

### MA2BP\_PGE, 3. ledna 2017

Všechna následující analytická vyjádření jsou v kartézských souřadnicích příslušného eukleidovského prostoru.

Každý úkol (+) je hodnocen 6 body; k ústní zkoušce je potřeba aspoň 39 bodů.

---

1. V trojrozměrném prostoru jsou dány body

$$A = [1, 2, 5], \quad B = [1, -1, -1], \quad C = [3, 1, 7], \quad D = [-1, 3, 3].$$

- + Dokažte, že body  $A, B, C$  jsou v obecné poloze, avšak body  $A, B, C, D$  nikoli.
- + Rozhodněte, zda jsou body  $C$  a  $D$  souměrné podle přímky  $AB$ .
- + Určete poměr obsahů trojúhelníků  $ABC$  a  $ABD$ .

2. Ve čtyřrozměrném prostoru jsou dány afinní podprostory

$$\mathcal{B} = \{[1, 1, -1, 2] + r(1, 0, 0, 1) + s(0, 1, 0, -1) \mid r, s \in \mathbb{R}\},$$
$$\mathcal{C} = \{[x_1, x_2, x_3, x_4] \mid 2x_1 - x_3 = 3, 2x_2 - x_3 = -1, x_4 = 4\}.$$

- + Určete vzájemnou polohu  $\mathcal{B}$  a  $\mathcal{C}$ .
- + Určete odchylku  $\mathcal{B}$  a  $\mathcal{C}$ .

3. Ve čtyřrozměrném prostoru jsou dány vektory

$$\mathbf{v}_1 = (2, 0, -1, 0), \quad \mathbf{v}_2 = (0, 2, -1, 0), \quad \mathbf{v}_3 = (0, 0, 0, 1).$$

- + Určete vektorový součin  $\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_3$  a ukažte, že tento vektor je kolmý k  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$  a  $\mathbf{v}_3$ .

4. Projektivní transformace v rovině je dána obrazy bodů

$$[1, 1] \mapsto [0, 5], \quad [-1, 1] \mapsto [-4, 5], \quad [-1, -1] \mapsto [-4, 1], \quad [1, -1] \mapsto [0, 1].$$

- + Dokažte, že tato transformace je podobná, a určete obraz obecného bodu  $[x_1, x_2]$ .
- + Určete samodružné body, resp. směry transformace a rozhodněte, zda je tato transformace základní.

5. Ve vhodném prostoru udejte konkrétní příklad...

- + ... mnohostěnu, který není pravidelný a přitom má aspoň 2 stěny shodné.
- + ... dvou netriviálních podprostorů, které mají vzdálenost 3.
- + ... neidentické transformace, která má aspoň 4 různé samodružné body.

6. Dokažte, že...

- + ... vlastnost v úloze 3 platí obecně.
- + ... obecné středové promítání mezi dvěma podprostory není afinní.