

Konstrukční úlohy

Růžena Blažková, Irena Budínová

Milé studentky, milí studenti,

- zadání konstrukčních úloh si vylosujete v semináři nebo na přednášce,
- u každé konstrukční úlohy proveďte:
 - rozbor – obsahuje náčrtek, jako by byla úloha vyřešena a podmínky pro neznámé body
 - postup konstrukce – posloupnost kroků, jak budete postupovat při vlastní konstrukci
 - ověření, zda narýsovaný útvar odpovídá zadání
 - diskusi o počtu řešení v případě parametrického zadání úlohy.
- V rámci jedné z úloh máte vždy za úkol provést základní konstrukci jednoho z prvků.
- Rozlišujte úlohy polohové a nepolohové.

Zadání č. 1

1. Je dána úsečka BC, $|BC| = 5$ cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, je-li dále dáno $\gamma = 60^\circ$, $t_c = 55$ mm.
Proveďte a popište základní konstrukci úhlu dané velikosti.
2. Sestrojte kosočtverec ABCD, jestliže jsou dány délky jeho úhlopříček $|AC| = 4,5$ cm, $|BD| = 12$ cm.

Zadání č. 2

1. Jsou dány tři různé body K, L, M, které neleží v jedné přímce. Sestrojte trojúhelník ABC, ve kterém jsou body K, L, M středy stran AB, AC, BC.
Proveďte a popište základní konstrukci rovnoběžných přímek.
2. Sestrojte rovnoramenný lichoběžník ABCD s rameny BC a AD, je-li dáno: $|AB| = 65$ mm, $|CD| = 2$ cm, $\delta = 120^\circ$.

Zadání č. 3

1. Je dána úsečka BC, $|BC| = 8,5$ cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, je-li dále dáno $v_b = 4,5$ cm, $t_a = 3$ cm.
2. Sestrojte obecný čtyřúhelník ABCD, je-li dáno: $|AB| = \sqrt{130}$ cm, $|AC| = 11$ cm, $|BD| = 10$ cm, $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$.
Proveďte a popište základní konstrukci úsečky délky $\sqrt{130}$ cm.

Zadání č. 4

1. Je dána úsečka BC, $|BC| = 55$ mm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, je-li dále $|AB| = \frac{35}{6}$ cm, $\gamma = 75^\circ$.
Proveďte a popište základní konstrukci úsečky délky $\frac{35}{6}$ cm.
2. Sestrojte čtyřúhelník ABCD, je-li dáno: $|AB| = |AD| = 5$ cm, $|BC| = 3,5$ cm, $|AC| = 6$ cm, $\gamma = 105^\circ$.

Zadání č. 5

1. Je dána úsečka LM, $|LM| = 5$ cm. Sestrojte všechny trojúhelníky KLM, pro které je dále $v_k = 3$ cm, $t_l = 5$ cm.
2. Sestrojte obdélník ABCD, jestliže jedna jeho strana má délku 4 cm a úhlopříčky svírají úhel 80° .
Proveďte a popište základní konstrukci dvou různoběžných přímek, které svírají daný úhel.

Zadání č. 6

1. Je dána úsečka AP, $|AP| = 4$ cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, pro které je AP výškou ke straně BC a dále je dáno $c = 5$ cm, $t_b = 6$ cm.
2. Sestrojte rovnoramenný lichoběžník ABCD se základnami AB a CD, je-li dáno: $|AB| = 9,5$ cm, $\alpha = 60^\circ$, úhel ACB je pravý.
Proveďte a popište základní konstrukci pravého úhlu.

Zadání č. 7

1. Je dána úsečka OP, $|OP| = 65$ mm. Sestrojte všechny trojúhelníky OPR, pro které dále platí: velikost úhlu POR je 45° , výška na stranu PR má délku 5,5 cm.
Proveďte a popište základní konstrukci Thaletovy kružnice.
2. Sestrojte rovnoběžník ABCD, je-li $|AB| = 7,5$ cm, $|AD| = 3,5$ cm, $\beta = 108^\circ$.

Zadání č. 8

1. Je dána úsečka AB, její délka je 6,5 cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, je-li dále dáno: $\gamma = 60^\circ$, $v_a = 6$ cm.
Proveďte a popište konstrukci oblouku, z něhož je vidět úsečku pod daným úhlem.
2. Sestrojte lichoběžník ABCD se základnami AB a CD, jestliže je dána délka úsečky $|AB| = 8$ cm, délka úsečky $|CD| = 4$ cm a velikosti obou úhlopříček lichoběžníku $|AC| = 6$ cm, $|BD| = 7,5$ cm.

Zadání č. 9

1. Je dána úsečka AK, $|AK| = 5$ cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, ve kterých je úsečka AK těžnicí ke straně a a pro které je dále $b = 5$ cm, $c = 6$ cm.
2. Sestrojte rovnoběžník ABCD, je-li dáno: délka úsečky AB, délka úhlopříčky AC a velikost výšky ke straně AB.
Proveďte a popište základní konstrukci dvou rovnoběžných přímek.

Zadání č. 10

1. Je dána úsečka AP, $|AP| = 5$ cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, pro které je AP výškou ke straně a , délka strany $c = 7$ cm, výška ke straně b má délku $v_b = 3$ cm.
Proveďte a popište základní konstrukci Thaletovy kružnice.
2. Sestrojte lichoběžník ABCD se základnami AB, CD, je-li dáno: $b = 6,5$ cm, $c = 4$ cm, $\alpha = 75^\circ$, $|BD| = 10$ cm.

Zadání č. 11

1. Je dána úsečka AB, $|AB| = 5$ cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, je-li dále dáno: $\gamma = 60^\circ$, $v_c = 3$ cm.
2. Sestrojte lichoběžník ABCD se základnami AB, CD, je-li dáno: $a = \sqrt{7}$ cm, $v = 2$ cm, $e = 4,5$ cm, $f = 6$ cm (výška a délky obou úhlopříček).
Proveďte a popište základní konstrukci úsečky délky $\sqrt{7}$ cm.

Zadání č. 12

1. Je dána úsečka AB, $|AB| = 6$ cm. Sestrojte všechny rovnoběžníky ABCD, pro které $v_a = 2$ cm a velikost úhlu AEB je 45° . Bod E je průsečík úhlopříček rovnoběžníku.
2. Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno: $t_a = 4,5$ cm, $t_b = 1,5$ cm, $t_c = 4,5$ cm.
Proveďte a popište základní konstrukci rozdělení úsečky v daném poměru.

Zadání č. 13

1. Je dána úsečka AP, její délka je 3,5 cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, ve kterých je AP výškou ke straně a a dále je dáno: $b = 4$ cm, $c = 5$ cm.
2. Sestrojte kosočtverec ABCD, je-li dána velikost jeho výšky $v = \frac{12}{7}$ cm a jedné jeho úhlopříčky $|AC| = 8$ cm.
Proveďte a popište základní konstrukci úsečky délky $\frac{12}{7}$ cm.

Zadání č. 14

1. Je dána úsečka BL, $|BL| = 6$ cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, pro které je BL těžnicí ke straně b a dále je $a = 8$ cm, $b = 9$ cm.
2. Sestrojte rovnoběžník ABCD, jestliže $a = 4$ cm, $\alpha = 60^\circ$, $e = 5,5$ cm (e je úhlopříčka AC).
Proveďte a popište konstrukci úhlu o velikosti 60° pomocí pravítka a kružítka.

Zadání č. 15

1. Je dána úsečka AB, $|AB| = 7,5$ cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, pro které je dále $t_b = 4,5$ cm, $\alpha = 30^\circ$.
2. Sestrojte obdélník MNOP, je-li dáno: velikost strany NO a velikost úhlu MSP, kde bod S je průsečík úhlopříček obdélníku.
Proveďte a popište základní konstrukci osy úhlu.

Zadání č. 16

1. Je dána úsečka BC, $|BC| = 6,5$ cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, je-li dále $v_b = 6$ cm a poloměr kružnice trojúhelníku vepsané $\rho = 18$ mm.
Proveďte a popište základní konstrukci osy úsečky.
2. Sestrojte čtyřúhelník ABCD, je-li dáno: $a = 5$ cm, $b = 7$ cm, $c = 7,5$ cm, $d = 3,5$ cm, $\delta = 120^\circ$.

Zadání č. 17

1. Je dána úsečka AC, $|AC| = 5,5$ cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, je-li dále dáno $v_b = 3$ cm, $t_a = 5,5$ cm.
2. Sestrojte obdélník EFGH, jestliže poloměr kružnice opsané $r = 5,5$ cm, $|EH| = \sqrt{10}$ cm.
Proveďte a popište základní konstrukci úsečky délky $\sqrt{10}$ cm.

Zadání č. 18

1. Je dána úsečka XY, $|XY| = 5,5$ cm. Sestrojte všechny trojúhelníky XYZ, je-li dále dán poloměr kružnice trojúhelníku opsané $r = 4$ cm a velikost výšky ke straně YZ $v_x = 4,5$ cm.
Proveďte a popište základní konstrukci trojúhelníku podle věty sss.
2. Sestrojte lichoběžník ABCD, jestliže znáte velikosti všech jeho čtyř jeho stran. Velikosti úseček si zvolte tak, aby úloha měla řešení.

Zadání č. 19

1. Je dána úsečka BP, její délka je 4 cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, ve kterých je BP výškou ke straně b a dále je dáno: $a = 5,5$ cm, $c = 7$ cm.
Proveďte a popište základní konstrukci dvou kolmých přímk bez pravítka s ryskou.
2. Sestrojte pravoúhlý lichoběžník ABCD se základnami AB a CD a s pravým úhlem při vrcholu A, jestliže $|AB| = 6$ cm, $|BC| = 55$ mm, $|AD| = 45$ mm.

Zadání č. 20

1. Je dána úsečka AB, $|AB| = 7$ cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, jestliže znáte velikost úhlu α a poloměr kružnice trojúhelníku opsané.
Proveďte a popište konstrukci trojúhelníku podle věty sss.
2. Sestrojte rovnoběžník ABCD, jestliže znáte velikost strany AB, velikost úhlu DAB velikost úhlopříčky AC. Velikosti úseček si zvolte tak, aby úloha měla řešení.

Zadání č. 21

1. Je dána úsečka AB, $|AB| = 5,8$ cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, pro které je $\beta = 105^\circ$, $t_c = 4$ cm.
Proveďte a popište konstrukci úhlu velikosti 105° bez použití úhlooměru.
2. Sestrojte čtyřúhelník ABCD, je-li dáno: $a = 8$ cm, $d = 6$ cm, $e = 9$ cm (úhlopříčka AC), $\alpha = 45^\circ$, $\gamma = 90^\circ$.

Zadání č. 22

1. Je dána úsečka UV, $|UV| = 7$ cm. Sestrojte všechny trojúhelníky TUV, je-li dále dáno: velikost úhlu UTV a velikost výšky ke straně UV. Velikosti úsečky a úhlu si zvolte tak, aby úloha měla řešení.
2. Sestrojte čtverec ABCD, který je vepsán do kružnice o poloměru $r = 3,5$ cm.
Proveďte a popište základní konstrukci úhlu o velikosti 45° bez použití úhlooměru.

Zadání č. 23

1. Je dána úsečka BP, její délka je 5 cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, ve kterých je BP výškou ke straně b a dále je dáno: $a = 6$ cm, $c = 7$ cm.
2. Sestrojte čtverec KLMN, který je opsán kružnici o poloměru $\sqrt{20}$ cm.
Proveďte a popište základní konstrukci úsečky o délce $\sqrt{20}$ cm.

Zadání č. 24

1. Je dána úsečka BC, $|BC| = 6,3$ cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, je-li dále dáno $\gamma = 75^\circ$, $t_c = 7$ cm.
2. Sestrojte čtyřúhelník ABCD, je-li dáno: poloměr kružnice opsané $r = 3$ cm, $a = 4,5$ cm, $d = 5$ cm, $\beta = 105^\circ$.
Proveďte a popište základní konstrukci úhlu o velikosti 105° bez použití úhlooměru.

Zadání č. 25

1. Je dána úsečka XP, $|XP| = 6,3$ cm. Sestrojte všechny rovnostranné trojúhelníky XYZ, pro které je úsečka XP výškou ke straně YZ.
Proveďte a popište základní konstrukci zobrazení úsečky v osově souměrnosti.
2. Sestrojte rovnoběžník KLMN, jestliže úhlopříčka KM má délku 6 cm, úhel LKM má velikost 28° a úhel KML má velikost 34° .

Zadání č. 26

1. Je dána úsečka BC, její délka je 5,4 cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, je-li dále dán poloměr kružnice trojúhelníku opsané a velikost úhlu α . Velikosti poloměru a úhlu si zvolte tak, aby úloha měla řešení.
2. Sestrojte lichoběžník ABCD, je-li $a = 6$ cm, $c = 4$ cm, $e = 5,5$ cm, $f = 6,4$ cm (základny a úhlopříčky).
Proveďte a popište základní konstrukci grafického součtu dvou úseček.

Zadání č. 27

1. Je dána úsečka BC, $|BC| = 4,2$ cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, jestliže dále znáte velikost výšky ke straně a a velikost úhlu α . Velikosti zvolte tak, aby úloha měla řešení.
Proveďte a popište konstrukci oblouku, ze kterého je vidět úsečku pod daným úhlem.
2. Sestrojte rovnoramenný lichoběžník ABCD se základnami AB a CD, je-li dáno: $a = 6$ cm, $c = 2$ cm, $r = 3,5$ cm (r je poloměr kružnice lichoběžníku opsané).

Zadání č. 28

1. Je dána úsečka BC, $|BC| = 7,5$ cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, je-li dále dána velikost výšky ke straně b a velikost úhlu α . Velikosti volte tak, aby úloha měla řešení.
2. Sestrojte lichoběžník ABCD se základnami AB a CD, je-li dáno: $a = 8,5$ cm, $c = 4$ cm, $v = 3,2$ cm, a velikost úhlu ABC je 60° .
Proveďte a popište základní konstrukci grafického rozdílu dvou úseček.

Zadání č. 29

1. Je dána úsečka AC, $|AC| = 6,2$ cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, jestliže dále znáte velikosti úhlů β a γ . Velikosti volte tak, aby úloha měla řešení.
2. Sestrojte kosočtverec KLMN, je-li dána jeho výška $v = 3,1$ cm a velikost úhlopříčky KM: $e = 3,4$ cm.
Proveďte a popište základní konstrukci středu úsečky.

Zadání č. 30

1. Je dána úsečka AB, $|AB| = 6,3$ cm. Sestrojte všechny rovnoběžníky ABCD, pro které je $v_a = 2$ cm a velikost úhlu ASB je 120° (bod S je průsečík úhlopříček).
Proveďte a popište základní konstrukci úhlu o velikosti 120° bez použití úhlooměru.
2. Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno: b, t_b, t_c .

Zadání č. 31

1. Je dána úsečka AA_1 , $|AA_1| = 6$ cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, pro které je úsečka AA_1 těžnicí a pro které platí $a = 5$ cm, $\gamma = 60^\circ$.
3. Sestrojte obdélník ABCD, jestliže jedna jeho strana má délku 4 cm a úhlopříčky svírají úhel 80° .
Proveďte a popište konstrukci úhlu α , je-li znám úhel β a platí $\alpha = \frac{180^\circ - \beta}{2}$.

Zadání č. 32

1. Je dána úsečka BC, $|BC| = 5$ cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, je-li dále dáno $\gamma = 45^\circ$, $t_c = 6$ cm.
2. Sestrojte kosočtverec, jestliže jsou dány délky jeho úhlopříček.
Proveďte a popište základní konstrukci zobrazení úsečky v osově souměrnosti.

Zadání č. 33

1. Je dána úsečka AK $|AK| = 7$ cm. Sestrojte všechny trojúhelníky BC, pro které je úsečka AK těžnicí a dále jsou dány délky těžnic $t_b = 3,5$ cm, $t_c = 6,5$ cm.
2. Sestrojte tečnový čtyřúhelník KLMN, je-li dáno: velikost strany KL, velikost strany LM, velikost úhlu NKL a poloměr kružnice vepsané. Délky stran zvolte tak, aby úloha měla řešení.
Proveďte a popište základní konstrukci osy úhlu.

Zadání č. 34

1. Je dána úsečka CP, $|CP| = 3,5$ cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, pro které je úsečka CP výškou ke straně c a dále je dána délka strany BC, $|BC| = 4$ cm a výška ke straně b , $v_b = 3,5$ cm.
2. Sestrojte tětiový čtyřúhelník ABCD, je-li dáno: a , α , $|AC|$, $|BC|$. Velikosti daných údajů zvolte tak, aby úloha měla řešení.
Proveďte a popište základní konstrukci osy strany.

Zadání č. 35

1. Je dána úsečka $a = 3,6$ cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, je-li dále dáno $v_a = 2,8$ cm, $r = 2,2$ cm (poloměr kružnice opsané).
Proveďte a popište základní konstrukci trojúhelníku podle věty sss.
2. Sestrojte rovnoramenný lichoběžník ABCD ($AB \parallel CD$), jestliže znáte délky základů a délku ramene.

Zadání č. 36

1. Je dána úsečka XP, $|XP| = 8,2$ cm. Sestrojte všechny rovnostranné trojúhelníky XYZ, pro které je úsečka XP těžnicí ke straně YZ.
2. Sestrojte rovnoramenný lichoběžník ABCD se základnami AB, CD, jestliže $a = 10$ cm, $\alpha = 60^\circ$, úhel ACB je pravý.
Proveďte a popište základní konstrukci pravého úhlu bez použití úhloměru a pravítka s rýskou.

Zadání č. 37

1. Je dána úsečka AB, $|AB| = 7$ cm. Sestrojte všechny trojúhelníky ABC, jestliže $v_b = 6,5$ cm, $v_c = 5$ cm.
Proveďte a popište základní konstrukci Thaletovy kružnice.
2. Sestrojte konvexní čtyřúhelník KLMN, je-li dáno: $|KL| = 7,5$ cm, $|KM| = 5,5$ cm, $|\sphericalangle KLM| = 45^\circ$, $|\sphericalangle NKL| = 75^\circ$, $|KN| = |MN|$.

Zadání č. 38

1. Je dána úsečka NP, $|NP| = 58$ mm. Sestrojte všechny trojúhelníky MNP, je-li dále dáno: $v_m = 42$ mm, $v_n = 50$ mm.
Proveďte a popište základní konstrukci dvou rovnoběžných přímk.
2. Sestrojte obecný čtyřúhelník ABCD vepsaný do kružnice k o poloměru 4 cm, $|AB| = 6$ cm, $\beta = 60^\circ$. Průsečík úhlopříček U má od středu kružnice k vzdálenost 2,5 cm.