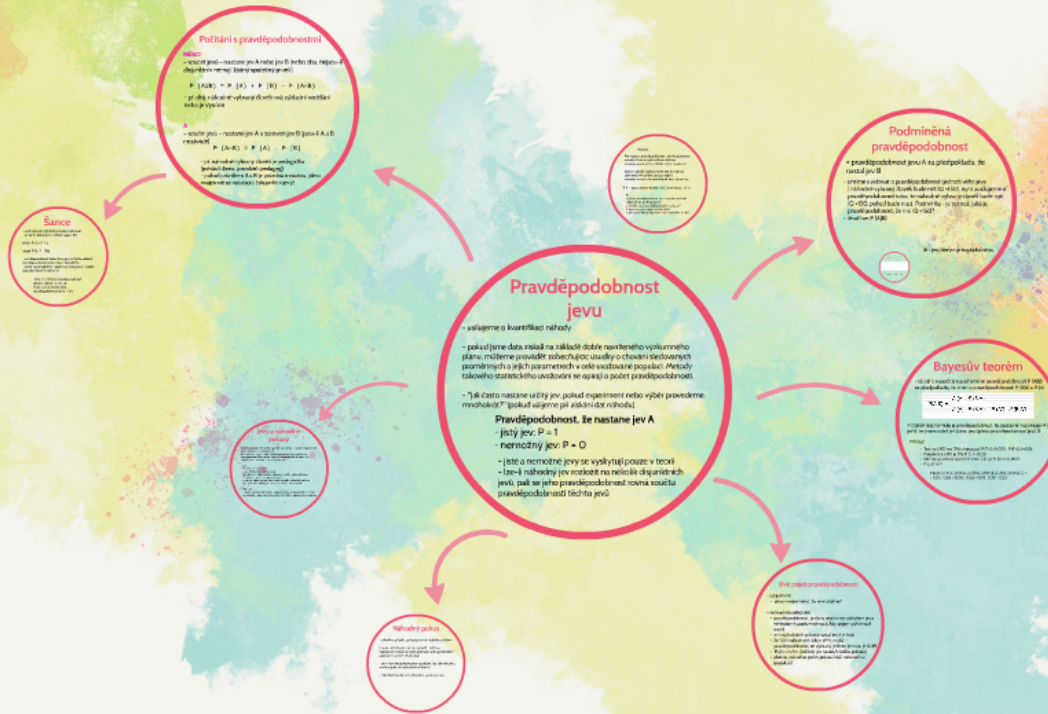


# PRAVDĚPODOBNOST







# Pravděpodobnost jevu

- usilujeme o kvantifikaci náhody
- pokud jsme data získali na základě dobře navrženého výzkumného plánu, můžeme provádět zobecňující úsudky o chování sledovaných proměnných a jejich parametrech v celé uvažované populaci. Metody takového statistického uvažování se opírají o počet pravděpodobnosti.
- "Jak často nastane určitý jev, pokud experiment nebo výběr provedeme mnohokrát?" (pokud uijeme při získání dat náhodu)

## Pravděpodobnost, že nastane jev A

- jistý jev:  $P = 1$
- nemožný jev:  $P = 0$
- jisté a nemožné jevy se vyskytují pouze v teorii
- lze-li náhodný jev rozložit na několik disjunktních jevů, pak se jeho pravděpodobnost rovná součtu pravděpodobností těchto jevů



Hendl, J. :

Pro výpočet pravděpodobnosti jevu A používáme pravidlo, které je východiskem definice pravděpodobnosti na základě stejné možnosti:

Jestliže náhodný pokus může vést k  $r$  různým elementárním jevům, jež jsou stejně pravděpodobné, pak pravděpodobnost jevu A je:

$P(A) = \text{počet elementárních jevů, které vedou k A} / r$

Př.

1. Jaká je pravděpodobnost, že vám padne při hodů běžnou hrací kostkou šestka?
2. Z kolika bodů se skládá pole jevů v otázce 1?
3. Jsou tyto jevy vzájemně disjunktní?
4. Jaká je pravděpodobnost, že nám nepadne šestka?



## Dvě pojetí pravděpodobnosti

- subjektivní:
  - jakou má jev šanci, že se vyskytne?
- četnostní (statistické):
  - pravděpodobnost je dána relativním výskytem jevu vzhledem k počtu možností, kdy se jev vyskytnout mohl
  - z  $m$  náhodných pokusů nastal jev  $A$   $n$ -krát
  - Ze 100 náhodných lidí je 49% mužů - pravděpodobnost, že vybraný jedinec je muž, je 0,49
  - $P(A) = n / m$  (kolikrát jev nastal/z kolika pokusů)
  - platí to, pokud se počet pokusů blíží nekonečnu (populaci)

# Jevy a náhodné pokusy

- náhodnost vede k tomu, že jevy, které nás zajímají, se za daných podmínek mohou nebo nemusí vyskytnout
- př. hod mincí - panna/ orel - můžeme predikovat jen vyjádřením pravděpodobnosti možností, které mohou nastat (to, že padne orel, vyjadřujeme číslem, které má určitý význam)

## Jev

- hodnota proměnných
- vzorek IQ patnácti lidí = 15 jevů
- jev, který se skládá pouze z jednoho výsledku = elementární jev
- kombinace jevů se nazývá složený jev
- jistý jev = obsahuje všechny možné výsledky náhodného pokusu
- pro pole náhodných jevů lze použít vztahy teorie množin

## Pole jevů

- všechny možnosti (množina hodnot), kterých může proměnná nabývat
- př. pohlaví - pole je množina možností - tedy 2 (zapomeňme na gender)



# Náhodný pokus

- pokud lze při pokusu dostat různé výsledky a přitom:

1. nelze určit, který z těchto výsledků získáme
2. pokus lze libovolně často opakovat, aniž se jednotlivá opakování vzájemně ovlivňují

- akt vytáhnutí jednoho jevu z pole jevů (př. akt vybrání a změření jednoho náhodného člověka)

- náhodným pokusem získáváme z pole jevů jev

## Počítání s pravděpodobnostmi

### NEBO

- součet jevů - nastane jev A nebo jev B (nebo oba, nejsou-li disjunktní= nemají žádný společný prvek)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- př. disj. náhodně vybraný člověk má základní vzdělání nebo je vyučen

### A

- součin jevů - nastane jev A a zároveň jev B (jsou-li A a B nezávislé)

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

- př. náhodně vybraný člověk je pedagožka (pohlaví=žena, povolání=pedagog)

- pokud průnikem A a B je prázdná množina, jde o vzájemně se vylučující ( disjunktní jevy)



# Šance

- častý způsob vyjádření pravděpodobnosti
- př. šance Komety na vítězství jsou 1:10

$$O(A) = P(A) / P(A')$$

neboli  $P(A) / 1 - P(A)$

- pravděpodobnost toho, že se jev vyskytne, dělená pravděpodobností toho, že se nevyskytne
- šance ve prospěch A = počet výskytů jevu A / počet případů, kdy jev A nenastal

- Šanci  $x : y$  lze na pravděpodobnost převést jako  $p = x / (x+y)$
- Např. šance 2:3 je rovna pravděpodobnosti  $2/(2 + 3)$ .



# Podmíněná pravděpodobnost

= pravděpodobnost jevu A za předpokladu, že nastal jev B

- umíme uvažovat o pravděpodobnosti jednotlivého jevu ( náhodně vybraný člověk bude mít IQ +150), nyní uvažujeme o pravděpodobnosti toho, že náhodně vybraný člověk bude mít IQ +150, pokud bude muž. Podmínka - je to muž. Jaká je pravděpodobnost, že má IQ +150?
- značí se:  $P(A|B)$

B = jev, kterým je to podmíněno

Příklad:

Uvažujme jev A: "Náhodně vybraný člověk má IQ +150"  
Uvažujme jev B: "Náhodně vybraný člověk je muž"  
Uvažujme jev C: "Náhodně vybraný člověk má IQ +150 a je muž"  
Uvažujme jev D: "Náhodně vybraný člověk má IQ +150 a není muž"

$$P(A|B) = P(A \cap B) / P(B)$$





## Příklad:

Kuřáků je v populaci 30%, tedy  $P(\text{Kou}^+) = 0,3$ .

12% lidí má jak rakovinu, tak návyk na kouření:  $P(\text{Rak}^+ \cap \text{Kou}^+) = 0,12$

Jsem-li kuřák, jaká je pro mě pravděpodobnost onemocnění rakovinou?

Kouří-li člověk (nastalý jev B), je riziko onemocnění rakovinou ( $P$  jevu A)

$$P(\text{Rak}^+ | \text{Kou}^+) = P(\text{Rak}^+ \cap \text{Kou}^+) / P(\text{Kou}^+) = 0,12/0,3 = 0,4$$

$$P(A|B) = P(A \cap B) / P(B)$$

# Bayesův teorém

- slouží k vypočítání podmíněné pravděpodobnosti  $P(A|B)$  za předpokladu, že známe pravděpodobnosti  $P(B|A)$  a  $P(A)$

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(A') \cdot P(B|A')}$$

V čitateli této formule je pravděpodobnost, že současně nastane jev A a jev B, ve jmenovateli je vzorec pro úplnou pravděpodobnost jevu B.

## Příklad:

- Test na LMD má 15% chybovost:  $P(T-|L+)=0,15$  ;  $P(T+|L-)=0,15$ .
- Prevalence LMD je 5%:  $P(L+)=0,05$
- Dítě má pozitivní výsledek testu. Jaká je P, že má LMD?
- $P(L+|T+)=?$

$$\begin{aligned} P(L+|T+) &= P(L+) \cdot P(T+|L+) / [P(L+) \cdot P(T+|L+) + P(L-) \cdot P(T+|L-)] = \\ &= 0,05 \cdot 0,85 / (0,05 \cdot 0,85 + 0,95 \cdot 0,15) = 0,23 \end{aligned}$$



# PRAVDĚPODOBNOST

