

## Výstupy SDM 1, 2016

### 1. Úvodní seminář

#### 2. Operace podle starých Egyptanů.

Násobte jako staří Egyptané  $7 \cdot 15$ ,  $15 \cdot 12$ ,  $13 \cdot 18$ .

Dokážete pomocí systému zdvojení, který Egyptané používali k násobení přirozených čísel, odvodit také postup pro dělení? Jak by se počítalo  $165:15$ ?

#### Důkazy vět: přímý, sporem.

Dokažte následující tvrzení: Součet dvou lichých po sobě jdoucích čísel je vždy dělitelný čtyřmi. (Postupujte induktivně i deduktivně.)

Dokažte, že číslo  $\sqrt{3}$  není racionální.

#### Důkazy vět: nepřímý, matematickou indukcí.

Když nelze krátit výraz  $\frac{a-b}{a+b}$ , pak nelze krátit ani zlomek  $\frac{a}{b}$ . Dokažte pomocí věty obměněné.

Dokažte pomocí matematické indukce, že výraz  $2^{n+1} + 5^n$  je pro každé přirozené číslo  $n$  dělitelný třemi.

**Ověřování tvrzení na ZŠ.** Ukažte možnost ověřování pravidel na ZŠ: sčítání zlomků; násobení zlomku přirozeným číslem.

### 3. Induktivní a deduktivní přístupy v matematice.

Určete součet  $n$  prvních přirozených čísel. Ověřte nejdříve induktivně, vyslovte hypotézu a tu dokažte dedukcí.

Ukažte induktivně a poté dokažte dedukcí, že pro každé přirozené číslo  $n$  je číslo  $n^3 + 2n$  dělitelné třemi.

**Analýza učebnic matematiky.** Vyberte tři různé učebnice matematiky a porovnejte přístup k zavedení pojmu zlomek a desetinné číslo.

**Gradovaná série úloh.** Následující úloha může být pro některé žáky náročná.

Přeformulujte zadání úlohy do dvou dalších úloh tak, aby vznikla gradovaná série úloh od nejjednodušší po nejnáročnější. Řešte aritmeticky s grafickým znázorněním:

Maminka s tatínkem váží 140 kg, tatínek s Andreou váží dohromady 116 kg a maminka s Andreou váží dohromady 96 kg. Kolik kilogramů váží každý z nich?

**Rozšiřování a krácení zlomků.** Pomocí pomůcky Zlomková věž zadávejte úlohy, které žákům umožní pochopení postupu rozšiřování a krácení zlomků.

- .....
4. **Zlomky podle starých Egyptů: kmenové zlomky a počítání s nimi.** Ukažte, jak se ve starověkém Egyptě pracovalo s kmenovými zlomky. Vzorově vypočítejte, jak by Egypťané zapsali zlomky  $\frac{2}{5}$  nebo  $\frac{2}{7}$ .

.....

**Zlomky a desetinná čísla.** Vymyslete slovní zadání pro následující příklady:

$$5 \cdot \frac{1}{3}; \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}; 2,5 \cdot 29,90$$

Řešte aritmeticky slovní úlohu: Ríša koupil za  $\frac{1}{4}$  našetřených peněz dárek pro mamku, za  $\frac{1}{3}$  zbylé částky koupil dárek pro tatku a za polovinu toho, co po těchto dvou nákupech zůstalo, koupil dárky pro sestru. V peněžence mu nakonec zůstalo 120 Kč. Kolik korun měl Ríša původně našetřeno?

.....

**Žáci se SPU a jejich chyby při operacích se zlomky.**

Dítě počítá  $\frac{1}{5} > \frac{1}{3}$ . Vysvětlete možné příčiny této chyby a ukažte postup vhodný pro odbourání dané chyby.

Dítě počítá  $\frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{2}{8}$ . Vysvětlete možné příčiny této chyby a ukažte postup vhodný pro odbourání dané chyby.

.....

**Žáci se SPU a jejich chyby při sčítání a odčítání desetinných čísel.** Uveďte nejčastější chyby, kterých se dopouštějí žáci s dyslexií, dysgrafií, dyskalkulií při počítání s desetinnými čísly. Diskutujte možnosti eliminace uvedených chyb.

- .....
5. **Využívání her ve výuce matematiky.** Ukažte různé matematické hry pro témata desetinná čísla a zlomky.

.....

**Analýza učebnic pro téma násobení a dělení desetinných čísel.** Prostudujte několik učebnic a sbírek z matematiky a pokuste se najít úlohy různé náročnosti (pro slabé žáky, pro průměrné žáky, pro nadané žáky) pro téma násobení a dělení desetinných čísel.

.....

**Násobení a dělení racionálních čísel.**

Řešte aritmeticky: Dvě sedminy neznámého čísla jsou rovny  $\frac{6}{5}$ . Kolik činí pět třetin z tohoto neznámého čísla?

$$\text{Vypočítejte: } \left[ \frac{1}{3} \cdot \sqrt{0,36} - (-3)^2 \right] : \left[ 2 \cdot \frac{1}{3} - 5 \cdot \left( -\frac{2}{3} \right) \right]$$

### Úlohy na dělitelnost.

Doplňte, je-li to možné, chybějící číslice v daných číslech tak, aby vzniklo číslo, které je dělitelné: a) devíti b) dvanácti:

$$37\_46, \quad 536\_4, \quad 378\_ \_$$

Pokud je to možné, najděte všechny možnosti.

.....

### 6. Úlohy na dělitelnost.

Mikuláš měl ve vaku 189 čokoládových figurek, 324 bonbonů a 108 mandarinek. Kolik stejných balíčků s co největším počtem figurek, mandarinek a bonbonů mohl rozdat? Kolik čokoládových figurek, mandarinek a bonbonů potom každé dítě dostalo?

Vypočítejte největší společný dělitel přirozených čísel  $m^3 + 1$  a  $m^2 - 1$ . Obecný výsledek demonstруйте na konkrétních příkladech.

.....

**Odůvodnění dělitelnosti třemi a devíti, vhodné na ZŠ.** Prostudujte různé učebnice matematiky a zjistěte, jak přistupují k výuce dělitelnosti. Poté proveďte ověření pravidla pro posuzování dělitelnosti třemi a devíti, které je vhodné na ZŠ.

.....

### Úlohy na společné násobky.

V místnosti jsou dvoje hodiny. Doba kyvu kyvadla u prvních hodin je 0,8 sekundy a u druhých 1,2 sekundy. Za jak dlouho splyne tikot obou hodin?

Následující úlohu řešte induktivně a deduktivně: Dokažte, že pro každé přirozené číslo  $n$  je číslo  $n^3 + 2n$  dělitelné třemi.

.....

### Úlohy na společné násobky.

Podnikatel chtěl objednat výrobu kartónových krabic na balení krabiček čaje o rozměrech 13 cm, 7 cm, 5 cm. Jaké budou rozměry krabice, jestliže v ní má být umístěno minimálně 60 krabiček čaje? Bylo by reálné, aby krabice měla tvar krychle? Věk kapitána vynásobený šířkou lodí, počtem jeho dcer a počtem synů je 5406. Určete, kolik je kapitánovi roků, kolik má dětí a jak široká je jeho loď.

.....

### 7. Poměr. Následující úlohy řešte pomocí grafického znázornění:

Dcera a syn dostali rozdílné kapesné v poměru 6:7. Kolik Kč kapesného dostala dcera, jestliže syn dostal 175 Kč?

V součtu  $a + b + c$  jsou jednotliví sčítanci v poměru 4 : 3 : 5. Určete tyto sčítance, jestliže jejich součet je 108.

.....

**Poměr.**

V jakém poměru je třeba zmenšit úsečku délky 1,25 m, abychom dostali úsečku délky 1 m?

Tři sběrači ovoce nebyli stejně výkonní. Nasbíral-li Aleš 5 kg ovoce, Radek za stejnou dobu nasbíral 8 kg ovoce. Nasbíral-li Radek 14 kg ovoce, měl Tadeáš 10 kg ovoce. Dohromady sběrači nasbírali 1 310 kg ovoce. Kolik kg ovoce nasbíral každý?

Ukažte možnosti řešení analytickou a syntetickou metodou.

.....

**Procenta.**

Ve výprodeji byly zlevněny boty o 25 % na 1 845 Kč. Kolik stály boty před zlevněním?

O kolik procent se zvětší obvod a obsah čtverce, jestliže zvětšíme délku jeho strany  $a = 8$  cm o 20 %?

Změnil by se výsledek úlohy, kdyby bylo  $a = 5$  cm?

.....

**Procenta.**

Základní školu navštěvuje 742 žáků. Chlapců je o 12 % více než děvčat. Kolik děvčat chodí do školy? Řešte pomocí systematického experimentu a aritmeticky.

.....

**8. Matematická gramotnost – využití poznatků z matematiky v běžném životě.**

Najděte na internetu stránky s kalorickými tabulkami a informacemi o zdravém životním stylu. Naplánujte podle zjištěných informací svému známému dietu.

.....

**Matematická gramotnost.**

Jana chce koupit toaletní papír. V modrém balení je 10 kusů po 200 útržcích za 84,90 Kč. V oranžovém balení jsou 4 kusy po 160 útržcích a cena je 32,50 Kč. Který toaletní papír je levnější, když je jejich kvalita totožná?

Auto má spotřebu 4,9 l na 100 km při jízdě po dálnici. Jaká bude cena benzínu při 235 km dlouhé cestě po dálnici? Aktuální cena benzínu byla 36,50 Kč za litr.

.....

**Finanční matematika: hypotéka.** Najděte na internetu nabídky různých společností na hypotéku. Ukažte, čím se nabídky mohou lišit a na co si má dát člověk pozor.

.....

**Finanční matematika: stavební spoření.** Naplánujte svému známému stavební spoření. Proveďte výpočet konečné částky ručně i pomocí internetové kalkulačky.

.....

## 9. Různé přístupy k řešení slovních úloh.

Následující slovní úlohu řešte experimentálně: Otec je o 8 let starší, než je trojnásobek synova věku. Za 15 let bude otec dvakrát stár než syn. Kolik let je otcí a kolik let je synovi?

Následující úlohu řešte aritmeticky: Sud s vodou má hmotnost 142 kg. Po vylití 70 % objemu vody ze sudu bude hmotnost sudu s vodou 51 kg. Jaká je hmotnost vody v sudu a prázdného sudu?

.....

### Různé přístupy k řešení slovních úloh.

Následující úlohu řešte aritmeticky: V závodě pracuje 735 zaměstnanců. Mužů je o 339 více než žen. Kolik pracuje v závodě mužů a kolik žen?

Následující úlohu řešte úvahou: Chlapec má holuby a králíky. Všechna zvířata mají dohromady 33 hlav a 100 nohou. Kolik je holubů a kolik králíků?

.....

### Úlohy o pohybu proti sobě.

Následující úlohu řešte aritmeticky: Ze dvou míst vzdálených od sebe 27 km vyjeli současně proti sobě na kolech otec a syn. Otec jel průměrnou rychlostí 20 km/h a syn 16 km/h. Pes, který běžel s otcem naproti synovi rychlostí 24 km/h, se v okamžiku, kdy potkal syna, otočil a běžel zpět k otcí. Mezi otcem a synem pobíhal tak dlouho, dokud se otec se synem neseťkali. Kolik km naběhal pes?

.....

### Úlohy o pohybu stejným směrem.

Řešte aritmeticky úlohu: Gepard začal pronásledovat antilopu v okamžiku, kdy byla mezi nimi vzdálenost 120 m. I když antilopa běžela rychlostí 72 km/h, gepard ji doběhl za 12 sekund. Jaká byla rychlost geparda?

Ukažte řešení úlohy a) pomocí matematizace, b) fyzikální řešení.

.....

## 10. Slovní úlohy o směsích.

Řešte aritmeticky: Ze dvou druhů čokoládových bonbonů v ceně 145 Kč a 165 Kč za 1 kg se má připravit směs 15 kg po 153 Kč za 1 kg. Kolik kilogramů každého druhu čokoládových bonbonů je třeba smíchat?

Řešte úvahou: Lékárny dostávají 30% roztok vodíku, v praxi se používá pouze roztok 3%. Kolik gramů 30% roztoku a kolik gramů destilované vody je třeba smíchat, abychom dostali 500 g 3% roztoku?

### Celá čísla: zavedení pomocí časové osy.

Pomocí časové osy zaveďte sčítání a odčítání celých čísel.

.....

### Mocniny a odmocniny.

Dokažte všechna pravidla pro počítání s mocninami a odmocninami (viz středoškolské učebnice).

.....

### Odmocniny – most k reálným číslům.

Stručně popište historii Ludolfova čísla a čísla  $\sqrt{2}$ .

.....

**11. Chyby při počítání a mocninami a odmocninami.** Uveďte nejčastější chyby, ke kterým dochází při počítání s mocninami a odmocninami. Jak jim lze předcházet?

.....

### Reálná čísla, nekonečno ve výuce na ZŠ.

Trojúhelník má obsah  $36 \text{ cm}^2$ . Narýsujte některé rovnoramenné trojúhelníky s touto vlastností. Jsme schopni zakreslit všechny?

Zapište všechna čísla na intervalu  $\langle -1; 3 \rangle$ , která jsou:

- a) přirozená,
- b) celá,
- c) racionální,
- d) reálná.

Pokud to není možné, vysvětlete proč.

.....

### Nekonečno.

Dokažte, že množina racionálních čísel je spočetná nekonečná množina. Jaká je její mohutnost?

Dokažte, že množina iracionálních čísel není spočetná nekonečná množina.

.....

**Úlohy pro nadané žáky.** Vyhledejte úlohy z aritmetického učiva vhodné pro nadané žáky a vyřešte je.

.....

**12. Úlohy pro matematicky slabé žáky.** Vyhledejte úlohy z aritmetického učiva vhodné pro slabé žáky a demonstруйте jejich řešení.

.....

**Řešíme úlohy z matematické olympiády.** Vyhledejte 2 úlohy z MO aritmeticky řešitelné a vyřešte je.