

Hlavní body

- Základy jaderné fyziky
 - Stavba atomového jádra
 - Radioaktivita - α , β , γ ,
 - Využití – radioterapie, detekce, datování,
 - zákony zachování
- Základy jaderné energetiky
 - Jaderné reakce
 - Vazebná energie
 - Jaderné štěpení a jaderná fúze

Jaderná fyzika I

- Zabývá se strukturou **atomového jádra** a procesy, které v něm probíhají. Prakticky celá se vyvinula ve 20. století. To by mělo právo být „stoletím jaderné fyziky“... kdyby během něj nedošlo k obrovskému rozvoji kosmického výzkumu, počítačové technologie a biologie.
- Přestože jaderná fyzika možná ztratila místo nejmodernější vědy, upíná se k ní lidstvo na jedné straně s **nadějemi**, že díky ní vyřeší problém **energie** a na straně druhé s obavami, že přispěje ke **zničení** našeho světa.
- Sledování jejího nedávného vývoje je brilantní ukázka lidské píce, důvtipu, spolupráce i tendence zneužívat vědu.

JF II – základní objevy

- 1895 rentgenové záření - Conrad Roentgen (1845-1923, NC 1901)
- 1896 radioaktivita – Antoine Henri Becquerel (1852-1908, NC 1903)
- 1897 elektron – Joseph John Thompson (1856-1940, NC 1906)
- 1898 radioakt. prvky (Po, Ra) – P. & Marie Curie (1867-1934, N 1903,11)
- 1901 účinky radiace – Pierre. Curie, H. Becquerel (1859-1906, NC 1903)
- 1903 radioaktivní přeměny prvků – E. Rutheford, F. Soddy
- 1910 izotopie – Frederick Soddy (1845-1923, NCCh 1921)
- 1911 atomové jádro – Ernest Rutheford (1871-1937, NCCh 1908)
- 1913 model atomu – Niels Bohr (1885-1962, NC 1922)
- 1932 neutron – James Chadwick (1891-1974, NC 1935)
- 1933 pozitron – Carl David Anderson, Blacket (1905-1991, NC 1936,48)
- 1933 umělá radioaktivita – Irena & Frederic Joliot Curie (NCCh 1935)
- 1934 nestabilní izotopy, transurany – Enrico Fermi (1901-1954, NC 1938)
- 1939 štěpení uranu – Hahn, Meitnerová, Friedrich Strassmann (NCCh 44)
- 1942 jaderný reaktor – Enrico Fermi
- 1945 ostré použití atomové bomby – kolektiv autorů ... (nobelprize.org)

Objev atomového jádra I

- Objev **radioaktivit**y Becquerelem a jeho rozpracování předcházely objevu atomového **jádra** a vlastně jej umožnily a urychlily..
- Ernest Rutheford navrhl **experiment**, který provedli Hans Geiger a Ernest Marsden.
- **Výsledky** ostřelování zlaté folie částicemi α ukázaly, že **kladný náboj** musí být v atomu **koncentrován** v **oblasti**, která je $10^4 - 10^5$ krát **menší** než celý atom.
- **Návrat** částice pod ostrým úhlem do původního směru je stejně pravděpodobný jako návrat kulky z pušky, vystřelené proti kousku hedvábného papírku.

Vlastnosti atomových jader I

- I v rámci současných znalostí lze v prvním přiblížení předpokládat, že jádra atomů se skládají ze dvou typů nukleonů: protonu a neutronu.
- Prvky jsou charakterizovány počtem protonů: atomovým neboli nábojovým neboli protonovým číslem Z . Mohou ale mít různé izotopy, které se liší neutronovým číslem N a tím i číslem hmotnostním $A = Z + N$.
- Objem atomového jádra je úměrný počtu nukleonů. Nukleony tedy v jádře zůstávají individualitami. Poloměr jádra lze vyjádřit pomocí empirického vztahu :

$$R_c = R_0 (A)^{\frac{1}{3}}, \text{ kde } R_0 = 1.2 \cdot 10^{-15} \text{ m} = 1.2 \text{ fm}$$

Vlastnosti atomových jader II

- **Atomová hmotnost** je součet hmotností **všech** komponent celého atomu, tedy **nukleonů** i **elektronů**. Kromě v kg se vyjadřuje v **atomových hmotnostních jednotkách u** , které jsou definovány tak, že atom $^{12}_6\text{C}$ má hmotnost **přesně $12 u = 12 \cdot (1.660539040(20)10^{-27}) \text{kg}$** nebo v jednotkách **energie**. Převod je $931.5 \text{ MeV} / u$. !! $u = 1/N_A$!!

objekt	kg	u	MeV
elektron	$9.1094 \cdot 10^{-31}$	0.00054858	0.51100
proton	$1.67262 \cdot 10^{-27}$	1.007276	938.27
atom H	$1.67353 \cdot 10^{-27}$	1.007825	938.78
neutron	$1.67493 \cdot 10^{-27}$	1.008665	939.57

Vlastnosti atomových jader III

Nuklid	Z	N	A	stabilita [%/y]	m [u]	spin	vaz. e. [MeV]
^1H	1	0	1	99.985	1.007825	1/2	
^7Li	3	4	7	92.5	7.016003	3/2	5.60
^{31}P	15	16	31	100.0	30.973762	1/2	8.48
^{84}Kr	36	48	84	57.0	83.911507	0	8.72
^{120}Sn	50	70	120	32.4	119.902199	0	8.51
^{157}Gd	64	93	157	15.7	156.923956	3/2	8.21
^{197}Au	79	118	197	100.0	196.966543	3/2	7.91
^{227}Ac	89	138	227	21.8y	227.027750	3/2	7.65
^{237}Np	93	144	237	2.144My	237.048166	5/2	7.57
^{238}Pu	94	144	238	87.7y	238.049553	0	7.56
^{239}Pu	94	145	239	24100y	239.052158	1/2	7.56
^{241}Am	95	146	241	432.6y	241.0567	(1/2)	7.54

Vlastnosti atomových jader IV

- Nuklidy zapisujeme buď ^{12}C nebo $^{12}_6\text{C}$. Atomové číslo u druhého způsobu je nadbytečné, ale zápis je **pohodlnější**.
- Nuklidy klasifikujeme pomocí nuklidového diagramu, na němž se zobrazují v **souřadnicích**, kde na vodorovné ose je zpravidla číslo **neutronové** a na svislé číslo **protonové**.
 - zelené jsou stabilní, béžové jsou radionuklidy
 - radionuklidy se nacházejí po obou stranách pásu stability
 - lehké prvky leží blízko osy $N=Z$
 - u těžkých prvků obsahuje stabilní jádro vždy více neutronů
 - pro $Z > 83$ již neexistují stabilní nuklidy
 - v **políčkách** se udává procento zastoupení stabilního nuklidu nebo poločas radionuklidu

Vazebná energie I

- Jádra atomů drží pohromadě pomocí tzv. **jaderných sil**, které musí překonávat elektrické odpuzování :
 - jsou **krátkodosahové**, působí jen mezi **sousedními nukleony**.
 - tím se vysvětluje nutnost přítomnosti **více neutronů**, aby těžké nuklidy byly **stabilní**
 - u příliš velkých jader již nestačí překonávat Coulombovské odpuzování a jádra mají tendenci se rozpadat
 - u nestabilních nuklidů existuje jistá pravděpodobnost tunelování
- Hmotnost stabilního jádra je vždy **menší** než celková hmotnost jeho konstituentů. Rozdíl je roven **vazebné energii**.

Vazebná energie II

- Na existenci **hmotnostního schodku** je, jak uvidíme později, založena **jaderná energetika**.
- Důležitou **charakteristikou** nuklidu je jeho **vazebná energie vztažená na jeden nukleon**. Ta je největší pro střední nuklidy, čili ty jsou nejstabilnější.
- Podle současných představ je jaderná síla druhotný efekt tzv. silné interakce, která váže základní jaderné částice - **kvarky** do protonů a neutronů.
- Kromě **silné interakce** je v jádrech přítomná ještě **slabá interakce**, která se projevuje u určitého typu radioaktivity.

Vazebná energie III

- Energetické hladiny jádra jsou kvantovány a jsou obsazovány nukleony, které jsou fermiony, v souladu s Pauliho principem. Situace je tedy obdobná jako při obsazování energetických hladin obalu atomu elektrony. Při přechodu z vyšší do nižší energetické hladiny je vyzářen foton, ovšem tentokrát v oblasti γ -záření.
- Má-li jádro nenulový spin, má i magnetický moment. Vzhledem k jeho specifickému náboji, je tento magnetický moment asi 1000 slabší než typické atomové magnetické momenty způsobené elektrony. Nicméně existují metody, které ho zachytí a dokonce využívají.

Radioaktivita I

- **Přirozená** radioaktivita byla objevena Henri Becquerelem (1852-1908) v roce 1896. Ten zjistil, že uranová ruda byla schopna **exponovat** zabalený fotografický papír.
- Později Marie a Pierre Curieovi objevili nové radioaktivní prvky *Po* a *Ra*.
- Radioaktivní nuklid může za jistých podmínek **samovolně** vyzářit jistou částici a přeměnit se na nuklid jiný.
- Radioaktivitu nebylo možné **ovlivnit** žádnými fyzikálními ani chemickými vlivy. Proto se usoudilo, že je **niternou vlastností atomu**. Později se zjistilo, že vychází z jader atomů a ty se vyzářením radioaktivního záření mění. Tím se splnil sen **alchymistů** na vzájemnou přeměnu prvků.
- **Umělá** radioaktivita byla objevena Fredericem a Irenou Joliot-Curie v až roce 1933. Kromě časové prodlevy, která již nyní není podstatná je důležité, že příslušné reakce jsou **endotermické** a mají typicky **kratší** poločas rozpadu.

Radioaktivita II

- Ernest Rutheford klasifikoval záření na α , β a γ , podle jeho chování v elektrickém nebo magnetickém poli.
- Radioaktivita je **statistický** proces : Nelze předpovědět, jestli se určité jádro přemění v příští sekundě nebo za tisíc let. Je ale možné tvrdit, že v příští sekundě se rozpadne jisté **procento** přítomných nerozpadlých jader N :

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

konstanta rozpadu λ [s^{-1}] je **materiálovým** parametrem.

- Po integraci získáme počet **nerozpadlých částic** jako funkci času :

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Radioaktivita III

- Často nás zajímá rychlost rozpadu, zvaná též aktivita :

$$R = -\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow R(t) = R_0 e^{-\lambda t}$$

- Aktivitu lze totiž relativně snadno měřit pomocí dozimetrů. Její jednotkou je *1 becquerel = 1 Bq* tedy 1 rozpad za sekundu. Starší jednotkou je *1 curie = 1 Ci = 3.7 10¹⁰ Bq*.
- Počet nerozpadlých částic i aktivita klesají exponenciálně. Teoreticky tedy nikdy nedosáhnou nuly. Pouze k ní konvergují, a to naštěstí velice rychle, takže je možný výpočet jistých parametrů - středních hodnot, jimiž je zvykem rozpad též jednoznačně charakterizovat.

Radioaktivita IV

- Jedním takovým často používaným parametrem je **poločas rozpadu** τ . Je to **doba**, za kterou poklesnou N i R na **polovinu** své **původní** hodnoty. Podle očekávání je **ne přímo úměrný** konstantě rozpadu :

$$\frac{1}{2} R_0 = R_0 e^{-\lambda\tau} \implies \tau = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

- Dále se používá **střední doba života** Θ **nerozpadlé** částice, což je přímo reciproká hodnota λ :

$$\Theta = \frac{\int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt}{\int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\tau}{\ln 2}$$

Radioaktivita V

- S použitím střední doby života Θ lze zákon rozpadu popsat rovnicí :

$$N(t) = N_0 e^{\frac{-t}{\Theta}}$$

Střední doba života má tedy podobný význam jako časová konstanta u obvodu RC.

- S použitím poločasu rozpadu τ lze také psát :

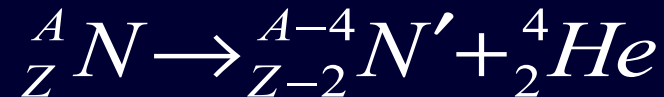
$$N(t) = N_0 2^{\frac{-t}{\tau}} \quad \text{resp.} \quad R(t) = R_0 2^{\frac{-t}{\tau}}$$

Rozpad α I

- Radionulid se rozpadá tak, že emituje α -částici například :



- α -částice jsou **jádra** atomu **helia** a obecně lze napsat :



- Pro **energii rozpadu** Q platí:

$$m_N c^2 = m_{N'} c^2 + m_\alpha c^2 + Q$$

$$Q = [m_N - (m_{N'} + m_\alpha)] c^2$$

- **samovolný** rozpad musí být **exotermický**. Pro $Q < 0$ by byl porušen zákon zachování energie
- **energie** α -částic bývá **vysoká**, **pro daný proces konstantní**, ale v důsledku zachování hybnosti je poněkud **menší** než příslušné Q .

Rozpad α II

- I když je rozpad energeticky **možný**, může být jeho poločas od zlomků sekundy po miliardy let.
- α -částice musí totiž protunelovat potenciálovou bariérou, tvořenou jadernou silou a Coulombovským odpuzováním.
- Pravděpodobnost protunelování závisí **exponenciálně** na tloušťce i na výšce překonávané části bariéry. **Například** ^{238}U má $Q = 4.25 \text{ MeV}$ a $\tau = 4 \cdot 10^9 \text{ let}$, zatímco izotop ^{228}U má $Q = 6.81 \text{ MeV}$ a $\tau = 9.1 \text{ minut}$.
- samotná α -částice je **vnitřně** velice **silně vázaná**, tedy má velký hmotnostní schodek. Proto je její emise **možná** a **pravděpodobná**, i když například emise samotného **protonu** by byla vyloučena zákonem zachování energie.
- experimentálně zjištěná kinetická energie částice α je dána energetickou bilancí reakce Q a zachováním **hybnosti**.

Rozpad β I

- Radionuklid se rozpadá tak, že emituje β -částici např. :



- Obecně lze děj v jádře při β -rozptylu schematicky popsat :



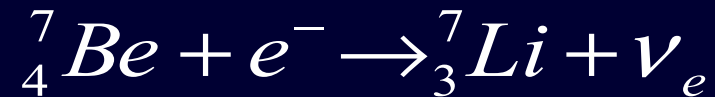
- β částice jsou **elektrony** nebo **pozitrony**, ν jsou **neutrina**
- **samovolný** β rozpad musí být **exotermický**. Pro $Q < 0$ by byl opět porušen zákon zachování energie. Proto je rozpad β^{+} možný jen v rámci jádra, ale ne pro jeden proton, který je lehčí než neutron!

Rozpad β II

- Podrobnou teorii β -rozpadu vypracoval Enrico Fermi v roce 1934. V ní postuloval existenci **slabé interakce**.
- ν je **elektronové neutrino** nebo **antineutrino**, částice s nepatrnou klidovou hmotností, nulovým nábojem a spinem $\frac{1}{2}$, která odnáší část **energie** a **momentu hybnosti**. Jeho existenci navrhl Wolfgang Pauli.
- Neutrino je velmi **slabě interagující** částice. Interaguje s hmotou jenom **prostřednictvím slabé interakce**. Přitom se ukazuje, že jeho nenulová klidová hmotnost by mohla pomoci vysvětlit **temnou hmotu vesmíru**. Proto se jej lidé snaží s obrovskými náklady polapit (Katrin).

Rozpad β - elektronový záchyt

- K β -rozptylu se ještě řadí obrácený proces, když jádro **absorbuje** jeden **elektron z obalu** :



- Obvykle se jedná o pohlcení elektronu ze slupky K . Vždy je doprovázen **emisí neutrina** a emisí **RTG fotonu** při opětovném zaplnění díry na hladině K a často také emisí **γ fotonu**.
- Existují izotopy, které mohou vyzařovat několik typů záření, například ${}^{40}\text{K} \rightarrow {}^{40}\text{Ca}$ nebo ${}^{40}\text{Ar}$

Rozpad γ

- Jak již bylo řečeno, hodnoty energie jádra jsou kvantovány a jsou obsazovány nukleony, které jsou fermiony, v souladu s Pauliho principem. Při přechodu z vyšší do nižší energetické hladiny je vyzářen foton v oblasti γ -záření.
- Jádro se může dostat do excitovaného stavu buď po srážce s částicí s vysokou energií nebo po předchozím radioaktivním rozpadu.
- Podobně jako u elektronů existují u jader metastabilní stavy, v nichž mohou jádra setrvat delší dobu. Do základního stavu se mohou dostat také nezářivým procesem – vnitřní konverzí. Při ní je obvykle emitován jeden z elektronů obalu a má vysokou energii.

Radioaktivita IV

- Při **všech** druzích radioaktivity se **zachovává** energie, hybnost, moment hybnosti, elektrický náboj a také **celkový počet nukleonů**
- Hmota a energie spolu souvisí přes $E = mc^2$.
- Nukleony se mohou měnit jeden v druhý.
- Míru **stability** nuklidů je vhodné **ilustrovat**, vyneseme-li **hmotnostní nadbytek** $(m-A)c^2$ **jako 3D** funkci neutronového čísla a atomového čísla. Stabilní jsou jen nuklidy na dně údolí ostatní se snaží po sérii rozpadů na dno dospět. Při přebytku protonů emisí pozitronu při přebytku neutronů emisí elektronu.
- Radionuklidy se používají ke značkování nebo **radioterapii**.

Rozpadové řady

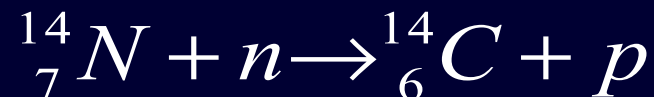
- Obvykle se stává, že nuklid, vzniklý po jistém rozpadu, je opět radioaktivní a dále se rozpadá a to se opakuje.
- Je známo několik **přírozených** i umělých rozpadových řad, například **uranová**, **thoriová**, **aktiniová** nebo **neptuniová**.
- Existence přírozených rozpadových řad, začínajících nuklidy s dlouhým poločasem rozpadu, je příčinou, proč se některé nuklidy v přírodě vyskytují a jiné ne. Předpokládá se, že po vzniku vesmíru existovaly všechny nuklidy, ale ty s krátkým poločasem rozpadu, které nejsou součástí některé z řad, již zmizely.
- Je důležité si uvědomit, že α -rozpad je **charakteristický**. Podle **energie** vylétajících α -částic jej lze vystopovat i ve vzorku, kde dochází **současně** k **několika** druhům rozpadů.

Radioaktivní datování I

- Znalost poločasu rozpadu určitého radionuklidu lze v principu použít jako **hodiny** pro měření časových intervalů.
- Nuklidy s **dlouhým** poločasem rozpadu mohou sloužit k určování stáří **hornin** ze Země, z **Měsíce** a z meteoritů. Používají se $^{40}\text{K} \rightarrow 1.25 \cdot 10^9 \text{y} \rightarrow ^{40}\text{Ar}$ nebo $^{235}\text{U} \rightarrow ^{206}\text{Pb}$.
- Pro měření kratších časových intervalů, zajímavých z historických důvodů, je důležitý rozpad ^{14}C s $\tau = 5730\text{y}$:



Tento radionuklid je převážně produkován s konstantní rychlostí v horních vrstvách atmosféry ostřelováním atmosférického dusíku kosmickým zářením :



Radioaktivní datování II

- V prvním přiblížení předpokládáme, že poměr $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ v atmosféře je dlouhodobě konstantní tedy, že v minulosti byl stejný jako nyní, tedy $1.3 \cdot 10^{-12}$. V důsledku **látkové výměny** byl a je stejný i v **žijících** rostlinách a zvířatech. Po jejich smrti se tento poměr ale snižuje. Jeho přesným změřením v organických látkách lze tak **datovat** okamžik smrti.
- Poměr $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ ovšem nebyl vždy přesně stejný. Přesněji jej lze určit v určité době například z letokruhů starých stromů.
- Jaderné pokusy v 50. letech tento poměr značně zvýšily. Díky tomu je ale možné určit stáří konkrétního živočicha.

Detekce záření I

- Detekci záření je založena vždy na z měření nějaké změny, kterou záření způsobuje.
- Detektory lze dělit z mnoha hledisek, např. podle :
- principu
 - Materiálové, filmové, elektronické
- časového průběhu detekce
 - Kontinuální, kumulativní
- komplexnosti požadované informace
 - Čítače, spektrometry
- zda zobrazují polohu záření nebo tvar paprsku
 - Mlžné komory, PSD

Detekce záření II

- Radioaktivní záření je schopno ionizovat atomy plynu, čímž se mění jeho vodivost. Na tomto principu je založena funkce Geiger-Müllerova a proporcionálního detektoru.
- Další možností je převést záření o vysoké energii na energii viditelného světla. Na tomto principu pracují scintilační detektory.
- Ve výzkumu částic s vysokou energií jsou též velmi důležité různé typy mlžných komor. Interpretace jejich obrazu je značně obtížná, ale je to ověřená cesta k NC.

Jaderné reakce I

- Přeměně jednoho prvku v jiný říkáme **transmutace**.
- K ní dochází, vyzáří-li nuklidy částice α , β nebo γ nebo **srazí-li se** s jiným nuklidem nebo menší částicí například neutronem nebo zářením γ . Tyto procesy se obecněji nazývají **jaderné reakce**.
- První jadernou reakci pozoroval v roce 1919 E. Rutheford. **Ostřeloval** látky částicemi α , jedinými vhodnými mikročásticemi, které byly v jeho době k dispozici a našel reakci :



Jaderné reakce II

- Velkého rozmachu dosáhly jaderné reakce po objevení **neutronu** J. Chadwickem v roce 1932
- Bylo to hlavně díky E. Fermimu, který si jako první uvědomil, že neutrony jsou pro bombardování jader vhodné proto, že **nemusí překonávat** coulombovskou **bariéru**.
- Později se navíc ukázalo, že nejvhodnější neutrony nejsou vysokoenergetické vzniklé přímo z jaderných reakcí, ale **pomalé** s energií 0.04 eV. Ty mohou vzniknou po dosažení tepelné rovnováhy ve vhodném **moderátoru** pokojové teploty. Mají totiž větší **pravděpodobnost záchytu**.

Jaderné reakce III

- Je-li jaderná reakce vyvolaná **bombardováním** jedné částice druhou je **celkové energetické zabarvení** reakce dáno nejen příslušným **hmotnostním schodkem**, ale také **kinetickými energiemi** částic před srážkou. Je-li tato energie **dostatečná**, lze vyvolat i reakci s **hmotnostním nadbytkem**.
- Mějme obecnou reakci



- Celková energie před reakcí a po ní je:

$$(m_a + m_X)c^2 + E_{ka} + E_{kX}$$

$$(m_b + m_Y)c^2 + E_{kb} + E_{kY}$$

Jaderné reakce IV

- Můžeme tedy například psát :

$$(m_a + m_X - m_b - m_Y)c^2 + E_{ka} + E_{kX} = E_{kb} + E_{kY}$$

První výraz je energetické zabarvení vlastní reakce Q :

$$Q + E_{ka} + E_{kX} = E_{kb} + E_{kY}$$

Zatímco **nutná** podmínka pro **samovolný** jaderný rozpad je $Q > 0$, nutná podmínka pro **vyvolanou jadernou reakci** je **kladná levá strana** této rovnice. Pro získání podmínky **postačující** je nutné vzít ještě v úvahu **zachování hybnosti**. Řadu reakcí je možno vyvolat jen díky obrovským **urychlovačům**.

Nukleární štěpení I

- Proces štěpení atomových jader objevili Otto Hahn, Fritz Strassmann, Lise Meitnerová a Otto Frish ke konci 30. let 20. století.
- **Bombardovali** uranové soli tepelnými **neutrony** a zjistili, že vniklo mnoho nových radioaktivních nuklidů včetně prvků ve **středu** periodické soustavy.
- Tento proces byl nazván **nukleární štěpení**.
- V případě uranu jej lze popsat rovnicí :



Nukleární štěpení II

- Uran ^{236}U existuje jen 10^{-12} s, takže se jedná o velice **rychlý** proces.
- Proces se vhodně popisuje pomocí **kapkového** modelu.
- Přitom se atom uranu se zpravidla nedělí na polovinu, ale na **nestejné** části. Typická reakce například je:



- Při štěpných reakcích je uvolněno **obrovské množství energie**. Rozdíl hmotnostního schodku **na nukleon** (!) mezi uranem a konečnými fragmenty je přibližně $8.5 - 7.6 = 0.9$ MeV. (Je třeba počítat s velkou přesností - VPA variable precision arithmetic v Matlabu.)

Nukleární štěpení III

- Procesu s jedním atomem se účastní 236 nukleonů. Energie uvolněná na jeden atom tedy je ~ 200 MeV.
- Tato energie je sice v makroskopickém měřítku nepatrná, ale při reakci se uvolňují další neutrony, které jsou schopny vyvolat takzvanou řetězovou reakci, tedy **mnoho** štěpných **procesů** za kratičkou **dobu**.
- Aby se tato reakce samostatně udržela, se dociluje optimalizací následujících podmínek :
 - neutrony musí být **zpomaleny** vhodným **moderátorem**
 - uranu musí být minimálně určité **kritické množství**
 - uran musí být **obohacen**, aby obsahoval větší poměr ^{235}U

Nukleární štěpení IV

- Štěpného procesu se využívá v atomové bombě, kde se energie uvolní ve velice krátkém okamžiku a v atomových elektrárnách, kde se uvolňuje dlouho a reakce se řídí.
- První řízené štěpení spustil E. Fermi v roce 1942.
- Řízení štěpné reakce se dosahuje sofistikovaným ovládním toku pomalých neutronů, vracejících se do reakce.
 - Jako moderátoru se užívá H_2O , D_2O nebo C (ve formě grafitu)
 - Podle toho se volí palivo např. ^{235}U nebo ^{239}Pu
 - Palivo a moderátor určují kritickou hmotnost
 - Reaktor se navrhuje v mírně nadkritickém režimu a tok neutronů se ovládá např. zasouváním kadmiových tyčí, absorbujících neutrony

Vyhořelé jaderné palivo I

- Při jaderném štěpení vznikají radioaktivní nuklidy.
- Problém vyhořelého jaderného paliva je zveličován různými lobistickými skupinami, které pro své cíle zneužívají důvěřivosti laického obyvatelstva, např. Jihočeských matek. Protože **energie** je pro civilizaci **zásadní** a **návrat** k přírodě **nereálný**, je třeba problémy racionálně **řešit**. Skutečnosti jsou zhruba následující:
- Nabízejí se **dvě varianty**, buď umístění vyhořelého paliva do **konečných úložišť** nebo jejich **přepřacování** na dále využitelné látky. Zatím se palivové články dávají na 40-50 let do **meziskladů** zpravidla v místě elektráren.

Vyhořelé jaderné palivo II

- Je vysoce **pravděpodobné**, že se lidstvo vydá cestou **přepracování**. **Zatím** je to **dražší** varianta, ale je téměř jisté, že v tomto směru bude dosaženo dalšího pokroku.
- Vyhořelý palivový článek obsahuje 95% ^{238}U , 1% ^{235}U a 1% ^{239}Pu . Tyto suroviny **lze** např. **ozařováním neutrony** dále přeměnit a **využít**. Pouze zbylá **3% zatím využít nedovedeme** a u nich se plánuje uložení do konečných úložišť. Těchto látek je asi 22. Z reaktoru **3 GW** je jich dohromady cca **300 kg** za rok a liší se samozřejmě zastoupením a poločasem rozpadu.

Nukleární fúze I

- Kromě štěpení se k získání energie nabízí nukleární fúze, tedy využití **vazebné energie** nebo **hmotnostního schodku**, který vyniká při sestavení jádra z jeho konstituentů.
- Velkým problémem ale je nutnost **překonat** odpudivou coulombovskou **bariéru**. Je k tomu potřeba **obrovských teplot** a ještě musí částice **protunelovat**.
- Lze to uskutečnit v **urychlovačích**, ale jen s jednotlivými částicemi. Tyto obtíže s makroskopickým množstvím částic jsou důvodem, proč **zatím nebyl** přes obrovskou snahu proces řízené nukleární fúze **zvládnut**.
- Zvládnutí by bylo velice výhodné, zvláště proto, že lidstvo má téměř **neomezenou zásobu vodíku** a reakcí **nevzniká vyhořelé palivo**.

Nukleární fúze II

- Zatímco o existenci štěpné řetězové reakce v přírodě jsou jen nepřímé, i když celkem přesvědčivé důkazy, k jaderné **fúzi** dochází v každé zářící **hvězdě**.
- Ve **Slunci** a hvězdách podobné **teploty** se pravděpodobně odehrává takzvaný **proton-protonový** cyklus :

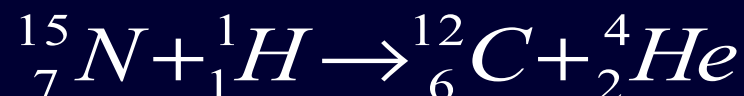
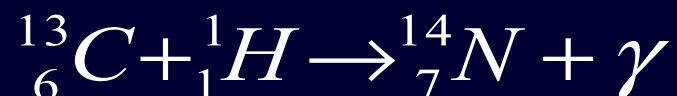


- Jeho energetická bilance tedy je :



Nukleární fúze III

- Energetická bilance je ve skutečnosti ještě větší o anihilační energii obou pozitronů, tedy cca 26.7 MeV.
- V teplejších hvězdách je pravděpodobnější **uhlíkový cyklus** :



Nukleární fúze IV

- Teorii proton-protonového a uhlíkového cyklu vypracoval v roce 1939 Hans Bethe.
- Uhlíkový cyklus napomáhá pochopení existence **těžkých prvků** v přírodě.
- Z křivky vazebné energie by se zdálo, že není důvod, aby vznikly prvky těžší, než ty blízko maxima *Fe* a *Ni*. V **nitru** velmi **hmotných hvězd** nebo při výbuchu **supernov** je však dostatek energie i k silně endotermickým reakcím, které vedou k prvkům ještě těžším.

Nukleární fúze V

- Pro řízenou termojadernou fúzi se zdá nejvhodnější reakce



- Tato reakce poskytuje větší energii na jednotku paliva a využívá deuterium, kterého je ve vodě asi 0.015%, což je cca 1 g v 60 l vody.
- Proton-protonový cyklus by byl ještě výhodnější, ale je uskutečnění v laboratoři se zatím považuje za vyloučené.

Nukleární fúze VI

- I pro dosažení fúze deuteria a tritia je potřebná velká energie a tedy vysoká teplota reagujících částic.
- Hmota při této teplotě má čtvrté skupenství plazma, což je proud samostatných částic.
- Tyto částice je nutné udržet při dané teplotě při dostatečné hustotě a po dostatečně dlouhou dobu. Pro úspěšný chod řízené fúze je nutné splnit Lawsonovo kritérium :

$$n\tau > 10^{20} \text{ sm}^{-3}$$

- Nyní je velká neděže buď v konstrukci Tokamaků, se kterými začali Rusové v 70. letech nebo ve využití energie mnoha laserů soustředěných do malého prostoru.

Rutherford 1911-1913 I

Částice α o $E_k = 5.3 \text{ MeV}$ směřuje k jádru Au a po interakci se vrací po stejné přímce. Pronikne do jádra?

Částice se dostane do takové vzdálenosti d od jádra, kde je její coulombovská potenciální energie rovna výchozí E_k :

$$E_k = \frac{kq_\alpha q_{Au}}{d} \Rightarrow d = \frac{kq_\alpha q_{Au}}{E_k} \Rightarrow$$

$$d = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 79 \cdot (1.6 \cdot 10^{-19})^2}{5.3 \cdot 10^6 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} = 4.29 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

Rutherford II

Vzdálenost 43 fm je z makroskopického pohledu nepatrná. Velmi krátká je i vzhledem k velikosti atomu. Nicméně je o půl řádu větší, než je velikost atomového jádra Au :

$$R_c = R_0 (A)^{\frac{1}{3}} = 1.2 \cdot 10^{-15} (197)^{\frac{1}{3}} = 6.86 \text{ fm}$$

Částice α tedy do jádra nepronikne a vzhledem ke spádu potenciálu, lze říci, že tam zdaleka nepronikne. Aby nabitě částice pronikly do jádra, musí být urychleny na obrovské energie ve velkých urychlovačích nebo musí být použity částice bez náboje – neutrony. Ty ale nelze snadno urychlit.



Velikost jader

Odhadněte velikost jader ${}^1\text{H}$, ${}^{40}\text{Ca}$, ${}^{208}\text{Pb}$, ${}^{235}\text{U}$?

Použijeme vztah :

$$d = A^{\frac{1}{3}} 2.4 \quad [fm]$$

Tedy :

$$d({}^1\text{H}) = 2.4 \text{ fm}$$

$$d({}^{40}\text{Ca}) = 8.2 \text{ fm}$$

$$d({}^{208}\text{Pb}) = 14 \text{ fm}$$

$$d({}^{235}\text{U}) = 15 \text{ fm}$$

Rozpětí průměrů stabilních atomů je 2.4 až 15 fm.



Vazebná energie Fe

Jaká je vazebná energie vztažená na nukleon u ${}_{26}^{56}\text{Fe}$ je-li hmotnost tohoto izotopu $55.9349 u$?

Atom má 26 protonů, 26 elektronů a 30 neutronů. Jejich celková hmotnost je :

$$26 \cdot 1.007825 + 30 \cdot 1.008665 = 56.4635u$$

Po odečtení hmotnosti celého atomu dostáváme hmotnostní schodek (mass defect) $\Delta m = 0.5286 u = 492.5 \text{ MeV}$.

Ten odpovídá energii, která by se uvolnila, kdybychom atom Fe sestavili z jednotlivých nukleonů a elektronů.

Tuto energii bychom museli naopak dodat, abychom existující atom Fe na jednotlivé komponenty rozložili.

Vydělením počtem nukleonů dostáváme vazebnou energii na jeden nukleon 8.8 MeV .



Vazebná energie He

Jaká je vazebná energie vztažená na nukleon u ${}^4_2\text{He}$, je-li hmotnost tohoto izotopu $4.002603 u$?

Atom má 2 protony, 2 elektrony a 2 neutrony. Jejich celková hmotnost je: $2 \cdot m_D + 2 \cdot m_{{}_1^1\text{H}} =$

$$2 \cdot 1.017330 + 2 \cdot 2.015650 = 4.032980u$$

Po odečtení hmotnosti celého atomu dostáváme hmotnostní schodek (mass defect) $\Delta m = 0.030377 u = 28.3 \text{ MeV}$.

Tato energie by se uvolnila, kdybychom atom *He* sestavili z jednotlivých nukleonů a elektronů.

Tuto energii bychom museli naopak dodat, abychom existující jádro *He* na jednotlivé komponenty rozložili.

Vydělením počtem nukleonů dostáváme vazebnou energii na jeden nukleon 7.1 MeV .



Vazebná energie neutronu

Jaká je vazebná energie posledního neutronu atomu ${}^{13}_6\text{C}$
($M({}^{13}_6\text{C}) = 13.003355 \text{ u}$) ?

Porovnáme hmotnost atomu se součtem hmotností
neutronu a atomu ${}^{12}_6\text{C}$:

$$12 \cdot 1 + 1.008665 - 13.003355 = 0.00531 \text{ u}$$

$\Delta m = 0.00531 \text{ u} = 4.95 \text{ MeV}$. To je energie, kterou je
potřeba dodat, abychom odstranili neutron z atomu.



Radioaktivita I

Máme naváženo 1.51 μg dusíku ^{13}N , rozpadajícím se s poločasem 600s. Kolik obsahuje atomů N_0 a jaká je počáteční aktivita R_0 ? Jaká bude aktivita za jednu hodinu a kdy dosáhne aktivita hodnotu 1 bq?

Atomovou hmotnost izotopu můžeme najít na webové stránce NIST:

http://physics.nist.gov/cgi-bin/Compositions/stand_alone.pl?ele=&ascii=ascii2&isotype=all

$$M = 13.00573861 \text{ u.} \quad N_0 = \frac{mN_A}{M} = 7.2 \cdot 10^{16}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{\tau} = 1.15 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1} \Rightarrow R_0 = \lambda N_0 = 8.3 \cdot 10^{13} \text{ bq}$$

$$R(3600) = 1.263 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}; R(27720) = 1 \text{ s}^{-1}$$



Rozpad α I

Uvažujme následující hmotnosti v [u] :

$$^{238}\text{U} \quad 238.05079$$

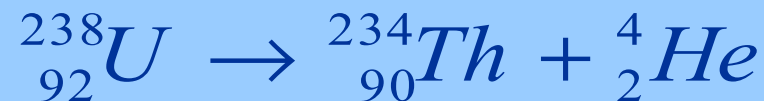
$$^{234}\text{Th} \quad 234.04363$$

$$^{237}\text{Pa} \quad 237.05121 \quad (\text{protaktinium } Z=91)$$

$$^4\text{He} \quad 4.00260$$

$$^1\text{H} \quad 1.00783$$

1) Najděte energetickou bilanci reakce :

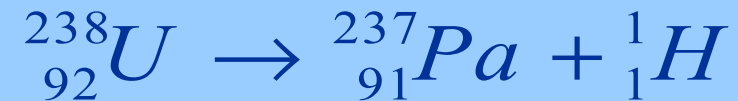


$$\Delta m = 0.00456 \text{ u a tedy}$$

$$Q = \Delta mc^2 = 0.00456 \text{ u} * 931.5 \text{ MeV/u} = 4.25 \text{ MeV.}$$

Rozpad α II

2) Najděte energetickou bilanci reakce :



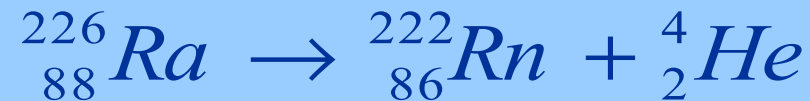
$$\Delta m = -0.00783 \text{ u a tedy } Q = -7.68 \text{ MeV.}$$

Jádro atomu uranu je tedy nutno dodat energii 7.68 MeV, aby vypustilo proton. K této reakci tedy nemůže dojít **spontánně**.



Rozpad α III

3) Jakou energii bude mít částice α a dceřiný atom při reakci :



$\Delta m = 0.005229 \text{ u}$ a tedy $Q = 4.8712 \text{ MeV}$.

Předpokládejme obecněji, že z atomu, který byl v klidu, vyletí částice o hmotnosti m a zůstane dceřiný atom o hmotnosti M . Celková hybnost musí zůstat nulová $p_M = p_m$, čehož lze použít pro nalezení poměru kinetických energií vzniknuvších částic :

$$E_{KM} = \frac{p_M^2}{2M} = \frac{p_m^2}{2M} = \frac{p_m^2 m}{2m M} = E_{Km} \frac{m}{M}$$



Rozpad α IV

Součet těchto kinetických energií ale musí být roven Q , takže lze najít obě kinetické energie :

$$E_{KM} = \frac{p_M^2}{2M} = \frac{p_m^2}{2M} = \frac{p_m^2 m}{2mM} = E_{Km} \frac{m}{M}$$

$$Q = E_{KM} + E_{Km} = E_{Km} \left(1 + \frac{m}{M}\right) \Rightarrow$$

$$E_{KM} = \frac{Qm}{M+m}; \quad E_{Km} = \frac{QM}{M+m}$$

V našem případě $M = 222 \text{ u}$ a $m = 4 \text{ u}$, takže 1.8 % energie si odnáší dceřiné jádro a 98.2 % částice α . Její energie bude $E_{K\alpha} = 4.785 \text{ MeV}$ a je tedy méně než $Q = 4.8712 \text{ MeV}$.



Rozpad β^- I

Najděte energetickou bilanci reakce :



Vzniklý atom dusíku má jen 6 elektronů, čili je to kladný iont, ale přičteme-li elektron β^- -záření, je hmotnost po rozpadu rovna hmotnosti neutrálního izotopu ${}^{14}\text{N}$, tedy :

$$\Delta m = m({}^{14}\text{N}) - m({}^{14}\text{C}) = 14.003242 - 14.003074 = 0.000168 \text{ u}$$

a tedy $Q = 0.000168 \text{ u} * 931.5 \text{ MeV/u} = 156.5 \text{ keV}$.

β^- -elektrony mají energii od nuly po tuto hodnotu, část energie přebírá jádro, ale aby byla zachována energie a moment hybnosti, byla předpovězena nová částice – neutrino.



Střední doba života I

Pomocný neurčitý integrál lze vypočítat buď metodou per partes nebo jako integrál s parametrem. Ukažme druhou cestu :

$$\int t \exp(at) dt = \int \frac{d}{da} \exp(at) dt = \frac{d}{da} \int \exp(at) dt =$$
$$\frac{d}{da} \left[\frac{\exp(at)}{a} \right] = \frac{\exp(at)}{a^2} (at - 1)$$

Dosadíme za $a = -\lambda$ a vypočteme určitý integrál :

$$\int_0^{\infty} t \exp(-\lambda t) dt = \left[\frac{\exp(-\lambda t)}{\lambda^2} (-\lambda t - 1) \right]_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda^2}$$

Střední doba života II

Ještě spočítejme určitý integrál pro normalizaci :

$$\int_0^{\infty} \exp(-\lambda t) dt = \left[\frac{-\exp(-\lambda t)}{\lambda} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda}$$

Konečně vypočteme střední dobu života, ze které je patrný fyzikální význam konstanty rozpadu :

$$\Theta = \frac{\int_0^{\infty} t \exp(-\lambda t) dt}{\int_0^{\infty} \exp(-\lambda t) dt} = \frac{1}{\lambda^2} \cdot \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda}$$



Radioaktivní datování I

HR 43-8: Měření horniny z Měsíce hmotnostním spektrometrem ukázala, že poměr $N_{40_{Ar}} / N_{40_K} = 10.3$

Jaké je stáří horniny, předpokládáme-li že všechny argonové atomy vznikly β rozpadem (elektronovým záchytem) draslíku při reakci $40K \rightarrow 40Ar$ s poločasem $\tau = 1.25 \cdot 10^9$ y?

Jestliže hornina obsahovala N_0 atomů K v době vzniku, bude jich v době datování t obsahovat :

$$N_K(t) = N_0 \exp(-\lambda t)$$

Počet Ar atomů v době datování tedy je :

$$N_{Ar}(t) = N_0 - N_K(t)$$

Radioaktivní datování II

Z obou rovnic vyloučíme neznámé množství N_0 a upravíme :

$$N_{Ar}(t) = N_K(t)[\exp(\lambda t) - 1] \Rightarrow$$

$$\lambda t = \ln\left(\frac{N_{Ar}}{N_K} + 1\right)$$

Konstantu rozpadu λ vyjádříme pomocí jeho poločasu τ :

$$\lambda = \frac{\ln 2}{\tau}$$

a nakonec obdržíme :

$$t = \frac{\tau \ln\left(\frac{N_{Ar}}{N_K} + 1\right)}{\ln 2} = \frac{1.25 \cdot 10^9 \ln(10.3 + 1)}{\ln 2} = 4.37 \cdot 10^9 \text{ y}$$



Radioaktivní datování III

Část kosti z pravěkého zvířete obsahuje $m = 200$ g uhlíku a je naměřena aktivita 16 bq.

Jak stará je tato kost ?

Konstantní poměr $r = {}^{14}\text{C}/{}^{12}\text{C} = 1.3 \cdot 10^{-12}$. V době smrti zvířete obsahoval úlomek kosti N_0 atomů ${}^{14}\text{C}$ (přibližně stejně jako nyní!):

$$N_0 = N_A \frac{m}{M} r = 6.023 \cdot 10^{23} \frac{200}{12} \cdot 1.3 \cdot 10^{-12} = 1.3 \cdot 10^{13}$$

Pro aktivitu v čase datování t platí :

$$R(t) = -\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N_0 \exp(-\lambda t) = R_0 \exp(-\lambda t)$$

Radioaktivní datování IV

Čas datování tedy lze po úpravách vyjádřit :

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{R_0}{R(t)} = \frac{1}{3.83 \cdot 10^{-12}} \ln \frac{50}{16} = 2.98 \cdot 10^{11} \text{ s} = 9400 \text{ y}$$

Konstantu rozpadu λ jsme vyjádřili pomocí poločasu τ a pomocí ní určili aktivitu R_0 :

$$\lambda = \frac{\ln 2}{\tau} = \frac{0.693}{5730 \cdot 3.156 \cdot 10^7} = 3.83 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1}$$

$$R_0 = \lambda N_0 = 3.83 \cdot 10^{-12} \cdot 1.3 \cdot 10^{13} = 50 \text{ s}^{-1}$$

Aktivita R [s^{-1}] se relativně snadno měří, ale při výpočtu je nutné dát pozor na jednotky času!



Teplota pro D-T fúzi I

Odhadněte teplotu potřebnou k překonání odpuzivých sil při fúzi deuterium-tritium?

Předpokládejme, že jádra se čelně srazí a musí mít takovou kinetickou energii, aby se dotkla. Tedy vzdálenost jejich center musí být minimálně součet poloměru deuteria $f_d \sim 1.5 \text{ fm}$ a tritia $f_t \sim 1.7 \text{ fm}$:

$$2E_k \approx k \frac{e^2}{(r_d + r_t)} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (1.6 \cdot 10^{-19})^2}{3.2 \cdot 10^{-15} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} \approx 0.45 \text{ MeV}$$

Teplota pro D-T fúzi II

Předpokládejme platnost ekvipartičního teorému :

$$\langle E_k \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

Pro teplotu tedy platí :

$$T = \frac{2E_k}{3k_B} = \frac{0.45 \cdot 1.6 \cdot 10^{-13}}{3 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23}} \approx 2 \cdot 10^9 \text{ K}$$

Ve skutečnosti vychází teplota poněkud nižší $\sim 4 \cdot 10^8 \text{ K}$.

Je tomu tak vzhledem k platnosti Maxwellova rozdělení a schopnosti částic tunelovat.



Výpočet aktivity

Jaká je aktivita $m = 1g$ uranu ^{238}U s poločasem rozpadu $\tau = 4 \cdot 10^9$ let?

$$R_0 = \lambda N_0 = \frac{\ln(2) m N_A}{\tau M} = \frac{0.69 \cdot 6 \cdot 10^{23}}{4 \cdot 10^9 \cdot 3.16 \cdot 10^7 \cdot 238} = 13876 \text{ Bq}$$

Tedy 1734 Bq do jednoho oktantu nebo 1104 Bq do jednoho steradianu. Přestože má tento izotop velmi dlouhý poločas rozpadu a jedná se o jediný gram, je aktivita překvapivě vysoká!

Lze také snadno ukázat, že např. za 1 milion let se aktivita prakticky nezmění, protože $\exp(-\ln 2 \cdot 10^6 / 10^9) \sim 1$.

