozené číslo číslem 0, součin je roven 0, např.

$5 . 0 = 0,\quad 0 . 5 = 0$ obecně $a . 0 = 0 . a = 0$

9. 2. Násobení mimo obor násobilek zpaměti

1. Příklady typu 4 . 30

   Vhodné je využít rozkladu čísla 30 asociativnosti násobení, tj.

   $4 . 30 = 4 . (3 . 10) = (4 . 3) . 10 = 12 . 10 = 120$

Stačí tedy, abychom vynásobili počet desítek a tento součin vynásobili deseti.

2. Příklady typu 5 . 12

   Využijeme rozkladu čísla 12 na desítku a jednotky a roznásobení závorky:

   $5 . 12 = 5 . (10 + 2) = 5 . 10 + 5 . 2 = 50 + 10 = 60$

9. 3. Problémy dětí při pamětném násobení

1. Děti vůbec nechápou význam operace násobení přirozených čísel, vůbec neví, co mají s čísly udělat.

2. Děti zaměňují operaci násobení a zápis čísla, např.:

   $4 . 4 = 44,\qquad 6 . 5 = 65$

3. Chybují při vyvození násobení, dominantní je pro ně jeden činitel, např.

5 . 7 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5

4. Děti stále používají pouze řadu násobků a nejsou schopny naučit se spoje nezávisle na řadě násobků.

5. Dětem některé násobky zaměňují, např.
   7 . 8 = 54,   9 . 6 = 56,   8 . 9 = 80,
   7 . 8 = 64,   7 . 7 = 53,   5 . 7 = 37,   8 . 4 = 34

6. Převažuje dominance některého čísla, např.
   2 . 9 = 19, 4 . 4 = 14,   8 . 8 = 68

7. Děti zaměňují operace násobení a sčítání, např.
   50 . 4 = 54

8. Nerozlišují mezi rozvojem čísla v desítkové soustavě a násobením, např.:
   13 . 2 = 1 . 10 + 3 . 2 = 16
   32 . 3 = 30 + 2 . 3 = 36

9. 4. Reedukační postupy

1.Neustále se snažíme o to, aby děti pochopily podstatu násobení, aby věděly, co se s čísly při násobení děje. Největší potíže při násobení činí dětem to, že nevědí, co s činiteli udělat, takže většinou napíší jako součin číslo, které je napadne.
2. Pamětné zvládnutí spojů násobení vždy opíráme o konkrétní představy. Násobilku učíme v malých krocích, ale procvičujeme neustále.
3. Při vyvození vždy začínáme násobilkami čísel 2, 3, 4, atd. Zdánlivě jednoduché případy násobení čísly 1, 0 a 10 nemohou být jako prvotní, protože nedostatečně ilustrují význam násobení.
4. Prvotní je vyvození operace násobení a teprve potom pamětné zvládnutí.
5. Co nejvíce využíváme praktických příkladů, které děti zajímají.
6. Volíme vhodné didaktické hry (Blažková a kol.2007, Krejčová 2009).

9. 5. Písemné násobení

Příběh dvacátý první:
Šarlotka má problémy s písemným násobením. Když se zaměří na správnost spojů násobení, neví, kam co napsat, zaměří-li se na správnost písemného algoritmu, chybuje v násobcích.

Zvládnutí algoritmu písemného násobení vyžaduje jednak znalost pamětného násobení, jednak schopnost přesně postupovat a zapisovat čísla do schématu násobení. Písemné násobení vyžaduje zapojení všech typů paměti dítěte. Uvědomme si, co všechno musí dítě zvládnout, když např. násobí písemně

$$\begin{array}{r} 156 \\ \underline{.\quad 8} \end{array}$$

Nejprve z dlouhodobé paměti vyvolá spoj 8 . 7 = 56. 6 zapíše, 5 uloží do pracovní paměti. Dále násobí 8 . 5 = 40 – opět využívá dlouhodobou paměť, potom přičte 5, které má uloženo v pracovní paměti, 40 + 5 = 45, zapíše 5 a násobí dále 8 . 1 = 8 , přičte 4, 8 + 4= 12 a zapíše.
To je velký nápor na myšlenkovou činnost dítěte. Zároveň se ale zdokonaluje v koncentraci, protože při provádění tohoto algoritmu se musí plně soustředit na prováděné operace a postupy při zápisu čísel a nemůže myslet na nic jiného. Je však třeba počítat s tím, že pokud má dítě problémy s násobilkou, tak buď se plně soustředí na správnost násobení a chybuje v zápisu v algoritmu, nebo algoritmus zapisuje správně ale chybuje v násobilce. Některé děti nejsou schopny soustředit se současně na obojí.

Nejprve se vyvozuje písemné násobení jednociferným činitelem, a to ve velmi jemné metodické řadě, kdy v každém novém příkladu je vždy jen jeden nový jev. Pokud by bylo možné, ukážeme dětem, jak by se postupovalo při pamětném počítání a jak se výpočet zjednoduší písemným algoritmem.
Př. vynásobte 123 . 3
Při pamětném postupu bychom násobili od stovek:

$$123 . 3 = (100 + 20 + 3) . 3 = 300 + 60 + 9 = 369$$

Při písemném násobení postupujeme od jednotek:

$$\begin{array}{rl} 123 & \text{elementární kroky:}\quad 3 . 3 = 9 \\ \underline{.\quad 3} & \qquad\qquad\qquad\quad 3 . 2 = 6 \\ 369 & \qquad\qquad\qquad\quad 3 . 1 = 3 \end{array}$$

První příklady jsou voleny tak, aby násobení bylo bez přechodu přes základ a aby děti zvládly postup při zápisu jednotlivých součinů.

Další příklady volíme tak,
a) aby byl nejprve přechod mezi jednotkami a desítkami $\begin{array}{r} 125 \\ \underline{.\quad 3} \end{array}$
b) aby byl přechod mezi desítkami a stovkami $\begin{array}{r} 162 \\ \underline{.\quad 3} \end{array}$
c) aby byly přechody mezi všemi řády $\begin{array}{r} 265 \\ \underline{.\quad 3} \end{array}$

Násobení dvojciferným činitelem se vyvozuje ve dvou fázích, nejprve se násobí násobky čísla 10, např. 123 . 30 a potom dvojciferným činitelem, např. 123 . 32

$$\begin{array}{r} 123 \\ \underline{.\ 30} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 123 \\ \underline{.\ 32} \end{array}$$

Respektuje se analogický postup, jako při násobení jednociferným činitelem.

Příklady typu $\begin{array}{r} 123 \\ \underline{.\ 30} \end{array}$

je vhodné ilustrovat takto: 30 = 3 . 10, nejprve tedy vynásobíme deseti (napíšeme nulu) a potom třemi:

$$\begin{array}{r} 123 \\ \underline{.\ 30} \\ 3690 \end{array}$$

Příklady typu $\begin{array}{r} 123 \\ \underline{.\ 32} \end{array}$

řešíme s využitím obou dříve naučených postupů.

	123	
	. 32	
násobíme číslem 2	246	
násobíme číslem 30	3690	(nulu později nepíšeme, částečný součin
	3936	posuneme jedno místo doleva).

9. 6. Problémy dětí při písemném násobení

1. Děti přenášejí postup z písemného sčítání, násobí mezi sebou jednotky a desítky, např.:

$$\begin{array}{r} 42 \\ \underline{.23} \\ 86 \end{array}$$

násobí: 3 . 2 = 6, 2 . 4 = 8.

2. Zapisují součin do jednoho řádku, např.

$$\begin{array}{r} 42 \\ \underline{.21} \\ 8442 \end{array}$$

násobí 1 . 2 = 2, 1 . 4 = 4, 2 . 2 = 4, 2 . 4 = 8 nebo 1 . 42 = 42, 2 . 42 = 84

3. Násobí pouze jedním číslem druhého činitele, násobení nedokončí, např.

42

. 23

126

násobí 3 . 2 = 6, 3 . 4 = 12.

4. Nezvládají přechody přes základ:

45

. 8

3240

počítají 8 . 5 = 40, 8 . 4 = 32

5. Mají problémy s čísly s nulami:

304	násobí jako	34	564	násobí jako	564
. 2		. 2	. 205		. 25
68					

6.Nezapisují správně částečné součiny:

257

. 35

1285

771

2056

7. Přičítají v přechodech vždy druhého činitele, např.:

75

. 5

405

počítají 5 . 5 = 25, 5 . 7 = 35, 35 + 5 = 40

8. Vynásobí vzájemně jednotlivá čísla a součiny sečte, např.

608

. 65

40 5 . 8

30 5 . 6

48 6 . 8

36 6 . 6

154

9. Přičítají desítky k prvnímu činiteli, např.

$$\begin{array}{r} {}^{3} \\ 28 \\ \underline{.\ 4} \\ 202 \end{array}$$

počítají: 4 . 8 = 32,   2 + 3 = 5,   4 . 5 = 20

10. Zaměňují algoritmy sčítání a násobení tak, že čísla sčítají, ale postupují podle algoritmu násobení, např.:

$$\begin{array}{r} 48 \\ \underline{.\ 39} \\ 8247 \end{array}$$

počítají: 9 + 8 = 17, 7 zapíší pod jednotky, 1 desítku přičtou k dalšímu
1 + 9 + 4 = 14,   4 zapíší pod desítky
1 + 3 + 8 = 12,   2 zapíší pod stovky
1 + 3 + 4 = 8.

9. 7. Reedukační postupy

1. Neustále (každodenně) opakujeme základní spoje násobení.
2. Nápravná opatření pro písemné násobení spočívají ve vypracování vhodných, velmi jemných metodických řad příkladů, zpočátku s menšími čísly.
3.Pokud mají děti problémy s násobilkou, mohou používat tabulky násobků a vyhledávat v nich potřebné spoje. Je však třeba si uvědomit, že používáním tabulky násobků se děti násobilce nenaučí – naučí se pouze hledat v tabulce.
4. Je vhodné, aby děti prováděly zkoušky správnosti používáním kalkulátorů, pokud umí čísla na displeji přesně zobrazit.

10. DĚLENÍ PŘIROZENÝCH ČÍSEL

Příběh dvacátý druhý:
Rozárka je žákyní 4. třídy a nezvládá vůbec dělení přirozených čísel. Nemá představu, co s čísly provést, aby vypočítala příklad např. 32 : 4.

10. 1. Pamětné dělení

Dělení přirozených čísel je definováno jako inverzní operace k operaci násobení. Jestliže pro přirozená čísla a, b, c platí $a \,.\, b = c$ pak pro $a \neq 0,\ b \neq 0$ platí $c : a = b$, $c \,.\, b = a$.
Protože pro děti je dělení nejnáročnější operací, vyvozujeme dělení na základě rozdělování konkrétních předmětů. Již v předškolním věku umí děti rozdělit několik předmětů mezi určitý počet dětí tak, aby měly všechny děti stejně. Při vyvozování dělení vycházíme proto z konkrétní situace, kdy děti rozdělují konkrétní předměty, přitom je mohou rozdělovat na části např. mezi několik dětí, nebo podle obsahu, tj. po několika předmětech. Formulujeme proto dvě úlohy.

1. Dělení na části

Rozdělte 20 kuliček mezi pět dětí tak, aby měly všechny stejně a všechny kuličky jste rozdělili. Kolik kuliček bude mít každé dítě?

a) dramatizace – konkrétní provedení
b) grafické znázornění situace – postupně přikreslujeme každému z dětí po jedné kuličce.

děti	A	B	C	D	E
	o	o	o	o	o
	o	o	o	o	o
	o	o	o	o	o
	o	o	o	o	o

c) zápis příkladu: 20 : 5 = 4

Každé dítě bude mít 4 kuličky.
Zkouška: (např. sečtením kuliček každého z dětí) 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20.

V tomto příkladu je dělenec 20, dělitel 5, podíl 4 a podíl vyjadřuje počet prvků každé z částí.

2. Dělení podle obsahu

Rozdělte 20 kuliček na hromádky po pěti. Kolik hromádek vytvoříte?

a) dramatizace – zde děti pracují samostatně – každý má 20 kuliček a vytváří hromádky po pěti kuličkách.
b) grafické znázornění

o o o o o   o o o o o   o o o o o   o o o o o

c) zápis příkladu : $20 : 5 = 4$

Vytvoříme čtyři hromádky.
Zkouška. $5 + 5 + 5 + 5 = 20$

I v tomto příkladu je dělenec 20, dělitel 5, podíl 4, podíl však vyjadřuje počet vytvořených částí.
Je třeba si uvědomit, že jeden příklad vyjadřuje dvě zcela jiné situace a obě je třeba s dětmi provést, zejména proto, aby v budoucnu uměly řešit slovní úlohy, ve kterých se vyskytuje operace dělení.

Specielní případy při dělení:

a) dělení číslem 1 $5 : 1 = 5$
vyvodíme na příkladu: Pět bonbónů rozděl po jednom, kolik dětí podělíš?

b) dělenec je roven děliteli $5 : 5 = 1$
vyvodíme na příkladu: Pět bonbónů rozděl mezi 5 dětí, kolik bonbónů bude mít každé dítě?

c) dělení nuly $0 : 5 = 0$
vyvodíme na příkladu: Nula kuliček rozděl mezi 5 dětí, kolik kuliček bude mít každé dítě?

d) dělení nulou $5 : 0 = ?$
Děti se seznamují s větou „Nulou nedělíme“, avšak často bez jakéhokoliv zdůvodnění a proto v příkladech chybují a píší buď $5 : 0 = 0$ nebo $5 : 0 = 5$. Je vhodné ukázat dětem, že neexistuje přirozené číslo, pro které bychom mohli po vydělení nulou provést zkoušku správnosti.
Kdyby např. $5 : 0 = 0$, muselo by platit $0 . 0 = 5$. To však neplatí, protože $0 . 0 = 0$.
Kdyby $5 : 0 = 5$, muselo by platit $5 . 0 = 5$. To neplatí, protože $5 . 0 = 0$.
Takto můžeme postupovat a hledat číslo, pro které by vyšla zkouška správnosti. To však nenajdeme.
(Poznámka. Obecně jestliže by platilo pro $a \neq 0$ $a : 0 = x$, pak by muselo platit $x . 0 = a$. To však neplatí, protože $x . 0 = 0$ pro každé přirozené x.)

Postupně děti zvládají základní spoje dělení zpaměti a pokud chybují, měly by mít možnost vždy situaci znázornit konkrétními předměty.

Dále se děti seznámí se souvislostí operace násobení a operace dělení v obor přirozených čísel, např. jestliže 5 . 7 = 35, pak 35 : 7 = 5 a 35 : 5 = 7.

9. 2. Problémy dětí při dělení v oboru násobilek

1. Děti nepochopí význam operace dělení, zejména pokud nemají dostatek konkrétních činností a nácvik se opírá pouze o pamětné zvládnutí spojů dělení.
2. Děti zaměňují některé příklady dělení (základní spoje), např. 54 : 9 = 7, 56 : 8 = 9, apod. Jedná se zejména o čísla 42, 48, 54, 56, 63, 64 aj.
3. Chyby z nepozornosti, např. 40 : 5 = 10
4. Ve slovních úlohách nepochopí, kdy se užívá operace dělení.
5. Zaměňují dělence a dělitele, např. 2 : 8 = 4

10. 3. Reedukační postupy

1. Nejprve vyvozujeme dělení na konkrétních příkladech, rozdělujeme předměty mezi děti, nebo na hromádky po několika předmětech.
2. Postupně (po malých krocích) učíme základní spoje zpaměti.
3. Vždy provádíme zkoušku správnosti pomocí násobení.
4. Volíme vhodné didaktické hry.

10. 4.Dělení mimo obor násobilek

10. 4. 1. Dělení se zbytkem

Dělení se zbytkem uvádíme takto: Jestliže máme dvě přirozená čísla *a,b* taková, že *a* není násobkem *b* a *b* je různé od nuly, pak k těmto číslům existují přirozená čísla *q, z* tak, že platí $a = b \cdot q + z$.
Číslo *a* se nazývá dělenec, *b* dělitel, *q* neúplný podíl, *z* zbytek. Přitom zbytek musí být vždy menší než dělitel.
Dělení se zbytkem se vyvozuje analogicky jako dělení beze zbytku.
Nejprve formulujeme úlohu: 17 sešitů máme rozdělit mezi 5 dětí. Kolik sešitů dostane každé dítě a kolik sešitů zbude.

A B C D E
Î Î Î Î Î Î
Î Î Î Î Î Î 17 : 5 = 3 (zb.2)
Î Î Î Î Î 2

Zkouška. 3 . 5 + 2 = 17 nebo 3 . 5 = 15 15 + 2 = 17

Každé dítě bude mít 3 sešity a 2 sešity zbudou.

Další úloha: 17 sešitů máme rozdělit na hromádky po pěti. Kolik úplných hromádek vytvoříme a kolik sešitů zbude?

Î Î Î Î Î   Î Î Î Î Î   Î Î Î Î Î   Î Î

17 : 5 = 3 (zb 2)
2

Zkouška: 3 . 5 + 2 = 17
Vytvoříme 3 hromádky a 2 sešity zbudou.

Je nutné, aby děti viděly pod každým číslem jeho význam, tj. které číslo je ve významu je dělitele, dělence, neúplného podílu i zbytku.
Vhodné je využití násobků čísel a vyznačení nejblíže menšího násobku daného čísla k danému číslu.

10.4. 2. Problémy dětí při dělení se zbytkem

1. Nezvládnutí základních spojů násobení a dělení, které jsou zde nezbytné.
2. Pokud je dělenec blízko dalšího násobku dělitele, děti počítají např.
   41 : 7 = 6 (zb 1)
   1
   Zapíší vyšší násobek a do zbytku zapíší číslo, které do vyššího násobku chybí.
3. Děti zapisují přímo násobek, např.: 38 : 7 = 35 (zb.3)
4. Nevědí si rady s případy, kdy je dělenec menší než dělitel, např.
   3 : 5 = nemá řešení
   Přitom 3 : 5 = 0 (zb.3) – toto je nutné zvládnou pro písemné dělení.
5. Provádějí chybný zápis zkoušky správnosti, např.: 3 . 5 = 15 + 2 = 17.

Zde je porušena tranzitivita rovnosti. V průběhu výpočtu není možné nic přičítat nebo odčítat a zapisovat tak chybné rovnosti.

10. 4. 3. Dělení mimo obor násobilek zpaměti

Jedná se o příklady typu 72 : 4.
Je třeba najít vhodný rozklad čísla 72 na dvě čísla tak, aby byla, pokud možno, obě dělitelná číslem 4. V tomto případě jsou to čísla 40 a 32.
Počítáme: 72 : 4 = (40 + 32) : 4 = 40 : 4 + 32 : 4 = 10 + 8 = 18

Stručný zápis:

72 : 4 = 18

40 32

Zkouška: 18 . 4 = (10 + 8) . 4 = 10 . 4 + 8 . 4 = 40 + 32 = 72

Příklady tohoto typu se počítají zpaměti pouze v jednodušších případech.

10. 5. Reedukační postupy

1. Dělení se zbytkem modelujeme na konkrétních situacích, volíme dramatizaci, Poukazujeme na význam jednotlivých čísel.
2. Aktivně pracujeme s chybou.

10. 6. Písemné dělení

Příběh dvacátý třetí:
Vendulka dělí písemně: 423521 : 7 = 653. Na otázku „Jak jsi to dělila?“ odpoví:“Copak to není dobře?“

Písemné dělení se od ostatních algoritmů písemných operací liší jednak tím, že algoritmy pro písemné sčítání, odčítání a násobení začínají vždy od jednotek, dělení však začíná od nejvyššího řádu, jednak schéma algoritmu dělení musí děti zvládnout jak v horizontálním, tak ve vertikálním směru. Navíc, aby mohly děti úspěšně provádět písemné dělení, je třeba, aby měly zvládnuté všechny pamětné operace – zejména dělení se zbytkem a odčítání. Pro nácvik písemného dělení je vhodné sestavit velmi jemnou metodickou řadu, kdy se v každém dalším příkladu objeví jen jeden nový jev.

10.6.1. Dělení jednociferným dělitelem

1. První série příkladů je volena tak, aby děti dělily dvojciferné číslo číslem jednociferným a aby počet desítek dělence byl násobkem dělitele a aby dělení bylo beze zbytku. Děti se učí postupným krokům algoritmu (co čím dělit, kam co zapsat). U každého příkladu provádíme ihned zkoušku správnosti. Jednak tím opakujeme násobení a jednak učíme děti přesvědčit se o správnosti výpočtu vlastními silami. Např.:

```
  9 : 3
  6 : 3
 69 : 3 =  23          Zkouška:    23
 09                              .  3
  0                              ----
                                   69
```

2. Ve druhé sérii příkladů volíme takové, kdy je počet desítek dělence větší než je dělitel, ale není jeho násobkem. Je třeba, aby děti zvládly zapsání zbytku při dělení a vytvoření nového částečného dělence, např.:

25 : 5
7 : 5
75 : 5 = 15 Zkouška: 15
25 . 5
0 75

3.Třetí série obsahuje příklady, kdy na místě nejvyššího řádu dělence je číslo menší než dělitel, např.:

36 : 6
15 : 6
156 : 6 = 26 Zkouška 26
36 . 6
0 156

4. Dělení je se zbytkem, např.

34 : 4
23 : 4
6 : 4
634 : 4 = 158 Zkouška: 158 632
23 . 4 + 2
34 632 634
2(zbytek)

6. Dělení čísel s nulami. V tomto případě je třeba vést děti tak, aby uplatňovaly důsledně naučený postup a nevynechaly některý z kroků nebo některé z čísel.

34 : 5
3 : 5
10 : 5
1 034 : 5 = 206 Zkouška: 206 1 030
03 . 5 + 4
34 1030 1 034
4 (zbytek)

10.6.2. Dělení dvojciferným dělitelem

Postup dělení dvojciferným dělitele kopíruje metodickou řadu dělení jednociferným dělitelem. Pro děti s poruchami učení je však náročný. Obtížně odhadují částečné podíly, hůře se v algoritmu orientují. Pokud se jim podaří zvládnout jednodušší příklady, je to velký úspěch. V opačném případě volíme jako kompenzační nástroj kalkulátor. Avšak je nezbytné, aby děti počítání na kalkulátoru ovládaly bezpečně a aby měly určitou představu o řádu podílu, tj. uměly určit správně odhad výsledku.

10. 7. Problémy při písemném dělení

1. Numerické chyby vyplývající z nezvládnutí pamětných operací.
2. Formální provádění zkoušky.
3. Nedodržení přesného postupu algoritmu, např.

   2535 : 5 = 57, 422149 : 7 = 639
4. Nezvládnutí čísel s nulami, např.:

   2 408 : 6 = 41, zb. 2 82 000 : 4 = 205

   3 000 : 10 = 30

10.8. Reedukační postupy

1. Pro děti s problémy v matematice volíme pro písemné dělení jednodušší příklady – je přínosnější, když zvládnou jednoduché příklady, než když si neví rady s příklady složitějšími.
2. Vždy provádíme zkoušku správnosti.
3. Neustále opakujeme pamětné počítání.
4. Vhodně zařazujeme používání kalkulátoru.

11. POUŽÍVÁNÍ ZÁVOREK A POŘADÍ OPERACÍ

11.1.Teoretická východiska

Často řešíme úlohy, ve kterých pracujeme s více čísly (např. při řešení složených slovních úloh) a potřebujeme stanovit postup výpočtu v číselných výrazech. Děti používají ustálených pravidel, které se jednak týkají používání závorek (pokud jsou vyznačeny) a jednak různé parity jednotlivých operací.

Pokud se v číselných výrazech vyskytují závorky, pak výrazy v závorce se provádějí nejdříve, např.

$$26 - (12 - 8) = 26 - 4 = 22$$
$$(3 + 5) \cdot 6 = 8 \cdot 6 = 48$$

Pokud se v číselném výrazu vyskytuje pouze sčítání a odčítání a nejsou vyznačeny závorky, při výpočtu postupujeme zleva doprava, např.

$$42 + 14 - 16 = 56 - 16 = 40$$
$$100 - 25 - 30 = 75 - 30 = 45$$

Jestliže se v číselném výrazu vyskytují operace sčítání, odčítání, násobení a dělení a nejsou vyznačeny závorky, pak platí, že násobení a dělení má přednost před sčítáním a odčítáním, např.

$$3 + 5 \cdot 6 = 3 + 30 = 33$$
$$28 - 6 : 3 = 28 - 2 = 26$$
$$3 \cdot 9 + 8 \cdot 4 = 27 + 32 = 59$$

11.2. Problémy dětí

1. Děti počítají výraz v závorce jako první, avšak zapomenou na první číslo, např. $60 - (50 - 30) = 20$.
2. Vypočítají výraz v závorce jako první, také jej jako první zapíší a pak si neví rady, např. $60 - (50 - 30) = 20 - 60$.
3. Děti nerespektují poučku o pořadí operací a vždy postupují zleva do prava, např. $3 + 5 \cdot 6 = 8 \cdot 6 = 48$
   $48 - 8 : 4 = 40 : 4 = 10$.
4. Počítají podle svých postupů, např. $6 \cdot 5 + 4 : 2$ počítají
   $5 + 4 = 9$, $6 \cdot 9 = 54$, $54 : 2 = 27$.

11.3. Reedukační postupy

1. Možnost napsat výsledek výrazu v závorce nad závorku a vést děti k zápisům všech čísel:

$$60 - \overset{20}{(50 - 30)} = 60 - 20 = 40.$$

2. Postup provádění operací znázorníme pomocí stromu, např.

3 + 5 . 6   3 . 4 + 20 : 4

3   5   6   **3   4   20   4**

Dokončit stromy

3. Použijeme závorky i ve výrazech s násobením nebo dělením, např.
   5 + (6 . 7)   nebo (3 . 4) + (20 : 4)

12. VYTVÁŘENÍ GEOMETRICKÝCH PŘEDSTAV

Geometrie je specifickou oblastí matematiky, která může být pro děti, které mají poruchy v oblasti numerace a operací s přirozenými čísly, záchranou. Metody práce v geometrii, možnost pracovat s konkrétními objekty usnadňuje dětem pochopení učiva.

Učitel sleduje postoje dítěte ke geometrickému učivu, jeho schopnosti chápat geometrické pojmy a pracovat s nimi. Geometrické učivo základní školy obsahuje pochopení základních pojmů v duchu jejich správných definic (i když se žádné definice žákům nepředkládají) a jejich rozlišování, modelování a rýsování geometrických útvarů, některé vlastnosti geometrických útvarů a početní geometrii.

Úspěšnost dětí v geometrii, vytváření vědomostí, zdokonalování dovedností dětí i rozvíjení jejich schopností úzce souvisí s vytvářením postojů dětí k vyučování geometrii, s volbou metod a forem práce, při kterých dochází k vytváření geometrických pojmů. Základní geometrické pojmy jsou abstraktní (nikdy není možné ilustrovat např. přímku nebo rovinu) avšak je potřebné u dětí vytvořit jejich správné představy. Postupy by se měly opírat o vlastní aktivitu dětí, o získávání poznatků prostřednictvím manipulativních činností, her, postupné vytváření hypotéz s akcentem na jejich samostatnou práci.

Vyučování geometrie založené na pouhém předávání instrukcí a hotových poznatků nerespektuje v plné šíři individualitu dítěte a jeho přístupy k získávání poznatků. Děti se liší svými zkušenostmi, zájmy, schopností učit se, postoji, stylem učení, rychlostí, vytrvalostí apod. a také typem vnímání. Často si nezapamatují proces získávání poznatků, ale určitě si pamatují to, co je osloví citově, určitě s pamatují zážitky. Matematické pojmy budované na pouhém zapamatování si určitých vět vedou k formálním vědomostem. Poznatky získané na základě činností usnadňují pochopení, umožňují vidět souvislosti a napomáhají vytváření systému. Činnost rukou podněcuje činnost mozku. Výuka geometrie je založena na umění dívat se, umění experimentovat, umění vyvozovat závěry.

12. 1. Základní geometrické pojmy a geometrické útvary

Diferenciace geometrických úvarů probíhá u dětí postupně. Již od období předškolního věku rozlišují, co je kulaté, hranaté, špičaté a později rozlišují geometrické útvary rovinné a prostorové a na základní škole pak již útvary specifikují. Konkrétními modely jsou např. míč, kostky ze stavebnice, desky různých tvarů apod. Na tělesech se pak mohou ilustrovat základní pojmy, jako jsou bod (vrcholy těles) a úsečka (hrany těles) a teprve potom, složitým procesem abstrakce se vytvářejí pojmy přímka, polopřímka, rovina, polorovina.

K procvičení základních geometrických pojmů a k opakování učiva jsou vhodné činnosti související s hraním, kreslením, sestavováním obrázků, koláží aj. Vhodné jsou různé skládačky, např. tangram.

Pomocí črtání a kreslení různých obrázků s geometrickým obsahem (křivé čáry, rovné čáry) se uvolňuje dítěti ruka a postupně se vytvářejí předpoklady k rýsování v geometrii. Rýsování je činnost náročná a děti by měly mít dostatek prostoru k tomu, aby ji měly kde naučit. Práce s trojúhelníky a kružítkem vyžaduje dostatečný a dlouhodobý nácvik.

Pro rozvoj prostorové představivosti se využívá staveb z krychlí. Nejprve děti staví se stavebnicemi, ve kterých využívají kostek různých tvarů, zpravidla podle vlastní fantazie. Stavby z krychlí se realizují v několika fázích. Nejprve staví podle vlastní fantazie, potom stavby, ve kterých dodržují určité pravidlo, potom stavby podle tzv. kótovaného půdorysu , dále podle plánu, který je nakreslen ve volném rovnoběžném promítání a potom podle pohledů zepředu, shora a zprava (podle půdorysu, nárysu a bokorysu). Vše probíhá formou hry.

Na prvním stupni se děti seznamují se základy měření – nejprve určují délku úsečky, seznamují se s jednotkami délky a později i s obvody a obsahy geometrických útvarů.

12.2 Problémy dětí v geometrii

Problémy mají mnoho příčin, které mohou souviset s vnímáním zrakovým, vnímáním prostoru, orientací v prostoru, pravolevou orientací, vnímáním symetrií, rozvojem grafomotoriky, jemné motoriky, ale také správných chápáním geometrického útvaru a jeho velikosti. Mnoho geometrických dovedností a představ souvisí s modelováním a kreslením. Vzhledem k tomu, že geometrie nebývá rozhodující v matematických vědomostech dětí, není jí věnována patřičná pozornost.

Vyskytují se např. problémy:

- Nesprávné držení tužky.
- Spojení dvou různých bodů čarou.
- Narýsovaní části přímky pomocí pravítka.

- Načrtnutí či narýsování trojúhelníku.
- Rozlišení obdélníku a čtverce.
- Nepochopení zadání geometrické úlohy.
- Neschopnost číst s pochopením geometrické obrázky.
- Nepochopení vztahů pro výpočty obvodů a obsahů geometrických útvarů.
- Nezvládnutí procesu měření.
- Nepochopení jednotek délky.

13. Hodnocení dětí s poruchami učení

Hodnocením rozumíme každé vyjádření učitele k osobě dítěte, ať už verbální nebo nonverbální. Každé dítě s poruchou učení očekává vyjádření učitele k jeho práci, protože ta vykonána byla, bez ohledu na výsledek. Proto hodnotíme děti samotné, jejich posun a nemůžeme je zpravidla srovnávat s ostatními dětmi ve třídě. Děti, u kterých se projeví specifická vývojová porucha učení mají průměrnou až nadprůměrnou inteligenci a proto nelze nezaměňovat problémy vyplývající z poruchy učení s neschopností nebo lajdáctvím. Hodnocením je třeba poskytnout dětem radost z dílčího úspěchu, povzbuzovat je do další činnosti pozitivním vyjádřením (pochvalou, úsměvem, uznáním apod.).

Při hodnocení dětí s dyskalkulií hodnotíme především to, co zvládají a umí, ne to, co neumí. Z možností rozmanitých forem práce, které mohou sloužit pro hodnocení a následně pro klasifikaci vybíráme ty, které jsou pro dítě příznivé:

- z ústní nebo písemné formy vybereme tu, při níž se dítě snadněji a lépe vyjadřuje,
- v písemných pracích kontrolujeme podrobně celý postup řešení, myšlenkové pochody dítěte, nikoliv jen výsledek úlohy,
- stanovíme přiměřený rozsah práce (obsahově i časově) vzhledem k možnostem dítěte,
- vhodně připravíme zadání práce vzhledem k poruchám (dyslexie, dysgrafie) – např. předtištěné na pracovních listech, pomocí obrázků apod., v případě potřeby poradíme, s kterou úlohou má dítě začínat (samo si zpravidla nedovede vybrat, protože podle zadání neodhadne obtížnost úloh),
- hodnotíme kvalitu práce co do myšlenkových procesů, snahy a námahy dítěte, nikoliv kvantitu,
- vždy dopřejme dětem několik úloh, ve kterých jsou úspěšní a na jejich základě je naučme postupovat při řešení úloh dalších,
- ke každé práci zajistíme žákům optimální prostředí – klid, pohodu,
- každou práci dítěte využijeme ke zpětné vazbě jak pro ně samotné, tak pro učitele – s dítětem jeho chyby analyzujeme a korigujeme,

učitel provede analýzu vzhledem k pochopení žákových myšlenkových postupů a k dalšímu metodickému vedení dětí.
- připravíme vhodná cvičení s možností autoevaluace, kdy si dítě samo zhodnotí svůj výkon (Hošková 2008).

Klasifikaci dětí s poruchami učení upravují předpisy Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy (Vyhláška MŠMT č. 48/2005), a je možné hodnotit slovně nebo pomocí stupnice známek. Vzhledem k budoucnosti dítěte se ukazuje vhodným využití obou způsobů současně – hodnocení známkou doplnit slovním komentářem. K příznivému sociálnímu klimatu ve třídě přispívá, když učitel zdůvodní ostatním dětem ve třídě, proč je dítě s poruchou učení hodnoceno právě tímto způsobem. Zpravidla děti s poruchou učení musí vykonat mnohem více práce, než ostatní děti. Zároveň by si dítě s poruchou učení mělo být vědomo svých reálných možností v matematice.

14. Individuální vzdělávací plán

Individuální vzdělávací plán pro dítě s dyskalkulií vzniká na základě spolupráce třídního učitele, učitele matematiky, psychologa nebo speciálního pedagoga z Pedagogicko psychologické poradny, vedení školy a rodičů. Je závazným materiálem pro dítě, rodiče i školu, avšak není dogmatem. V případě potřeby je možné jej upravit pro skutečné momentální potřeby dítěte. Jeho zpracování je náročné, neboť je třeba brát v úvahu:

- výsledek vyšetření v PPP – jaké problémy byly diagnostikovány, jaký typ dyskalkulie se u dítěte projevuje,
- úroveň jeho matematických vědomostí,
- zařazení do ročníku školní docházky,
- učivo matematiky v ročníku, který dítě navštěvuje,
- jeho skutečnou individualitu, neboť každé dítě potřebuje svůj vlastní plán,
- to, že je výsledkem cílevědomé práce na základě provedené analýzy a slouží jako východisko práce s dítětem,
- jeho konkrétnost a použitelnost ve výuce, měl by být zbaven jakéhokoliv formálního přístupu.

Význam IVP pro dítě:

- má motivační hodnotu, neboť může dát dítěti jistotu, že je snaha mu pomoci,
- dává dítěti pocit, že je subjektem vzdělávání, nikoliv jeho pasivním objektem – neboť IVP posiluje aktivitu dítěte, jeho zájem i odpovědnost,

- umožní dítěti pracovat podle jeho momentálních schopností, individuálním tempem, bez ohledu na obsah výuky matematiky příslušného ročníku a bez ohledu na srovnávání s ostatními spolužáky,
- nesnižuje výkon dítěte tím, že by vyhledával úlevy pro dítě, ale stanovuje optimální podmínky a úroveň, při kterých může dítě pracovat,
- je zpracován podle individuálních potřeb konkrétního dítěte.

Význam IVP pro učitele:
- pracuje s dítětem na úrovni, které je schopno,
- umožňuje realizaci individuální nebo individualizované výuky,
- dostává konkrétní zpětnou vazbu o úrovni matematických vědomostí dítěte,
- usnadňuje učiteli hodnocení dítěte,
- dává učiteli možnost upravovat plán výuky matematiky podle dosažených výsledků dítěte v matematice.

Význam IVP pro rodiče:
- mají možnost zapojit se do přípravy IVP,
- mají možnost spolupodílet se s dítětem na jeho plnění,
- mohou dítě i jeho problémy pochopit s fundovanou účastí,
- jsou spoluodpovědni za práci i výsledky dítěte,
- s odpovědností, založenou na znalostech problému, přistupují k dalším perspektivám dítěte.

Při tvorbě individuálního vzdělávacího plánu se zaměřujeme na plnění určitých cílů:

Cíle krátkodobé

Stanovíme, které učivo matematiky by dítě mohlo zvládnout v nejbližší době a jaké výsledky asi můžeme očekávat. Jde také o aktivizaci dítěte a získání jeho zájmu o matematiku. Zaměříme se na rozvoj kompetencí, zejména na schopnost samostatně pracovat, vyhledávat informace, nebát se řešení problémů, schopnost pracovat s chybou jak hlediska jejího vyhledávání, tak z hlediska její nápravy. Hledáme vhodné metody práce v matematice i vhodné postupy řešení úloh, které dítě osloví a které mu napomohou učivo zvládnout.
Např. V 5. ročníku dítě nezvládá základní spoje násobení a dělení. Vhodně volenými hrami, na kterých se podílí samo dítě a vhodně zvoleným časovým rozvržením zvládání učiva (po malých krocích) zvládáme jednotlivé násobilky. Pokud se však přes veškerou snahu dítěte i učitele nepodaří některé spoje zvládnout, využijeme kompenzačních pomůcek.

Cíle dlouhodobé

Řešíme problém, které učivo se má dítě naučit v ročníku, který právě navštěvuje a zároveň, jak se vyrovnává s nezvládnutým učivem matematiky z předchozích ročníků. Je třeba rozhodnout, které učivo má dítě zvládnout v plném rozsahu (vhledem k jeho potřebnosti v dalším učivu matematiky), s kterým učivem se může seznámit jen orientačně a které učivo je možné vynechat. V tomto smyslu se upraví vzdělávací program pro dítě se specifickou poruchou učení.

Např. V tématu Písemné dělení jednociferným dělitele se řeší hlavně jednodušší aplikační úlohy, aby se ilustrovala potřebnost a užitečnost matematiky v praktickém životě.

Cíle vzdálené

Promýšlí se další zařazení dítěte po absolvování příslušného stupně školy – přechod z prvního stupně ZŠ na druhý stupeň, přechod ze základní školy na střední školu, eventuelně ze střední školy na vysokou školu a další zařazení v životě. Zde je třeba brát v úvahu:

- do jaké míry jsou vědomosti dítěte v rozporu s profilem absolventa příslušného stupně školy,
- zda a jak byly problémy v matematice kompenzovány,
- že dyskalkulie nemusí omezit dítě v jeho dalším profesním životě.

Např. Pokud má dítě problémy v oblasti operací s čísly na 1. stupni ZŠ , tak na vyšších stupních školní docházky je možné kompenzovat je s využitím kalkulátoru a dítě může být i v matematice úspěšné, neboť může mít rozumové schopnosti na vysoké úrovni a tedy může v matematice dosahovat výborných výsledků. Zde je však nutné rozlišovat dítě, které má dyskalkulické problémy a jinak vysokou úroveň rozumových schopností a dítě, u kterého jsou výsledky v matematice ovlivněny sníženou úrovní rozumových schopností (jeho výsledky jsou slabé ve všech vyučovacích předmětech).

Plán se zpracuje pro konkrétní dítě v konkrétním ročníku a jeho realizace je již v kompetenci učitele matematiky.

Ve výuce matematiky se dětem zpracovávají pracovní listy s úlohami v jemných metodických řadách tak, aby děti měly pocit, že učivo zvládají a přitom se v každé úloze naučily jeden nový jev.

Děti zpravidla potřebují okamžitou pomoc v případě, že si neví rady, jak dál. Je možné tuto situaci řešit buď realizací skupinové práce, nebo osobním asistentem, kterým může být jak učitel, tak spolužák.

K upevňování a opakování učiva se využívá nejrůznějších metod a forem práce (konstruktivistické přístupy při vyvozování učiva, didaktické hry, kreslení, práce se stavebnicemi apod.).

Ověřování výsledků práce dítěte by mělo být spojeno s pozitivním hodnocením i v případě, že dítě chybuje – vždy nějakou práci vykonalo. Vhodné je zařazování autotestů, ve kterých má dítě možnost zjistit úspěšnost své práce bez ohledu na hodnocení učitelem. Má také možnost zjistit chybu i správné řešení. Pokud se hodnocení spojí se zábavnou a humornou formou, je pro dítě atraktivnější a bez stresů (viz např. Hošková 2008) .

Vždy je třeba zohlednit určité charakteristiky dítěte, které souvisejí s jeho pomalým tempem při práci, jeho rychlým zapomínáním již naučeného učiva, jeho citlivostí, obav z předmětu, z neúspěchu apod.

15. Reedukace dyskalkulie

Obecné reedukační postupy se dají uvést v tzv. „desateru“, avšak je nutné mít na zřeteli, že každé dítě je výrazná individualita a potřebuje svůj vlastní postup. To, co se osvědčí u jednoho dítěte, nemusí být přínosné u dítěte jiného.

1. **Stanovení diagnózy** – formulování hlavních problémů dítěte v matematice, v kterém části učiva má dítě problémy, jaké jsou jejich příčiny, jaká má dítě vztah k matematice.
2. **Respektování logické výstavby matematiky a její specifičnosti** – v matematice je pochopení a zvládnutí každého prvku nižší úrovně nezbytným předpokladem zvládnutí prvků vyšší úrovně. Reedukační cvičení musí proto začínat u toho učiva, které dítě přestalo chápat a zvládat. Postupy musí respektovat matematické zákonitosti a musí být použitelné i v dalším učivu.
3. **Pochopení základních pojmů a operací** – veškeré základní pojmy je třeba generovat na konkrétních modelech a všechny pojmy i operace s čísly je třeba vyvozovat na základě vlastní manipulativní a myšlenkové činnosti dítěte. Přitom je třeba využívat nejrozmanitějších forem práce a stále nových situací.
4. **Navození „AHA efektu“** – kdy dítě samo objeví poznatek „já už vím“ a přijme poznatek za svůj. Je nutné mít neustále na zřeteli, že poznatky jsou nepřenosné, že přenosné jsou pouze informace.
5. **Využití všech smyslů** – zapojení všech smyslů, kterých je možno pro získávání matematických poznatků – zraku, hmatu, sluchu, pohybu, tak aby to bylo dítěti příjemné a přispělo to k postupnému odbourávání problémů. Velký význam má využití vhodných her.
6. **Diskuse s dítětem** – „co vidíš“ – zda dítě vidí v dané situaci to, co jeho učitel. Každé dítě má svoje komunikační cesty, kterými se dobírá poznatků a ty je třeba diskusí s ním objevit. Neexistuje matematická slepota a každý se k matematice určitou cestou může dostat. Dyskalkulie neopravňuje žáka k nečinnosti a k rezignaci.

7. **Pamětné zvládnutí učiva** – v jaké míře je dítě schopno, avšak matematické učivo nemůže být opřeno o pouhou paměť bez porozumění a správného vyvození. Je třeba hledat vyváženost mezi vyvozováním a drilem.
8. **Zvyšování nároků na samostatnost a aktivitu dítěte** - tvorba vlastních materiálů, příkladů a pomůcek samotným dítětem, nebo alespoň podíl na tvorbě – dítě si může uvědomovat nedostatky a podílet se aktivně na jejich nápravě zajímavou formou. Využití projektového vyučování.
9. **Neustálá potřeba úspěchu** – dítě potřebuje pozitivní zážitky, pohodu, pochvalu, veselou, legrační cestu při nápravných cvičeních, terapii hrou, nepřetěžování, ale neustálé mírné zatěžování. Pochvala při každém sebemenším úspěchu.
10. **Práce podle individuálního plánu** - sestaveného pro konkrétní potřeby každého dítěte. Individuální výuka, individualizovaná výuka v integrované třídě. Postupy jsou výrazně individuální, nelze stanovit obecně platná pravidla, která by vyhovovala všem dětem.

Což by se schematicky mohlo zapsat:

D – diagnostika – jednak v PPP, jedna úrovně matematických znalostí
Y – připomíná rozcestí – potřebuji okamžitou pomoc
S - specifičnost matematiky
K – konkrétní modely
A – AHA efekt
L – lepší paměť
K – komunikace
U – úspěch
L – líbivé pomůcky a postupy
I – individuální plán
E – energie a trpělivost pro všechny zúčastněné

16. KOMUNIKACE V MATEMATICE

Příběh dvacátý pátý

Děti řeší složené slovní úlohy. Ve třídě probíhá dialog:
Šimon: Já tomu nerozumím.
Paní učitelka: Čemu nerozumíš?
Šimon: Ničemu. Já vlastně ani nevím.

Na závěr připomeňme, že jednou z nejdůležitějších činností učitele i žáka je komunikace ve všech oblastech. Pokud dítě porozumí, je velká část problémů vyřešena.

Při vytváření matematických pojmů i při samotné výuce matematiky se jako jeden ze zásadních problémů jeví problém dorozumění se jak v rámci běžné komunikace, tak v oblasti matematiky a porozumění učivu v celé šíři matematického vyjadřování. V praxi se ukazuje, že devadesát procent problémů dětí v matematice je způsobeno problémy v komunikaci mezi dítětem a okolním světem. Přitom předpoklady pro komunikaci mohou být vrozené nebo získané, avšak u dětí s poruchami učení bývají zpravidla jejich specifické. Úkolem pedagoga pak je, aby odhalil komunikační specifika každého dítěte a pro výuku matematiky je maximálně využil.

Při výuce matematiky jde o tyto základní typy komunikace:
Komunikace v oblasti čtení matematického textu
Komunikace verbální
Komunikace verbálně symbolická
Komunikace grafická
Komunikace graficky symbolická
Komunikace obrazově symbolická
Komunikace obrazově názorná

16. 1. Komunikace v oblasti čtení matematického textu

Čtení zadání matematických a slovních úloh a přepis textu do matematického jazyka je pro mnoho dětí tvrdým oříškem. Zejména děti s dyslexií, ale i s dalšími poruchami mají problémy s přečtením celého textu, s porozuměním textu, se zvládnutím délky textu. Zpravidla nejsou schopny pochopit otázku úlohy v souvislosti se čteným zadáním a často odpovídají na otázku jinou, která nebyla v textu uvedena a třeba ani nesouvisí s řešením úlohy. Někteří žáci mají problémy s pochopením používaných výrazů v textu úlohy (např. čtvrtletí, tržba), jiní s vyjádřením vztahů pomocí předložek. Např. významu předložky „po“ nerozumí v úloze: Koupíme 8 jogurtů po osmi korunách. Největší problém pak činí přepis textu úlohy do matematického jazyka, tj. zápis příkladu, rovnice apod.

A) Problémy se čtením symbolického zápisu a vlastní vizí dítěte, např. číselný výraz $3 + 5 = 8$ děti vesměs chápou, ale výraz $5 – 3$ chápou již méně. Podobně výraz $3 + (5 . 4)$ chápou více než výraz $3 + 5 . 4$. Také jiné významy symbolů pro různé operce jsou pro děti problematické. Např. označení desetinné čárky v psaném textu je na kalkulačce znázorněno tečkou, různé jsou symboly pro násobení a dělení apod. Dítě se s těmito změnami vyrovnává podle svých schopností.

B) Diferenciace číslic a čtení čísel souvisí s pochopením principu vytváření poziční desítkové soustavy, kdy se také projevují problémy s pravolevou orientací. Děti mají problémy se čtením čísel např. 69, 96 , se správným přečtením víceciferného čísla. čísla desetinného, později pak se čtením mocnin, odmocnin apod.

16. 2. Komunikace verbální

Předpokladem pro to, aby se žák mohl v matematice správně vyjadřovat, je pochopení, tj. porozumění matematickým pojmům, termínům a vztahům. To však vyžaduje, že má vytvořenou jasnou představu o každém pojmu v duchu jeho správné definice, i když se po žácích definice nevyžadují. Při verbálním vyjádření by bylo třeba, aby se učitel i žák zaměřili na podstatné jevy, na skutečnosti, které jsou pro daný pojem nebo dané učivo podstatné, omezili vlastnosti méně podstatné a charakterizovali daný pojem naprosto výstižně. Vyjádřit myšlenku svými vlastními slovy a přitom zachovat význam pojmu je velkým uměním.

V rámci verbální komunikace mají děti dešifrovat vyslovené pojmy a matematicky je zpracovat. Zde se setkáváme s problémy od nejranějšího věku, kdy děti např. vyslovují řadu slov: jedna, dvě, tři, čtyři, …, kterou mají mechanicky naučennou jako básničku a nevidí za pojmem vyslovené číslo ve významu počtu prvků. Dalším problémem je zápis vyslovených čísel, kdy např. při vyslovení čísla tři sta osm dítě píše 3008, nebo dva tisíce osm zapisuje 20008. Děti s poruchami učení, zejména s verbální dyskalkulií nemají šanci zvládnout např. diktované pětiminutovky.

Při rozvoji verbální komunikace bychom měli vnímat, zda

- mají děti v matematice dostatek prostoru pro verbální vyjádření,
- rozumí slovnímu vyjádření učitele,
- rozumí otázkám učitele,
- nejsou odmítány při slovním vyjádření, které není právě správné nebo nejlépe formulované,
- vidí a vnímají to, co předpokládá jejich učitel,
- jakou mají slovní zásobu a jak rozumí používaným pojmům.

16. 3. Komunikace verbálně symbolická

Správná verbální interpretace matematických symbolů souvisí s pochopením významu jednotlivých znaků. Děti by měly zvládnout verbální vyjádření zápisů číslic (znaky 0, 1, 2, …, 9), zápisů čísel pomocí těchto číslic, znaků vyjadřujících rovnost (=) , nerovnost (<, >), znaků operací (+. -, •, :), závorek, dále pak zápis mocnin, odmocnin, množinové symboliky apod. Pro mnoho dětí je problémem číst správně a s porozuměním matematické symboly, dodržet pořadí provádění operací, použít symboliku ke správnému výpočtu. Překvapivě mnoho dětí má velké problémy právě se čtením symbolů pro porovnávání, kdy obtížně rozlišují a čtou znak pro „menší" a „větší" apod.

Pro rozvoj verbálně symbolické komunikace jsou vhodná různá přiblížení, prostřednictvím kterých se pochopení symbolu dětem usnadní.

16. 4. Komunikace grafická

Pěstování kultury grafického projevu je nejdůležitějším prostředkem grafické komunikace, neboť pokud jsou děti schopny zachytit myšlenku písemně, svědčí to o jejich dobré matematické úrovni.

Téměř všechny matematické zápisy, jako jsou např. zápisy číslic, zápisy čísel, zápisy algoritmů písemných operací, stručné zápisy zadání úloh, postupu jejich řešení i odpovědi, jsou pro děti zejména s dysgrafií, ale i s dalšími poruchami velmi náročné. Dítě s poruchou pravolevé orientace musí vynaložit velké úsilí, aby si vybavilo, jak se správně píší číslice, které mají jednostrannou orientaci, jako jsou např. 1, 3, 7. Problémy jim činí zápisy dvojciferných čísel, kdy nerozlišují zápis čísel např. 24, 42. Rovněž zápisy čísel s nulami jsou pro děti problematické, když např. číslo pět set šest zapisují buď jako 56 nebo 5006.

Také úprava písemného projevu, která je předpokladem správnosti výpočtu, je pro některé děti obtížně řešitelná. Děti mají problémy s dodržováním stejné velikosti číslic v zápisu čísla, s dodržováním lineatury, se správným zápisem čísel ve schématech algoritmů, v zápisu zlomků, zápisu algebraických výrazů aj.

U některých dětí napomáhají sešity s pomocnými linkami nebo čtverečky, pro mnoho dětí je motivační využit k zápisům zápis prostřednictvím počítače. Je však důležité uvědomit si, že upravený písemný projev dítěte není zárukou porozumění a zvládnutí matematického učiva. Často se stává, že zejména děti s poruchami učení opisují z tabule vzorně vedený učitelův zápis, ale vůbec nerozumí tomu, co píší.

16. 5. Komunikace graficky symbolická

Analogické problémy, které se vyskytují v rámci komunikace grafické se objevují i při zápisu symbolickém. Vztah číslice, číslo – zápis čísla je projevem pochopení pojmu a jeho grafického zpracování prostřednictvím symbolu. Zápis všech dalších znaků vyžaduje vždy především pochopení té operace nebo těch vztahů, které symbol vyjadřuje. Je pozoruhodné, že pro mnoho dyslektiků je právě symbolický matematický zápis čitelnější, než zápis textem a tedy je pro ně záchranou. Je to srovnatelné s tím, když člověk čte cizojazyčný matematický text v jazyce, který nezná, ale všem symbolickým matematickým zápisům rozumí.

16. 6. Komunikace obrazově symbolická

Znázornění matematické situace prostřednictvím obrázku, např. symbolické znázornění slovní nebo konstrukční úlohy pomocí jednoduchého schématického obrázku slabým žákům řešení umožní, ale i šikovným žákům řešení usnadní. Důležité je, aby symbolické znázornění nebylo chybné a vyjadřovalo skutečnou situaci v úloze (např. znázornění slovní úlohy na sčítání a slovní úlohy na porovnávání pomocí vztahů „o několik více“). Dalším příkladem snadnější ilustrace vztahů mezi číselnými údaji jsou např. diagramy užívané ve statistice. Symbolické znázornění čísel v diagramech je mnohem více čitelnější, než zápis čísel např. v tabulkách.

16. 7. Komunikace obrazově názorná

Při komunikaci obrazově názorné děti využívají obrázků ke ztvárnění matematických pojmů a vztahů. Pomocí obrázků je možné dětem přiblížit zadání slovních úloh, nástin jejich řešení aj.

Při znázorňování geometrických útvarů obrázek častokrát usnadní řešení. Zvláštní pozornost vyžaduje grafické znázornění vztahu prostorové situace v rovině, např. ve volném rovnoběžném promítání. Pochopení grafického znázornění prostorové situace v rovině jistou úroveň prostorové představivosti. V této souvislosti je možno připomenout požadavek na úroveň písemného a grafického projevu učitele na tabuli.

Pro děti s poruchami učení bývá velmi obtížné ze „změti čar“ vysledovat obrázek geometrického útvaru, obtížně chápou např. sítě těles aj. Zde je jediná možná náprava pracovat s konkrétními modely prostřednictvím manipulativní činnosti.

Komunikační bariéry v matematice překonáváme výběrem vhodných postupů a cvičení, při kterých se nejprve snažíme v rámci individuálního přístupu odhalit komunikativní cesty a možnosti každého dítěte a následně pak je využít pro jeho úspěšnou práci v matematice.

Pro většinu výše uvedených komunikačních bariér lze nalézt nápravná cvičení, která usnadní dětem jejich komunikační problémy. Avšak nápravná cvičení musí být opřena o vlastní manipulativní činnost dětí, o výuku prostřednictvím zážitků, nikoliv jen o pouhou paměť. Rovněž je nutné dbát na matematickou správnost a preciznost nabízených postupů, protože např. chybným znázorněním se zvyšuje nedůvěra dětí v matematiku a porucha v komunikaci se může ještě prohloubit.

Pozornost by zasluhovalo i zkoumání dalších typů komunikace, např. komunikace nonverbální, komunikace činem aj., které mají rovněž velký význam pro úspěšnost dítěte v matematice.

17. VÝZKUMNÉ ŠETŘENÍ

Výzkumy, které se zaměřují na specifické vývojové poruchy učení, jsou více zaměřeny na dyslexii (např. Vágnerová, M. 2006, Šíblová, D. 2005, Zelinková, O. 2005, výzkumů zabývajících se dyskalkulií se zatím příliš v literatuře neobjevuje. J. Novák 2004, (s. 17) uvádí: *"Podle různých autorů je výskyt dyskalkulií uváděn též dosti různě - v závislosti na tom, jaká kritéria pro zatřídění takové poruchy v různých zemích akceptují: např. Poteet (1970) odhaduje 5,5 %, Košč, dle výzkumů považuje za odůvodněné počítat s výskytem 6 - 6,4% populace. Novák považuje výskyt vývojových dyskalkulií za reálný přibližně u 3 % dětské populace."*

Pro prvotní zjištění, jaké je zastoupení dyskalkuliků za základních školách v současné době, jsme uskutečnili empirický průzkum, abychom alespoň orientačně zjistili, kolik dětí na základních školách má diagnostikovanou dyskalkulii.

Teoretická východiska:

Postavení žáka, u kterého se projevují problémy v matematice, je ve škole poměrně obtížné, neboť je nutné odhalit příčiny jeho problémů, hledat takové cesty nápravy, které jsou pro žáka srozumitelné a realizovat individuální přístup. Diagnostika dyskalkulie je prováděna odbornými pracovišti velmi zodpovědně a stanovována na základě výsledků podrobných vyšetření. Této problematice jsme se již v minulosti věnovali a je popsána v některých pracích uvedených v literatuře. Pokud má žák diagnostikovanou dyskalkulii na základě vyšetření v Pedagogicko psychologické poradně, zpravidla pracuje podle individuálního vzdělávacího programu. Výuka žáků se specifickými poruchami učení je pro učitele velmi náročná jak z hlediska přípravy, tak z hlediska samotné realizace výuky. Náročnost práce často není odměněna adekvátními výsledky v matematice.

Cíl průzkumu:

Cílem průzkumu bylo zjistit, jaké je procento dětí se specifickými poruchami učení na základních školách a u kolika z těchto dětí je touto poruchou dyskalkulie.

Zkoumaná skupina:

Zkoumanou skupinu tvořily náhodně vybrané základní školy v Brně i mimobrněnské, na kterých prováděli studenti pedagogickou praxi.

Hypotéza:

Dětí s diagnostikovanou dyskalkulií je přibližně 1% - 2%, avšak dětí s poruchou učení v matematice je asi 25%.

Metoda zkoumání:

Metoda rozhovoru s vedením školy nebo výchovným poradcem, eventuelně speciálním pedagogem na základní škole, s cílem zjištění statistických údajů o počtu žáků se specifickými poruchami učení a s dyskalkulií.

Empirický kvantitativní průzkum byl zaměřen na zjištění, jaké je procentuelní zastoupení žáků s dyskalkulií v rámci žáků ZŠ a v rámci dalších specifických poruch. Počet žáků s dyskalkulií byl zjišťován na deseti náhodně vybraných základních školách v Brně a 69 náhodně vybraných základních školách mimobrněnských. Většina škol byla z Jihomoravského kraje, několik škol z krajů Východočeského, Zlínského, Severomoravského a Středočeského. V průzkumu nás zajímalo, kolik dětí má diagnostikovanou dyskalkulii. Výsledky šetření jsou uvedeny v tabulce:

Školy	Počet žáků	Žáci a SPU	% z celk. počtu žáků	Žáci s dyskalkulií	% z celk. počtu žáků	% z počtu žáků s SPU
Brno	4 025	856	21,27 %	50	1,24 %	5,84 %
Mimo-brněnské	19 337	2 210	11,43 %	108	0,56 %	4,89 %
Celkem	23 362	3 066	13,12 %	158	0,68 %	5,15 %

Výsledky tohoto průzkumu ukazují, že žáků s diagnostikovanou dyskalkulií je méně než 2%. V počtu žáků, u kterých jsou diagnostikovány některé poruchy učení, tvoří dyskalkulikové 5 % – 6 %. Specifičtější výzkum týkající se rozlišení žáků 1. a 2. stupně, podílu děvčat a chlapců a dalších poznatků bue předmětem dalšího zkoumání. Orientační zjištění o procentuelním zastoupení nastoluje další otázky a možnosti zkoumání příčin malého úspěchu některých žáků v matematice.

V praxi se ukazuje, že žáků s problémy v matematice je podstatně více, než naznačil průzkum. Na úspěšnost žáků v matematice mají vliv i další specifické poruchy učení, zejména dyslexie a dysgrafie. U mnoha dětí se projevují kombinace poruch učení, takže dá se předpokládat, že dyskalkulie se vyskytuje v kombinaci s dyslexií a dysgrafií, avšak žák má diagnostikovanou pouze dyslexii např. s tím, že objevují potíže směřující k oslabení matematických schopností. Často mají děti doporučení, aby jim bylo umožněno počítat jednodušší příklady, pomalejším osobním tempem, aby jim bylo poskytnuto dostatek času, u některých dětí se vyskytují poruchy učení i v kombinaci a ADHD. Doporučuje se individuální doučování, zohlednění ve výuce, slovní hodnocení. Diagnostiku dyskalkulie však nemají.

Průzkum si stanovil cíl zjistit kvantitativní zastoupení žáků s dyskalkulií na základních školách. Avšak také umožnil ujasnit si formulaci základních charakteristik pro další zkoumání dyskalkulie a dalších poruch učení v matematice. Zaměření dalšího výzkumu se bude realizovat zejména v rovině kognitivních procesů a behaviorální oblasti. Činnosti prováděné s konkrétními dětmi v rámci reedukačních cvičení umožní pak zpracování metodických materiálů jak pro žáky, tak pro učitele.

18. ZÁVĚR

Z dlouhodobé činnosti s konkrétními dětmi vyplynula některá doporučení:

1. Problémy dětí jsou výrazně individuální a je třeba hledat pro každé dítě takové výukové postupy, které je osloví a kterým porozumí.
2. Inkluzívní vzdělávání žáků se specifickými poruchami učení vyžaduje zabývat se touto problematikou z hlediska diferencovaného přístupu k žákům s rozdílnou úrovní matematických schopností.
3. Děti s dyskalkulií mají průměrnou až nadprůměrnou inteligenci a zpravidla se samy podílejí na vypracovávání takových reedukačních postupů, které jim napomohou problém v matematice překonat.
4. Je potřebné vypracovat dostatek didaktických materiálů pro učitele k diferencované práci se žáky.
5. Úspěšnost dětí je také výsledkem spolupráce rodičů s dítětem, učitelem, poradnou.
6. Postupy vypracované pro děti se specifickými vzdělávacími potřebami jsou vhodné pro všechny děti, které mají v matematice problémy.
7. Najít ostrou hranici mezi dyskalkulií a dalšími poruchami v matematice je obtížné.
8. Dyskalkulie neopravňuje dítě k nečinnosti v matematice.

9. Dyskalkulie nemusí omezit osobnost dítěte v jeho dalším profesním životě.

LITERAURA

BARTOŇOVÁ, M.(ed.): *Specifické poruchy učení v kontextu vzdělávacích oblastí RVP ZV.* Brno: Paido, 2007, 276 s. ISBN 978-80-7315-162-1.

BARTOŇOVÁ, M.: *Kapitoly ze specifických poruch učení I. Vymezení současné problematiky.* Brno: PdF MU, 2007, 128 s. ISBN 978-80-210-3613-0.

BARTOŇOVÁ, M.: *Kapitoly ze specifických poruch učení II.* Brno: PdF MU, 2007, 152 s. ISBN 978-80-210-3822-6.

BARTOŇOVÁ, M., VÍTKOVÁ, M. (eds.): *Přístupy ke vzdělávání žáků se specifickými poruchami učení na základní škole Sborník z konference s mezinárodní účastí.* Brno: Paido, 2007. ISBN 978-80-7315-150-8.

BLAŽKOVÁ, R.: *Dyskalkulie a některé další obtíže v matematice.* In: Kucharská, A. (ed.): *Specifické poruchy učení a chování. Sborník 2000.* Praha: Portál, 2000, s.27 – 38. ISBN 80-7178-389-7.

BLAŽKOVÁ, R.: *Rozhodnutelné a nerozhodnutelné v matematickém vzdělávání – jsem dyskalkulik?* In: Blažková, R., Vosmanský, J. (eds.): Sborník příspěvků z mezinárodní konference The Mathematics Education into the 21st Century Project. Brno: MU 2003, s. 31 – 32. ISBN 83-919465-1-7.

BLAŽKOVÁ, R.: *Training teachers for teaching pupils with leasing disorders.* London: Lewisham college 2005.

BLAŽKOVÁ, R.: *Školní vzdělávací program a možnosti podpory žáků se specifickými vzdělávacími potřebami v matematice.* Studijní materiály k projektu Podíl učitele matematiky ZŠ na tvorbě školního vzdělávacího programu. Praha: JČMF, 2006. ISBN 80-7015-097-1.

BLAŽKOVÁ, R., MATOUŠKOVÁ, K., VAŇUROVÁ, M., BLAŽEK, M.: *Poruchy učení v matematice a možnosti jejich nápravy.* Brno: Paido, 2000, 94 s, ISBN:80-85931-89-3.

BLAŽKOVÁ, R., MATOUŠKOVÁ, K., VAŇUROVÁ, M.: *Texty k didaktice matematiky pro studium učitelství 1. stupně ZŠ.* Brno: PdF MU, 1992, 78 s. ISBN 80-210-0468-1.

FONTANA, D.: *Psychologie ve školní praxi.* Praha: Portál, 1997, 383 s. ISBN 80-7178-063-4.

GAMOV, *Moje světočára.* Praha: Mladá fronta, 2000, 158 s. ISBN 80-204-0861-4.
GAVORA, P. a kol.: *Pedagogická komunikácia na základnej škole*. Bratislava: Veda, 1988.
HEJNÝ, M., KUŘINA, F.: *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování.* Praha: Portál, 2001, 192 s. ISBN 80-717-317-X.
HEJNÝ, M. a kol.: *Teoria vyučovania matematiky*. Bratislava: SPN, 1990. 554 s. ISBN 80-08-01344-3.
HEJNÝ, M., STEHLÍKOVÁ, N.: *Číselné představy dětí.* Praha: PdF UK, 1999, 123 s. ISBN 80-86039-98-6.
HOŠKOVÁ, Z. *Aby matematiky byla prima.* Brno: PdF MU, 2008, 46 s. ISBN 978-80-210-4703-7.
CHVALINOVÁ, E.: *Speciálně pedagogická intervence u žáků s dyskalkulií v mladším školním věku.* Rigorózní práce. Brno, PdF MU, 2002, 123 s.
KLENKOVÁ, J., VÍTKOVÁ, M. (eds.) *Vzdělávání žáků s narušenou komunikační schopností. Sborník z konference s mezinárodní účastí.* Brno: Paido 2008. ISBN 978-80-7315-167-6.
KOLLÁRIKOVÁ, Z., PUPALA, R.: *Předškolní a primární pedagogika*. Praha: Portál, 2001, 455 s. ISBN 80-7178-585-7.
KREJČOVÁ, E.: *Hry a matematika na 1. stupni základní školy.* Praha: SPN.a.s., 2009, 163 s. ISBN978-80-7235-417-7.
KUCHARSKÁ, A. (ed.): *Specifické poruchy učení a chování. Sborník 1996.* Praha: Portál, 1997, 203 s. ISBN 1211-670X.
KUCHARSKÁ, A. (ed.): *Specifické poruchy učení a chování. Sborník 1997 – 98.* Praha: Portál, 1998, 179 s. ISBN 80-7178-244-0.
KUCHARSKÁ, A. (ed.): *Specifické poruchy učení a chování. Sborník 2000.* Praha: Portál, 2000, 166 s. ISBN 80-7178-389-7.
KUCHARSKÁ, A. (ed.): *Specifické poruchy učení a chování. Sborník 2005.* Praha: IPPP ČR, 2006, 222 s. ISBN 80-8656-13-5.
KUŘINA, F., KREJČOVÁ, E., KUPČÁKOVÁ, M., VOLFOVÁ, M.: *Protomatematika a matematická příprava pedagogů mateřských škol.* Hradec Králové: PdF Univerzity Hradec Králové, 2003.
KOŠČ, L.: *Psychológia matematických schopností.* Praha: SPN,
příspěvků Dva dny s didaktikou matematiky 2003. Praha: PedF 1972. 4.
MAREŠ, J., KŘIVOHLAVÝ, J.: *Komunikace ve škole*. Brno: CDVU 1995. 210 s. ISBN 80-210-1070-3.
MARCHINI, C., KASLOVÁ, M.: *Metody řešení a komunikace*. In: Sborník UK, 2003.
MATĚJČEK, Z.: *Vývojové poruchy učení.* Praha: SPN 1974.
MATĚJČEK, Z.: *Dyslexie.*Praha: SPN 1987.
MATĚJČEK, Z: *Dyslexie – specifické poruchy čtení.* Jinočany: H&H, 1993, 270 s. ISBN 80-85467-56-9.

NOVÁK, J.: *Dyskalkulie.* Havlíčkův Brod: Tobiáš, 2004, 125 s. ISBN: 80-7311-029-6.
PETTY, G.: *Moderní vyučování.* Praha: Portál, 1996, 380 s. ISBN 80-7978-070-7.
POKORNÁ, V.: *Teorie, diagnostika a náprava specifických poruch učení* Praha: Portál, 1997, 312 s. ISBN 80-7178-135-5.
POKORNÁ, V.: *Cvičení pro děti se specifickými poruchami učení* Praha: Portál, 1998, 153 s. ISBN 80-7178-228-9.
PRUCHA, J.: *Moderní pedagogika.* Praha: Portál,1997, 495 s. ISBN 80-7178-170-3.
PRŮCHA, J., WALTEROVÁ, E., MAREŠ, J.: *Pedagogický slovník*. Praha: Portál 1998. 328 s. ISBN 80-7178-252-1.
Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. Dostupné: www.rvp.cz
SIMON, H.: *Dyskalkulie.* Praha: Portál, 2006, 166 s. ISBN 80-7367-104-2.
SINDELAROVÁ, B.: *Předcházíme poruchám učení.* Praha: Portál, 1996, 63 s. ISBN 80-85282-70-4.
SLAVÍK, J.: *Hodnocení v současné škole.* Praha: Portál, 1999, 190 s. ISBN 80-7178-262-9.
SPAGNOLO, F., ČIŽMÁR, J.: *Komunikácia v matematike*. Brno, PřFMU , 1993. 190 s. ISBN 80-210-3193-X
STEHLÍKOVÁ, N.: *Některé komunikační jevy v hodinách matematiky*. In: Sborník příspěvků Dva dny s didaktikou matematiky 2003. Praha: PedF UK, 2003.
ŠÍBLOVÁ, D.: *Poruchy učení a jejich vliv na výuku cizího jazyka.* In: Sborník Edukace žáků se speciálními vzdělávacími potřebami (ed. M. Bartoňová), Brno 2005, s. 145 – 153. ISBN: 80 – 86633 – 3 – 1.
11. VÁGNEROVÁ, M., KREJČOVÁ, L.: *Dyslektický žák z pohledu učitele.* In: Sborník Specifické poruchy učení a chování. Ed. A. Kucharská, E. Chalupová. Praha: IPPP ČR 2006, s. 37 – 51. ISBN: 80-8656-13-5.
ŠIMONÍK, O.: *Úvod do školní didaktiky*. Brno: MSD, 2003. 91 s. ISBN 80-86633-04-7.
VÁGNEROVÁ, M., KREJČOVÁ, L.: *Dyslektický žák z pohledu učitele.* In: Sborník Specifické poruchy učení a chování. Ed. A. Kucharská, E. Chalupová. Praha: IPPP ČR 2006, s. 37 – 51. ISBN: 80-8656-13-5. ZELINKOVÁ, O.: *Poruchy učení.* Praha: Portál 1994.
VÍTKOVÁ, M. (ed.): *Integrativní školní (speciální) pedagogika. Základy, teorie, praxe.*Brno: PdF MU 2003, 248 s. ISBN 80-86633-07-1.
ZELINKOVÁ, O.: *Poruchy učení.* Praha: Portál, 1996, 196 s. ISBN 80-7178-096-0.
ZELINKOVÁ, O.: *Pedagogická diagnostika a individuální vzdělávací program*. Praha, Portál, 2001, 207 s., ISBN: 80-7178-544-X.

ZELINKOVÁ, O.: *Specifické poruchy učení, nové poznatky, výsledky výzkumů.* In: Sborník Edukace žáků se speciálními vzdělávacími potřebami (ed. M. Bartoňová), Brno 2005, s. 55 – 61. ISBN: 80–86633–3–1.

INTERNETOVÉ ODKAZY

http://www.europan-agency.org
http://www.msmt.cz
http://www.vuppraha.cz