Nejvzdálenější a nejzazší v kosmologii

Předpoklady:

pro homogenní a izotropní kosmologické modely je důležitým pojmem – udává jejich dynamiku – škálový faktor $R(t)$, uvažujme o modelech se singulárním počátkem v čase $t_=$, pak

$$Rt_= \; =$$

V přítomnosti (my jako pozorovatelé) $t_=$ budeme klást

$$Rt_= \; =$$

Metrika v radiální souřadnici je v kosmologických modelech vyjádřena jako (význam je obvyklý)

$$ds^2 = \quad - \quad .$$

obrázek
Poz(O,T) (r,t) Paprsek světla

Určeme pohyb světelného paprsku, který přináší pozorovateli informaci o vzdálených objektech ve vesmíru. Je pro něj

$$ds^2 = \Rightarrow \quad =$$ - diferenciální rovnice pro pohyb

(znaménko mínus volíme proto, že jde do „dostředivý“ paprsek).

Tedy

$$dx = \quad \Rightarrow \int^{0} \quad \int^{T} ,$$

odtud

$$x = \int^{T} .$$

Souřadnici x, (která je pro vesmírný objekt nepohybující se vůči vesmíru konstantní) odpovídá v čase t „fyzická“ vzdálenost l

$$l =$$

Tedy vzdálenost pozorovaného objektu v čase t, kdy k nám vyslal světlo, od našeho místa ve vesmíru je

$$l = \int^{T} . \qquad *$$

Platí

$$l(t = \; = \quad = \; =$$

Mezi časy $t_=$ a $t_=$ nabývá $l(t)$ někde maxima daného vztahem

$$\frac{d}{d} = \quad \text{čili} \quad c\left(\int \right), \text{ takže}$$

$$\frac{dR^T}{d} \int .$$

Odtud vypočteme čas t_A, v němž pozorujeme nejvzdálenější objekt (tehdy k nám vyslal světlo). Jeho vzdálenost od místa pozorování (na němž jsme dnes, v čase T), je

$$l_A = \int^T \qquad \text{**}$$

To je tedy největší vzdálenost, do níž můžeme ve vesmíru v principu (je-li dokonale průhledný) vidět.

Nejzazší v principu pozorovaný objekt je ten, z něhož vyšel paprsek v čase t_{-} .

Tehdy měl (a pořád má, pokud se nepohybuje vůči vesmíru a nezanikl) souřadnici

$$r_0 = \int^T$$

Fyzická vzdálenost, v níž je tento objekt dnes (v čase T) je

$$l_B = \quad = \int^T \quad \int^T \qquad \text{***}$$

…=1

Jednoduchý příklad

Vesmír bez gravitace a kosmočlenu (dokonale prázdný) může být uvažován v rozpínající se vztažné soustavě, což je vlastně nejprostší kosmologický model. Je pro něj

$$R(t) = t$$

Pozn. obrázek

Minkowského „kosmologické“ souřadnice… vzájemně kolmé jsou Minkow. rozbíhající se čáry a hyperboly jsou kosmologické souřadnice

Rovnice $\frac{d}{d} =$,

tedy $\frac{dR^T}{d} \int$

Dává

$$\frac{1}{T}\int^{T} \quad T \quad T \quad - = \Rightarrow =$$

Pak $t_A =$ T

$$l_A = \int^{T} \quad T \quad T = \quad = T$$

Nejzazší objekt v principu přístupný pozorování v čase $t =$ ve vzdálenosti

$$l_B = \int^{T}$$

Používáme-li ovšem **Minkowského souřadnic**, jsou vzdálenosti určeny jinak – příklad ukazuje relativitu pojmu vzdálenosti

----

Komentář k rovnoměrně se rozpínajícímu se vesmíru

Výsledek $l_B \to \infty$ se může zdát překvapivý – nejzazší objekt je v čase T nekonečně daleko?

Lze jej však snadno vysvětlit tím, že Minkowského souřadnice se liší od souřadnic kosmologických.

Nákres --- světočáry rozpínající se soustavy Současnost v rozpínající se soustavě c t_M, $x=X_M$

„Kosmologická" současnost je určena hodinami, které jsou v klidu v rozpínající se soustavě, takže vzhledem k Minkowského soustavě podléhají dilataci času. Objekt, jehož rychlost se blíží rychlosti světla *c*, se tedy v čase *T* vzdálí do vzdálenosti, která pro rychlosti blízké *c* roste nade všechny meze.

Vylepšení formulí

Z rovnice

$$\frac{d}{dt} = \Rightarrow \quad R^{T} \int$$

Můžeme dosadit do vztahu pro l_A a dostaneme

$$l_A =$$

$$H_A = \quad ,$$

H_A je Hubbleova konstanta v čase t_A.

Aplikujeme nyní předešlé formule na Einsteinův-de Sitterův vesmír,

kde $R = t^{\frac{2}{3}}$

(až do objevu zrychleného rozpínání vesmíru byl tento model považován za velmi blízký realitě).