MASARYKOVA UNIVERZITA

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

L o g i k a

P ř í k l a d y k z á p o č t u – vzor

Student(ka): Marie Chytrá

2014/2015

Výroková logika

Příklad 1
Určete, zda daná formule je tautologie, kontradikce nebo splnitelná formule:

$((p \wedge (\neg q)) \vee p) \rightarrow (r \vee (\neg q))$

Řešení:

p	q	r	((p	∧	(¬q))	∨	p)	→	(r	∨	(¬q))
1	1	1	1	0	0	1	1	**1**	1	1	0
1	1	0	1	0	0	1	1	**0**	0	0	0
1	0	1	1	1	1	1	1	**1**	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	1	**1**	0	1	1
0	1	1	0	0	0	0	0	**1**	1	1	0
0	1	0	0	0	0	0	0	**1**	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0	0	**1**	1	1	1
0	0	0	0	0	1	0	0	**1**	0	1	1
				2)	1)	3)		6)		5)	4)

Splnitelná formule.

Příklad 2
Zjistěte, zda platí pravidlo správného usuzování (vyplývá z premis P závěr Z?):
P1: Nejsem sportovec, ale jsem právník.
P2: Jsem historik.
Z: Jsem právník a historik.

Řešení:
A: Jsem sportovec.
B: Jsem právník.
C: Jsem historik.

$2^3 = 8$ řádků

				P1	P2	Z	
A	B	C	¬A	¬A ∧ B	C	B ∧ C	
1	1	1	0	0	1	1	
1	1	0	0	0	0	0	
1	0	1	0	0	1	0	
1	0	0	0	0	0	0	
0	1	1	1	**1**	**1**	**1**	ano platí *)
0	1	0	1	1	0	0	
0	0	1	1	0	1	0	
0	0	0	1	0	0	0	

*) v 5. řádku jsou pro P_1, P_2 a Z jedničky (**1**), tj. pro pravdivé premisy P_1 a P_2 je pravdivý závěr Z.

Predikátová logika

Příklad 3
Zapište jazykem predikátové logiky tato tvrzení:
a) Jsou takoví učitelé jazyků, kteří neumějí česky.
b) Obrazy, které zde visí, nejsou originály.
Vytvořte a zapište jejich negace.

Řešení:
a) $\exists x\ (K \wedge \neg L)$

$\forall x\ (K \rightarrow L)$
Všichni učitelé jazyků umějí česky.

b) $\forall x\ (K \rightarrow \neg L)$

$\exists x\ (K \wedge L)$
Některé obrazy, které zde visí, jsou originály.

Příklad 4
Vytvořte negaci souvětí:
Všichni učitelé jsou přísní a někteří žáci jsou snaživí.

Řešení:
A: Všichni učitelé jsou přísní.
B: Někteří žáci jsou snaživí.
$\forall x\ A \ \wedge\ \exists x\ B$

$\exists x\ \neg A \ \vee\ \forall x\ \neg B$
Někteří učitelé nejsou přísní nebo žádní (všichni) žáci nejsou snaživí.

Třídová logika

Příklad 5

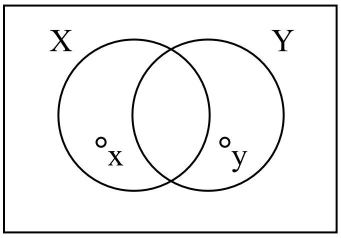
Čemu se rovná: **a)** $Y \cap (Y \cup X)$

b) $(Y \cap X) \cup (Y \cap X')$

Řešení:

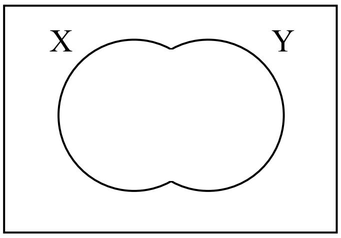
a)

X, Y



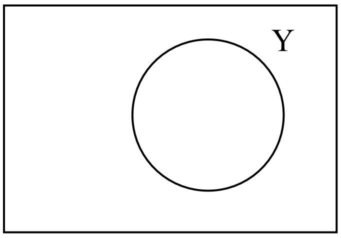
1. $(Y \cup X)$

$(Y \cup X)$



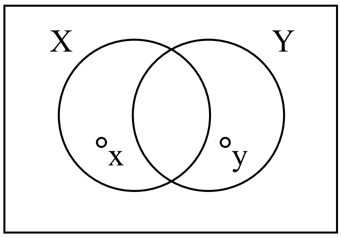
2. $Y \cap (Y \cup X)$

$Y \cap (Y \cup X)$ = **Y**

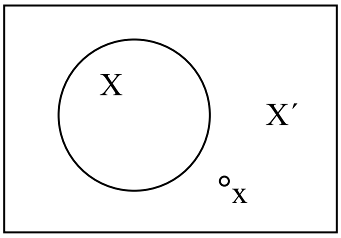


b)

X, Y

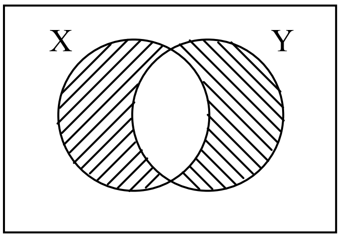


X′



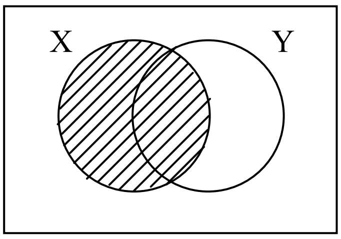
1. $Y \cap X$

$Y \cap X$



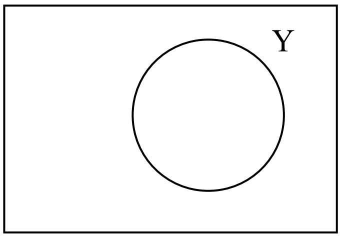
2. $Y \cap X'$

$Y \cap X'$



3. $(Y \cap X) \cup (Y \cap X')$

$(Y \cap X) \cup (Y \cap X') = \mathbf{Y}$



Příklad 6

Zapište a určete, zda závěr (Z) vyplývá z premis (P1 a P2) – zda je sylogismus pravdivý či ne.
P1: Všechny velryby jsou savci.
P2: Někteří vodní živočichové jsou velryby.
Z: Někteří vodní živočichové jsou savci.

Řešení:

Predikáty:
K .... být velrybou.
L .... být savcem.
M .... být vodním živočichem.

P1: O každém individuu platí, že je-li velryba, pak je savcem.
$\forall x\, (K \rightarrow L)$

převod na existenční:
Není pravda, že o některém individuu platí, že je velrybou a současně není savcem.
$\neg\exists x\, (K \wedge \neg L)$

$$\forall x\, (K \rightarrow L) \leftrightarrow \neg\exists x\, (K \wedge \neg L)$$

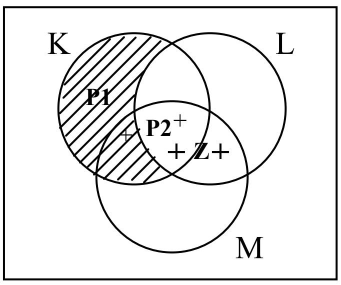
P2: O některém individuu platí, že je vodním živočichem a současně je velrybou

$$\exists x\, (M \wedge K)$$

Z: O některém individuu platí, že je vodním živočichem a současně savcem.

$$\exists x\, (M \wedge L)$$

P1: $\neg\exists x\, (K \wedge \neg L)$
P2: $\exists x\, (M \wedge K)$
Z: $\exists x\, (M \wedge L)$



Ano (velké + závěru Z je ve stejném poli s malým + premisy P_2)