

Zápočtová práce

Práci odevzdejte do 31. ledna 2015.

1. Rozhodněte, které z následujících vět jsou výroky:

- | | |
|------------------------|--------------------------------------|
| a) Říjen má 31 dní. | d) Každý rovnoběžník je čtyřúhelník. |
| b) Sněží. | e) $10 < 7$ |
| c) Základy matematiky. | f) $x^2 = 25$ |

2. Rozhodněte o pravdivosti následujících výroků:

- a) $5 \cdot 6 = 30 \wedge 8$ je liché číslo
- b) $5 \cdot 6 = 30 \vee 8$ je liché číslo
- c) $5 \cdot 6 = 30 \underline{\vee} 8$ je liché číslo
- d) $5 \cdot 6 = 30 \Rightarrow 8$ je liché číslo
- e) $5 \cdot 6 = 30 \Leftrightarrow 8$ je liché číslo
- f) $(20 - 5 = 10 \vee 12 \text{ je násobkem } 3) \Rightarrow 17 < 30$
- g) $20 - 5 = 10 \Rightarrow (12 \text{ je násobkem } 3 \wedge 17 < 30)$
- h) $20 - 5 = 10 \Leftrightarrow (12 \text{ je násobkem } 3 \wedge 17 < 30)$
- i) $20 - 5 > 10 \Rightarrow (12 \text{ je násobkem } 3 \wedge 17 = 30)$

3. Paní učitelka řekla: „Kdo ten příklad správně spočítá, dostane dnes jedničku.“

Příklad správně spočítali jen Marek, Eva, Jirka, Honza a Pavla.

Jedničku dnes dostali jen Marek, Eva, Jirka, Pavla, Olina, Zdeněk a Linda.

Splnila paní učitelka svůj slib? Zdůvodněte.

4. Maminka říká Jindrovi: „Jestli si nenapíšeš úlohu, nebudeš se dívat na televizi.“

Kterou situaci by maminka neměla připustit?

5. Proveďte pravdivostní ohodnocení výrokových formulí a přesvědčte se o tom, že v každém řádku jsou dvojice ekvivalentních výrokových formulí.

(Výrok A' je negací výroku A .)

- a) $(A \wedge B)'$; $A' \vee B'$
- b) $(A \vee B)'$; $A' \wedge B'$
- c) $A \Rightarrow B$; $B' \Rightarrow A'$

6. Využijte ekvivalentní výrokové formule z 5a) a b) k jiné formulaci výroků:
- Není pravda, že přijde Petr a Eva.
 - Není pravda, že přijde Petr nebo Eva.
 - Není pravda, že nepřišla Lucie a přišla Olga.
 - Není pravda, že nepřišel ani Petr ani Eva.
7. Ve kterých z následujících případů jde o výrokovou formu?
- $x > 6 + y$
 - $23 < 5 \cdot 6$
 - Číslo x je prvočíslo.
 - $(7 + a) - (b + 6)$
 - Pan je studentem PedF MU.
 - Každému čtverci lze opsat i vepsat kružnici.
8. Rozhodněte, které z následujících výroků jsou obecné výroky a které existenční výroky. Dále zformulujte negaci každého z výroků:
- Každá žena má ráda květiny.
 - Někteří obyvatelé Brna jsou cizinci.
 - Všichni studenti PedF MU budou učiteli.
 - Nikdo z naší studijní skupiny nebyl na Aljašce.
 - Někdo z naší skupiny se nepodepsal na prezenční listinu.
 - Každý z nás rád sleduje fotbal a tenis.
9. Zapište množiny výčtem prvků: (Pozn. N je množinou přirozených čísel včetně nuly.)
- $$A = \{x \in N; x \text{ je liché číslo menší než } 5\}$$
- $$B = \{x \in N; x \text{ je dělitelem čísla } 10\}$$
- $$C = \{x \in N; x^2 = x\}$$
- $$D = \{x \in N; x^3 < 30 \wedge x \text{ je liché číslo}\}$$
10. Určete, jaký je vztah mezi množinami A až D z úlohy 1. (Tzn. rozhodněte, zda některá množina je podmnožinou jiné, příp. zda se některé množiny rovnají.)
11. Jsou dány množiny $K = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $L = \{0, 2, 4\}$. Určete výčtem prvků množiny:
- $K \cap L$
 - $K \cup L$
 - $K - L$
 - $L - K$
 - $K \Delta L$

12. Nakreslete množinový diagram pro libovolné dvě podmnožiny A, B základní množiny Z a zakreslete do něj prvky a, b, c, d, e, f tak, aby splňovaly podmínky:

$$a \in A \cap B \quad b \in A \cap B' \quad c \in A' \cap B'$$

$$d \in A - B \quad e \in A - B' \quad f \in (A \cup B)'$$

13. Pomocí množinových diagramů ověřte platnost následujících rovností:

a) $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$

b) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

Pomocí množinových diagramů řešte úlohy 14. – 16.:

14. Z 28 žáků třídy chybělo v pondělí 5 žáků a v úterý 6 žáků. Čtyři žáci chyběli pouze v úterý. Kolik žáků v tyto dny nechybělo vůbec? Kolik žáků bylo ve třídě v pondělí? Kolik žáků chybělo v pondělí i v úterý?

15. Na výletě bylo 32 žáků. U stánku s občerstvením si jich 16 koupilo limonádu a 23 oplatky. Čtyři žáci si nekoupili ani limonádu ani oplatky. Kolik žáků si koupilo oplatky i limonádu? Kolik žáků si koupilo oplatky, ale nekoupili si limonádu?

16. Výzkum jazykových znalostí jisté skupiny lidí přinesl tyto výsledky: Ze 102 zkoumaných osob ovládá angličtinu 38 lidí, ruštinu 36 lidí a němčinu 32 lidí. Ruštinu a němčinu zná 12 lidí, ruštinu a angličtinu 18 lidí, angličtinu a němčinu 7 lidí a všechny tři jazyky 5 lidí. Kolik lidí neovládá žádný z uvedených jazyků? Kolik lidí ovládá jen jeden z těchto jazyků?

17. Jsou dány množiny $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{x, y\}$. Zapište kartézské součiny $B \times A$ a $B \times B$.

18. Na množině $M = \{0,1,2,3,4\}$ jsou definovány binární relace S, T, V . Zapište je výčtem prvků:

$$S = \{[x,y] \in M \times M; x + y = 5\}$$

$$T = \{[x,y] \in M \times M; x < y \wedge x + y = 4\}$$

$$V = \{[x,y] \in M \times M; x = y \vee x = 2 \cdot y\}.$$

Dále zapište výčtem prvků relaci inverzní T^{-1} k relaci T a relaci doplňkovou V' k relaci V .

19. Určete vlastnosti binárních relací S, T a V v množině M z úlohy 18.

20. Doplňte co nejméně uspořádaných dvojic do binární relace $R = \{[2,2], [1,1], [4,4]$
 $[2,3] [3,2] [1,4], \dots \}$ tak, aby byla ekvivalencí na množině $M = \{1,2,3,4\}$.
Nakreslete si její uzlový graf. Pak zapište rozklad množiny M určený ekvivalencí R .

21. Je daná množina $M = \{a, b, c\}$ a její rozklady $T_1 = \{\{a,c\}, \{b\}\}$ a $T_2 = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}\}$.
Zapište k těmto rozkladům příslušné relace ekvivalence R_1 a R_2 .

22. Jsou dány množiny $K = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $L = \{k, l, m, n, o\}$.

Zapište vždy dvě binární relace z množiny K do množiny L , které

- jsou prostým zobrazením celé množiny K na celou L
- jsou zobrazením celé K na necelou L , které není prosté
- nejsou zobrazením.