

Úlohy o čtyřúhelnících

1. Narýsujte obdélník ABCD. Na straně AD zvolte bod K a na straně BC zvolte bod L tak, aby platilo $AK \cong CL$. Dokažte, že trojúhelníky ALD a BKC jsou shodné.
2. Narýsujte rovnoběžník KLMN a sestrojte středy jeho stran. Dokažte, že tyto středy jsou vrcholy nového rovnoběžníku. Budete-li pokračovat dále v sestrojování středů stran nového rovnoběžníku, zjistíte, že vždy středy stran jsou vrcholy nových rovnoběžníků.
3. Jak byste rozdělili (rozstříhli) pravidelný šestiúhelník na co nejmenší počet částí, ze kterých byste složili rovnoběžník?
4. Obdélník má obsah 36 cm^2 . Jaké mohou být délky jeho stran? Který z obdélníků má nejmenší obvod?
5. Obdélník má obvod 48 cm. Jaké mohou být délky jeho stran? Který z obdélníků má největší obsah?
6. Určete obsah jednotlivých částí praporu, jestliže prapor má tvar obdélníku, jehož délky stran jsou 30 cm a 20 cm, je rozdělen na modrý klín tvaru trojúhelníku (strana 20 cm, výška 15 cm) a dva shodné lichoběžníky - bílý a červený.
7. Je dán rovnoběžník ABCD. Úhlopříčky tohoto rovnoběžníku jej rozdělí na čtyři trojúhelníky, které jsou po dvou shodné. Dokažte. Jaké budou tyto trojúhelníky, jestliže rovnoběžníkem bude kosočtverec?
8. Je dán rovnoběžník ABCD, délka jeho jedné úhlopříčky je rovna délce jeho jedné strany. Jakou velikost mají vnitřní úhly tohoto rovnoběžníku?
9. Nakreslete několik různých čtyřúhelníků, jejichž úhlopříčky jsou na sebe kolmé.
10. Velikost jednoho vnitřních úhlů rovnoběžníku je 58° . Vypočtete velikosti zbývajících vnitřních úhlů rovnoběžníku.
11. Součet velikostí dvou vnitřních úhlů rovnoběžníku je 100° . Rozhodněte, zda tyto úhly jsou
 - a) úhly sousední
 - b) úhly protější
 - c) libovolná dvojice vnitřních úhlů rovnoběžníku.
12. V rovnoběžníku ABCD je bod K střed strany BC a bod L střed strany CD. Určete, v jakém poměru dělí úsečky AK a AL úhlopříčku BD.
13. Narýsujte libovolný konvexní čtyřúhelník ABCD a sestrojte středy všech jeho stran. Ověřte (dokažte) že platí: Úsečky spojující středy sousedních stran konvexního čtyřúhelníku rozdělují tento čtyřúhelník na rovnoběžník a čtyři trojúhelníky.
14. Narýsujte libovolný konvexní čtyřúhelník ABCD, středy jeho stran označte K, L, M, N. Ověřte, že čtyřúhelník KLMN je rovnoběžník.

15. V lichoběžníku ABCD pro jeho základny platí: $AB = 2 CD$. Dokažte, že úhlopříčky tohoto lichoběžníku dělí střední příčku na tři shodné úsečky.
16. Dokažte, že část střední příčky lichoběžníku vymezená jeho úhlopříčkami (tj. úsečka, jejímiž krajními body jsou body úhlopříček), je rovna polovině rozdílu jeho základů.
17. Lichoběžník je svými úhlopříčkami rozdělen na čtyři trojúhelníky. V jakém vztahu jsou obsahy těchto trojúhelníků?
18. Je dán lichoběžník ABCD, narýsujte jeho úhlopříčky AC, BD. Kolik dvojic geometrických útvarů, které mají sobě rovné obsahy, můžete najít?
19. Kružnici se středem S je opsán rovnoramenný lichoběžník ABCD. Vzdálenost jednoho vrcholu od středu S je 7 cm, vzdálenost druhého vrcholu je 4 cm. Vypočítejte obsah lichoběžníku ABCD.
20. Vypočítejte poloměr kružnice vepsané do kosočtverce, jehož strana je bodem dotyku rozdělena na úsečky dlouhé 6 cm a 4 cm.
21. Daný trojúhelník ABC doplňte bodem D na tětiový čtyřúhelník, kterému je možno vepsat kružnici.
22. Čtverec je rozdělen na 12 shodných trojúhelníků a 4 shodné čtverce (obr.) Vypočítejte jakou část obsahu původního čtverce je obsah trojúhelníku a jakou část je obsah čtverce.
23. Ověřte, že platí:
- Čtyřúhelníku můžeme opsat kružnici (čtyřúhelník tětiový), právě když součet velikostí libovolných dvou protějších úhlů je 180° .
 - Čtyřúhelníku můžeme vepsat kružnici (čtyřúhelník tečnový), právě když se součty dvou protějších stran sobě rovnají.
 - V každém tětiovém čtyřúhelníku je součin délek úhlopříček roven součtu součinů délek protějších stran (Ptolemaiova věta).