Dosazování do výrazů, úprava vzorců

Dosadíme-li do výrazu nějaká konkrétní čísla z definičního oboru výrazu, dostaneme nějaké konkrétní číslo, které nazýváme **číselná hodnota daného výrazu**. Takové dosazování se nejčastěji provádí při dosazování čísel do vzorců, ať už při řešení fyzikálních, chemických nebo matematických (například geometrických) příkladů.

Příklad 1:

Dosaďte do následujícího výrazu $\frac{x-5}{x+7}-\frac{x+y}{(x-y)^2}$

a) $x=2$ a $y=3$ b) $x=2$ a $y=2$

Řešení:

Výraz má smysl pro $x\neq -7$ a $x\neq y$, definiční obor $x\in\mathbb{R}\setminus\{-7\}$ a $y\in\mathbb{R}$, $x\neq y$

a) zde podmínky splněny

$$\frac{2-5}{2+7}-\frac{2+3}{(2-3)^2}=\frac{-3}{9}-\frac{5}{(-1)^2}=\frac{-3-5\cdot 9}{9}=\frac{-48}{9}=\frac{-16}{3}$$

b) podmínky nejsou splněny, $x=y$, výraz pro tyto číselné hodnoty nemá smysl

Příklad 2:

Jakou dráhu urazí auto, když má během deseti sekund zastavit při rychlosti $70\,km\,.\,h^{-1}$?

Řešení:

Vzorec pro zrychlení/zpomalení je $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$, kde Δv je změna rychlosti (v tomto případě zpomalení ze $70\,km\,.\,h^{-1}$ na nulovou rychlost) a Δt je časový okamžik (v tomto případě 10 sekund, což je $\frac{10}{3600}=\frac{1}{360}h$). Vzorec pro dráhu zrychleného/zpomaleného pohybu je

$$s=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{\Delta v}{\Delta t}\cdot t^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{70}{\frac{1}{360}}\cdot\left(\frac{1}{360}\right)^2=\frac{70}{2\cdot 360}=\frac{35}{360}=0{,}097222222\,km=97{,}2\,m$$

Úpravy výrazů a vyjadřování neznámé ze vzorce

Vyjadřování neznámé ze vzorce má blízko k úpravám rovnic. Jeden způsob spočívá v dosazení všech číselných hodnot a řešení rovnice s jednou neznámou. Tento způsob je pro mnohé jednodušší, ale nese s sebou chybu spočívající v předčasném číselném výpočtu. Daleko vhodnější je druhý způsob – úprava vzorce a vyjádření neznámé. Pro správné úpravy si musíme uvědomit, že neutralizující se/doplňující se operace jsou ke sčítání odčítání, k násobení dělení a k odmocňování umocňování. Úpravy se provádí s oběma stranami vzorce, tedy co přičteme/odečteme k jedné straně, přičteme/odečteme od druhé strany, vynásobíme-li/vydělíme-li jednu stranu, to samé provedeme s druhou stranou a odmocníme-li/umocníme-li jednu stranu, musíme odmocnit/umocnit i stranu druhou. Několik příkladů následuje.

Příklad 3:

Ve vzorci $x=\frac{1}{2}y\cdot z^2$ určete y tak, aby pro $z=2$ bylo $x=20$.

Řešení:

Postup dosazovací:

$$20=\frac{1}{2}\cdot y\cdot 2^2\Rightarrow 20=\frac{1}{2}\cdot y\cdot 4=\Rightarrow 20=2\cdot y\Rightarrow y=10$$

Postup upravovací:

Ze vzorce $x=\frac{1}{2}y\cdot z^2$ potřebujeme vyjádřit neznámou y. Proto musíme z a 2 převést na druhou stranu. Postup:

$x = \frac{1}{2} y \cdot z^2 / .2 : z^2$

$x \cdot 2 : z^2 = \frac{1}{2} y \cdot z^2 \cdot 2 : z^2 / komutativnost$

$\frac{x \cdot 2}{z^2} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot y \cdot z^2 : z^2$

$\frac{x \cdot 2}{z^2} = y$

nejprve vynásobíme obě strany rovnice 2 a vydělíme z^2, upravíme obě strany rovnice a dostaneme vyjádření y

Můžeme dosadit $z = 2$ a $x = 20$: $y = \frac{20 \cdot 2}{2^2} = 10$

Příklad 4:

Z jaké výšky dopadne na zem kulička za 10 sekund?

V tabulkách najdeme pro volný pád vzorec $t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$, kde *t* je čas dopadu, *m* hmotnost objektu, *g* gravitační zrychlení ($9{,}81\, m.s^{-1}$) a *h* výška.

$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot 10^2 = 490{,}5\, m$