Lev B. Okuň

O pojmu hmotnost (Hmotnost, energie, relativita)

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 35 (1990), No. 5, 285--301

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/139364

Hermann Weyl říká: „Vnějškově se nezdá, že by [tento postoj] škodil naší každodenní práci a přece musím pro jednou přiznat, že měl značný praktický vliv na můj matematický život. Usměrňoval moje zájmy do oblastí, které jsem pokládal za poměrně ‚bezpečné' a neustále oslaboval mé nadšení a rozhodnost, se kterými jsem konal svou vědeckou práci".

Myslím, že lze spravedlivě říci, že bez jistého druhu víry, která zahrnuje víru ve skutečnou existenci čísel a množin, a bez otevřenosti vůči tomu, co Weyl považoval za teologické myšlení, nebude plně obnovena tvůrčí energie matematiků. Neboť tvůrčí matematikové v plném významu toho slova potřebují mít pocit, že věda o nekonečnu není pouze užitečným nesmyslem, ale že je smysluplná, významná a pravdivá a že v sobě zahrnuje všechny krásy a všechna tajemství, které nám přislíbili Newton, Gauss a Cantor.

Přeložil Oldřich Kowalski

(Podzim 1983)

---

vyučování

O POJMU HMOTNOST

(Hmotnost, energie, relativita)

L. B. Okuň

1. Malý test místo úvodu

Einsteinův vztah, určující souvislost mezi hmotností tělesa a energií v něm obsaženou, je bezesporu nejvýznamnějším vztahem teorie relativity. Umožnil nám nově, hlouběji pochopit svět kolem nás. Jeho praktické důsledky jsou ohromné. V jistém smyslu se tento vztah stal symbolem vědy 20. století.

V literatuře se lze setkat se čtyřmi rovnicemi, které vyjadřují fyzikální smysl vztahu mezi hmotností a energií:

$$E_0 = mc^2\,, \tag{1.1}$$

$$E = mc^2\,, \tag{1.2}$$

$$E_0 = m_0c^2\,, \tag{1.3}$$

$$E = m_0c^2\,; \tag{1.4}$$

zde c je rychlost světla, E je celková energie tělesa, m je jeho hmotnost, E_0 je klidová energie, m_0 je hmotnost téhož tělesa v klidu.

V populárně vědecké literatuře, ve školních učebnicích a ve většině vysokoškolských učebnic převládá vztah (1.2) [a jeho důsledek – vztah (1.3)], který se obvykle čte zprava doleva a interpretuje se takto: hmotnost tělesa se zvětšuje s jeho energií jak vnitřní, tak i kinetickou.

V převážné většině seriózních monografií a vědeckých pojednání z teoretické fyziky, především z teorie elementárních částic, pro niž je teorie relativity pracovním nástrojem, se zpravidla vůbec nepoužívají vztahy (1.2) a (1.3). Podle těchto knih se hmotnost m tělesa při jeho pohybu ne-

---

Lev Borisovič Okuň, nar. 7. 7. 1929, člen korespondent AV SSSR, profesor. Od r. 1954 pracuje v Ústavu teoretické a experimentální fyziky v Moskvě v oboru teorie elementárních částic.

Článek je přeložen z časopisu Uspechi fizičeskich nauk, sv. *158*, č. 3, červenec 1989.

mění a za správný se považuje vztah (1.1). Přitom se samotný termín „klidová hmotnost" i označení m_0 zdají být zbytečné, a proto se neužívají. Zdá se tedy, jako by existovala jakási pyramida, jejíž základnu tvoří populárně vědecké knihy a školní učebnice, vydávané v miliónových nákladech; její vrchol tvoří monografie a články z teorie elementárních částic, jejichž náklad dosahuje tisíců exemplářů.

Mezi vrcholem a základnou této pomyslné pyramidy je značný počet knih a článků, kde se záhadným způsobem udržuje koexistence všech tří (a dokonce čtyř!) vztahů. Vzniklou situaci zavinili především teoretičtí fyzikové, kteří až dosud nevysvětlili širokému okruhu vzdělaných lidí tento jednoduchý problém.

Cílem tohoto článku je co možná nejjednodušším způsobem ukázat, proč je vztah (1.1) adekvátní podstatě teorie relativity a vztahy (1.2) a (1.3) nikoli, a tím napomoci tomu, aby se v učební a populárně vědecké literatuře používalo jasné terminologie, která by nevedla k omylům a nedorozuměním. V dalším budu takovou terminologii nazývat správnou. Doufám, že se mi podaří čtenáře přesvědčit o těchto skutečnostech:

a) termín „klidová hmotnost" m_0 je zbytečný,

b) místo o „klidové hmotnosti" se má hovořit o hmotnosti m, která je pro obyčejná tělesa v teorii relativity i v Newtonově mechanice jedna a táž,

c) v obou teoriích hmotnost m nezávisí na soustavě souřadnic,

d) pojem hmotnosti závislé na rychlosti vznikl na počátku 20. stol. v důsledku neoprávněného rozšíření Newtonova vztahu mezi hybností a rychlostí také na oblast rychlostí, srovnatelných s rychlostí světla, v níž tento vztah neplatí,

e) koncem 20. století je nutno se s pojmem hmotnosti závislé na rychlosti rozloučit s konečnou platností.

Článek sestává ze dvou částí. V první části (odst. 2–12) se jedná o úloze hmotnosti v Newtonově mechanice. Potom se probírají základní vzorce teorie relativity, které spojují energii a hybnost částice s její hmotností a rychlostí, zavádí se souvislost zrychlení se silou a je uveden relativistický výraz pro gravitační sílu. Ukážeme, jak se definuje hmotnost soustavy složené z několika částic a uvedeme příklady fyzikálních procesů, při nichž se hmotnost tělesa nebo soustavy těles mění tím, že děj je doprovázen absorpcí nebo emisí částic s nenulovou kinetickou energií.

Druhá část (odst. 13–18) se týká historie vzniku pojmu hmotnosti tělesa, zvětšující se s jeho energií, tzv. relativistické hmotnosti. Ukážeme, že používání tohoto zastaralého pojmu neodpovídá čtyřrozměrně symetrickému tvaru teorie relativity a vede k četným nedorozuměním v učební i populárně vědecké literatuře.

1. Fakta

2. Hmotnost v Newtonově mechanice

Je známo, že v Newtonově mechanice má hmotnost mnoho důležitých vlastností a projevuje se několika způsoby:

i) hmotnost se projevuje jako míra množství látky;

ii) hmotnost složeného tělesa se rovná součtu hmotností jeho jednotlivých složek;

iii) hmotnost izolované soustavy těles se zachovává tj. nemění se s časem;

iv) hmotnost tělesa se nemění při přechodu od jedné vztažné soustavy ke druhé, zvláště pak je hmotnost stejná v různých inerciálních soustavách souřadnic;

v) hmotnost tělesa je mírou jeho setrvačnosti;

vi) hmotnosti těles jsou zdrojem jejich vzájemného gravitačního přitahování.

Dvou posledních vlastností hmotnosti si povšimněme podrobněji.

Jako míra setrvačnosti tělesa se hmotnost m vyskytuje v rovnici

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} \tag{2.1}$$

a v rovnicích

$$\begin{aligned} E_{\text{kin}} &= \frac{\mathbf{p}^2}{2 \,.\, m}, \\ E_{\text{kin}} &= \frac{m\,\mathbf{v}^2}{2}. \end{aligned} \tag{2.2}$$

Homogenita prostoru a času má za následek, že se hybnost a energie volného tělesa zachovávají vzhledem k inerciální vztažné soustavě souřadnic. Hybnost tělesa se mění s časem pouze působením jiných těles:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}, \tag{2.3}$$

kde $\mathbf{F}$ je síla působící na těleso. Uvážíme-li, že podle definice se zrychlení $\mathbf{a}$ rovná

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}, \tag{2.4}$$

pak se zřetelem ke vztahu (2.1) a (2.3) dostaneme:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}. \tag{2.5}$$

V této rovnici hmotnost znova vystupuje jako míra setrvačnosti. V Newtonově mechanice se tedy míra setrvačnosti definuje rovnicemi (2.1) a (2.5). Někteří autoři dávají přednost rovnici (2.1), jiní zase rovnici (2.5). Pro tento článek je důležité pouze to, že obě definice jsou v Newtonově mechanice současně v platnosti.

Věnujme se nyní gravitaci. Potenciální gravitační energie soustavy dvou těles o hmotnostech M a m (např. Země a zrnko písku) je dána vztahem

$$U_g = -\frac{G \,.\, M \,.\, m}{r}. \tag{2.6}$$

Síla, s níž Země přitahuje zrnko písku, se rovná

$$\mathbf{F}_g = -\frac{G \,.\, M \,.\, m \,.\, \mathbf{r}}{r^3}, \tag{2.7}$$

kde radiusvektor $\mathbf{r}$, spojující středy obou těles, směřuje od středu Země ke středu zrnka písku. (Stejně velikou silou opačného směru zrnko písku přitahuje Zemi.)

Ze vztahů (2.5) a (2.7) plyne, že zrychlení tělesa volně padajícího v gravitačním poli Země nezávisí na jeho hmotnosti. Zrychlení v gravitačním poli Země obvykle označujeme $\mathbf{a}_g$:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_g &= \frac{\mathbf{F}_g}{m}, \\ \mathbf{a}_g &= -\frac{G \,.\, M \,.\, \mathbf{r}}{r^3}. \end{aligned} \tag{2.8}$$

Veličinu $\mathbf{a}_g$ na povrchu Země snadno odhadneme: dosadíme-li do vztahu (2.8) hodnoty hmotnosti a poloměru Země ($M_Z \sim 6 \,.\, 10^{24}$ kg, $R_Z \leqq 6{,}4 \,.\, 10^6$ m), dostaneme hodnotu $\mathbf{a}_g \doteq 9{,}8$ m/s^2.

Univerzální charakter veličiny $\mathbf{a}_g$ poprvé formuloval Galilei, který dospěl k závěru, že zrychlení volně padající kuličky nezáleží na její hmotnosti ani na materiálu, z něhož je vyrobena. S velkou přesností tuto nezávislost potvrdil počátkem 20. stol. Eötvös. Potvrdila to též řada experimentů z nedávné doby. Nezávislost gravitačního zrychlení na hmotnosti urychlovaného tělesa se ve školních učebnicích fyziky obvykle charakterizuje jako rovnost inerciální a gravitační hmotnosti a přitom se má na mysli, že jedna a táž veličina m vchází jak do vztahu (2.5), tak i do vztahů (2.6) a (2.7).

Nebudeme se již zabývat dalšími vlastnostmi hmotnosti uvedenými na začátku této kapitoly, a to proto, že se zdají být zřejmé. Např. nikdo nepochybuje o tom, že hmotnost vázy se rovná hmotnosti střepů, které z ní vzniknou:

$$m = \sum_i m_i \,. \tag{2.9}$$

Nikdo také nepochybuje o tom, že hmotnost dvou automobilů se rovná součtu jejich hmotností nezávisle na tom, zda automobily stojí nebo se proti sobě pohybují maximální rychlostí.

3. Galileův princip relativity

Podstatou Newtonovy mechaniky je princip relativity.

V jedné z Galileových knih je úvaha o tom, že v lodní kajutě se spuštěnými záclonami nelze pomocí žádných mechanických pokusů zjistit rovnoměrný a přímočarý pohyb lodi vzhledem ke břehu. Když Galileo uváděl tento příklad, zdůrazňoval, že žádné mechanické pokusy nemohou odlišit jednu inerciální vztažnou soustavu od druhé. Tomuto tvrzení se dostalo názvu Galileův princip relativity. Matematicky se tento princip projevuje v tom, že rovnice Newtonovy mechaniky se nemění při přechodu k novým souřadnicím

$$\boldsymbol{r} \to \boldsymbol{r}' = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{v} \,.\, t \,; \; t \to t' = t \,,$$

kde $\boldsymbol{v}$ je rychlost nové inerciální soustavy souřadnic vzhledem k původní soustavě.

4. Einsteinův princip relativity

Počátkem 20. stol. byl zformulován ještě obecnější princip, který dostal název Einsteinův princip relativity. Podle tohoto principu nejen mechanické, ale ani žádné jiné experimenty (optické, elektrické, magnetické apod.) nemohou odlišit jednu inerciální soustavu od jiné. Teorie vybudovaná na tomto principu je teorie relativity.

Na rozdíl od nerelativistické Newtonovy mechaniky teorie relativity bere v úvahu, že v přírodě existuje limitní rychlost c, s níž se šíří fyzikální signály: $c = 3 \,.\, 10^8$ m/s.

O veličině c se obvykle hovoří jako o rychlosti světla ve vakuu. Teorie relativity umožňuje studovat pohyb těles (částic) s libovolnými rychlostmi v, včetně $v = c$. Nerelativistická Newtonova mechanika je limitním případem relativistické Einsteinovy mechaniky při $v/c \to 0$. V Newtonově mechanice formálně neexistuje limitní rychlost šíření signálů, tj. $c \to \infty$.

Zavedení Einsteinova principu relativity vyžadovalo změnu názorů na takové fundamentální pojmy jako prostor, čas, současnost. Ukázalo se, že vzdálenosti mezi dvěma jevy jak v prostoru $\boldsymbol{r}$, tak v čase t nezůstanou neměnné při přechodu od jedné inerciální soustavy souřadnic ke druhé, ale chovají se jako složky čtyřrozměrného vektoru v čtyřrozměrném časoprostoru Minkowského. Neměnnou, invariantní při tom zůstává jenom veličina s, která se nazývá interval: $s^2 = c^2 \,.\, t^2 - \boldsymbol{r}^2$.

5. Energie, hybnost a hmotnost v teorii relativity

Základní vztahy teorie relativity pro volně se pohybující částici (pro soustavy částic, tělesa) jsou

$$(5.1)\qquad E^2 - \mathbf{p}^2 \,.\, c^2 = m^2 \,.\, c^4 \,;$$

$$(5.2)\qquad \mathbf{p} = \frac{\mathbf{v}\,.\,E}{c^2} \,;$$

zde E je energie, $\mathbf{p}$ je hybnost, m je hmotnost a $\mathbf{v}$ je rychlost částice (soustavy částic, tělesa). Nutno zdůraznit, že hmotnost m a rychlost $\mathbf{v}$ částice nebo tělesa, jsou tytéž veličiny, s nimiz se setkáváme v kvantové mechanice. Podobně jako čtyřrozměrné souřadnice t, $\mathbf{r}$ jsou energie E a hybnost $\mathbf{p}$ složkami čtyřrozměrného vektoru. Při přechodu od jedné inerciální soustavy souřadnic ke druhé se mění v souladu s Lorentzovými transformacemi. Hmotnost se při tom nemění, je Lorentzovým invariantem.

Nutno zdůraznit, že stejně jako v Newtonově mechanice také v teorii relativity platí zákony zachování energie i hybnosti izolované částice nebo izolované skupiny částic.

Kromě toho podobně jako v Newtonově mechanice jsou energie a hybnost aditivní: celková energie a hybnost n volných částic jsou dány vztahy:

$$(5.3)\qquad E = \sum_{i=1}^{n} E_i \,,\quad \mathbf{p} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{p}_i \,.$$

V teorii relativity se hmotnost izolované soustavy zachovává, nemění se v čase, avšak není aditivní.

Nejdůležitější poznatek, v němž se teorie relativity liší od nerelativistické mechaniky je v tom, že energie tělesa je nenulová i tehdy, je-li těleso v klidu, tj. při $\mathbf{v} = 0$, $\mathbf{p} = 0$. Jak je patrno z (2.1), je klidová energie tělesa (obvykle ji označujeme E_0) úměrná jeho hmotnosti:

$$(5.4)\qquad E_0 = m \,.\, c^2 \,.$$

Hlavním praktickým důsledkem teorie relativity je Einsteinovo tvrzení z r. 1905, že v tělese nacházejícím se v klidu jsou ohromné zásoby energie. Na vztahu (5.4) je založena veškerá jaderná energetika.

6. Limitní případy relativistických rovnic

Pozoruhodnou vlastností rovnic (5.1) a (5.2) je, že popisují pohyb částic v celém intervalu rychlostí: $0 \leqq v \leqq c$. Např. při $v = c$ plyne z (5.2), že

$$(6.1)\qquad pc = E \,.$$

Dosadíme-li (6.1) do (5.1), dojdeme k závěru, že pohybuje-li se částice rychlostí c, je její hmotnost rovna nule a obráceně. Pro částici s nulovou hmotností neexistuje soustava souřadnic, vzhledem ke které by tato částice byla v klidu.

Pro částice s nenulovou hmotností (dokonce i při velmi malé hmotnosti) je vhodnější vyjadřovat vzorce pro energii a hybnost pomocí hmotnosti a rychlosti. Za tím účelem dosadíme (5.2) do (5.1).

$$(6.2)\qquad E^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = m^2 \,.\, c^4$$

a po odmocnění dostaneme

$$(6.3)\qquad E = m \,.\, c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} .$$

Po dosazení (6.3) do (5.2) dostaneme

$$(6.4)\qquad \mathbf{p} = m\mathbf{v}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} .$$

Ze vztahů (6.3) a (6.4) je zřejmé, že těleso s nenulovou hmotností se nemůže pohybovat rychlostí světla, protože v tom případě by jeho energie a hybnost rostly nade všechny meze.

V literatuře o teorii relativity se zpravidla užívá označení:

$$(6.5)\qquad \beta = \frac{v}{c} \,,$$

$$(6.6)\qquad \gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2} \,.$$

Použijeme-li výrazu pro γ, můžeme výrazy pro E a $\mathbf{p}$ zapsat ve tvaru

$$(6.7)\qquad E = m \,.\, c^2 \,.\, \gamma \,,$$

$$(6.8)\qquad \mathbf{p} = m \,.\, \mathbf{v} \,.\, \gamma \,.$$

Kinetickou energii E_{kin} definujeme jako rozdíl celkové energie E a klidové energie E_0 tělesa:

$$(6.9) \quad E_{\text{kin}} = E - E_0 = m \,.\, c^2 \,.\, (\gamma - 1) \,.$$

Pro $v/c \ll 1$, ponecháváme ve vztazích (6.8) a (6.9) pouze první členy rozkladu výrazu γ. V tom případě se vracíme ke vztahům Newtonovy mechaniky. Z toho je zřejmé, že hmotnost tělesa v Newtonově mechanice a hmotnost téhož tělesa v relativistické mechanice je jedna a táž veličina.

7. Souvislost mezi silou a zrychlením v teorii relativity

Lze ukázat, že v teorii relativity platí rovnice Newtonovy mechaniky

$$(7.1) \qquad \mathbf{F} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{p}}{\mathrm{d}t} \,.$$

Ze vztahu (7.1) a z definice zrychlení

$$(7.2) \qquad \mathbf{a} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t}$$

snadno dostaneme

$$(7.3) \quad \mathbf{F} = m \,.\, \gamma \,.\, \mathbf{a} + m \,.\, \gamma^3 \,.\, \boldsymbol{\beta} \,.\, (\beta \,.\, a) \,.$$

V teorii relativity není tedy vektor zrychlení souhlasně rovnoběžný s vektorem síly, ale má také složku ve směru rychlosti.

Vynásobíme-li (7.3) rychlostí $\mathbf{v}$, dostaneme

$$(7.4) \quad \mathbf{av} = \frac{\mathbf{F} \,.\, \mathbf{v}}{m \,.\, \gamma \,.\, (1 + \gamma^2 \,.\, \beta^2)} = \frac{\mathbf{F} \,.\, \mathbf{v}}{m \,.\, \gamma^3} \,.$$

Dosazením (7.4) do (7.3) dostaneme

$$(7.5) \quad \mathbf{F} - (\mathbf{F} \,.\, \beta)\, \beta = m \,.\, \gamma \,.\, \mathbf{a} \,.$$

Rovnice (7.3) je z hlediska Newtonovy mechaniky neobvyklá, avšak z hlediska teorie relativity správně popisuje pohyb částic. Její vlastnosti se od začátku tohoto století mnohokrát prověřovaly v různých konfiguracích elektrických i magnetických polí. Tato rovnice je základem inženýrských výpočtů relativistických urychlovačů.

Jestliže tedy jsou vektory síly $\mathbf{F}$ a rychlosti $\mathbf{v}$ k sobě navzájem kolmé, pak

$$(7.6) \qquad \mathbf{F} = m \,.\, \gamma \,.\, \mathbf{a} \,;$$

jsou-li vektory síly $\mathbf{F}$ a rychlosti $\mathbf{v}$ souhlasně rovnoběžné, pak

$$(7.7) \qquad \mathbf{F} = m \,.\, \gamma^3 \,.\, \mathbf{a} \,.$$

Pokusíme-li se tedy definovat setrvačnou hmotnost jako poměr velikostí síly ke zrychlení, pak v teorii relativity bude tato veličina závislá na vzájemném směru síly a rychlosti, a proto ji nelze jednoznačně určit. Ke stejnému závěru vzhledem ke gravitační hmotnosti vede vyšetření gravitačního působení.

8. Gravitační přitahování v teorii relativity

Jestliže je v Newtonově teorii síla gravitační interakce určena hmotnostmi interagujících těles, pak v teorii relativity je situace značně složitější. To proto, že v teorii relativity je zdrojem gravitačního pole tenzor energie-hmotnosti tělesa, který má deset složek. (Pro srovnání uveďme, že zdrojem elektromagnetického pole je elektrický proud, který je čtyřrozměrným vektorem a má čtyři složky).

Prozkoumejme nejjednodušší případ kdy jedno z těles má značně velkou hmotnost M a je v klidu (např. Slunce nebo Země) a druhé těleso má naopak hmotnost velmi malou (např. elektron) nebo dokonce nulovou (např. foton o energii E). Na základě obecné teorie relativity lze ukázat, že v tomto případě bude síla působící na lehkou částici rovna

$$(8.1)\quad \boldsymbol{F} = -G \, . \, m \, . \frac{E}{c^2} \left[(1 + \beta^2) \boldsymbol{r} - - (\boldsymbol{r}\boldsymbol{\beta}) \boldsymbol{\beta} \right] r^{-3} \, .$$

Je zřejmé, že pro pomalý elektron, kdy je $\beta \ll 1$, z výrazu v hranaté závorce zůstane jenom $\boldsymbol{r}$ a uváž'me-li, že $E_0/c^2 = m$, dospějeme opět k nerelativistickému Newtonovu vztahu. Avšak je-li $v/c \sim 1$ nebo dokonce $v/c = 1$, setkáváme se s principiálně novým jevem: veličina, která hraje úlohu „gravitační hmotnosti" relativistické částice je závislá nejenom na energii částice, ale také na vzájemné orientaci vektorů $\boldsymbol{r}$ a $\boldsymbol{v}$. Jsou-li vektory $\boldsymbol{v}$ a $\boldsymbol{r}$ souhlasně rovnoběžné, je „gravitační hmotnost" rovna E/c^2; jsou-li však vektory $\boldsymbol{v}$ a $\boldsymbol{r}$ k sobě navzájem kolmé, je „gravitační hmotnost" rovna $(E/c^2)/(1 + b^2)$ a pro foton bude rovna $2E/c^2$.

Uvozovky jsme použili proto, abychom zdůraznili, že pro relativistické těleso je pojem „gravitační hmotnost" nepoužitelný. Nemá smysl hovořit o „gravitační hmotnosti" fotonu, jestliže foton letíci rychlostí $\boldsymbol{v}$ ve směru souhlasně rovnoběžném s vektorem $\boldsymbol{r}$, má tuto veličinu dvakrát menší než foton letící rychlostí $\boldsymbol{v}$ kolmo k vektoru $\boldsymbol{r}$.

Když jsme prozkoumali různé aspekty dynamiky jedné relativistické částice, vrátíme se k otázce hmotnosti soustavy částic.

9. Hmotnost soustavy částic

Už dříve jsme poznamenali, že v teorii relativity se hmotnost soustavy nerovná součtu hmotností těles, která soustavu tvoří. Toto tvrzení lze ilustrovat na několika příkladech.

i) Mějme dva fotony (z nichž každý má energii E) pohybující se vůči sobě v opačných směrech. Celková hybnost takové soustavy je rovna nule, ale celková energie (v tomto případě je současně klidovou energií soustavy dvou fotonů) je $2E$. Je tedy hmotnost této soustavy $2E/c^2$.

Snadno se lze přesvědčit že hmotnost soustavy dvou fotonů bude nulová pouze tehdy, jestliže oba fotony letí stejným směrem.

ii) Mějme soustavu sestávající z n těles. Její hmotnost je dána vztahem

$$(9.1)\quad m = \left[\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{E_i}{c^2} \right)^2 - \left(\sum_{j=1}^{n} \frac{\boldsymbol{p}_i}{c} \right)^2 \right]^{1/2} ,$$

kde $\sum E_i$ je součet energií těchto těles a $\sum \boldsymbol{p}_i$ je vektorový součet jejich hybností.

První dva příklady jsou charakteristické tím, že reprezentují soustavy volných částic. Rozměry těchto soustav neomezeně rostou s časem, jak se jednotlivé částice od sebe vzdalují. Nyní se věnujme soustavám, jejichž rozměry se v čase nemění.

iii) Atom vodíku sestává z protonu a elektronu. Klidová energie E_0 atomu může být s vyhovující přesností vyjádřena součtem čtyř složek:

$$(9.2)\quad E_0 = m_p \, . \, c^2 + m_e \, . \, c^2 + E_{kin} + U \, ,$$

kde m_p je hmotnost protonu, m_e je hmotnost elektronu, E_{kin} a U je kinetická a potenciální energie elektronu.

Potenciální energie U je podmíněna vzájemným přitahováním elektrických nábojů protonu a elektronu, které elektronu nedovolí, aby se od protonu odpoutal. Z teorie, která je vyčerpávajícím způsobem experimentálně prověřena, plyne, že

$$(9.3)\quad E_{kin} + U = -E_{kin} = -\tfrac{1}{2} m_e \, . \, v_e^2 \, ,$$

kde $v_e \approx c/137$ je rychlost elektronu v atomu vodíku. Odtud plyne

$$(9.4) \qquad m_H = \frac{E_0}{c^2} = m_p + m_e - \frac{m_e \cdot v_e^2}{2 \cdot c^2}.$$

Hmotnost atomu vodíku je tedy o několik tisícin hmotnosti elektronu menší než součet $m_p + m_e$.

iv) Deuteron sestává z protonu a neutronu. Proton a neutron se navzájem přitahují silněji a pohybují se rychleji než elektron v atomu vodíku. V důsledku toho je hmotnost deuteronu přibližně o 0,1 % menší než součet hmotností protonu a neutronu.

Dva poslední příklady jsme ve skutečnosti zkoumali na základě nerelativistické mechaniky. Třebaže v obou případech je hmotnostní schodek velmi malý vzhledem ke hmotnostem částic, je přesto významný.

Nyní je nutno vzpomenout si na rozbitou vázu z odst. 2. Součet hmotností střepin se rovná hmotnosti vázy se stejnou přesností, se kterou je jejich vazební energie malá vzhledem k jejich klidové energii.

10. Příklady vzájemných přeměn klidové energie a kinetické energie

V důsledku platnosti zákona zachování energie se musí klidová energie v jaderných nebo chemických reakcích přeměnit v kinetickou energii produktů reakcí, jestliže je celková hmotnost částic vstupujících do reakce větší než celková hmotnost produktů reakce. Prozkoumáme čtyři příklady:

i) Při anihilaci elektronu a pozitronu na dva fotony přejde veškerá jejich energie v kinetickou energii fotonů.

ii) V důsledku termojaderných reakcí probíhajících na Slunci, dochází k přeměně dvou elektronů a čtyř protonů na jádro hélia a dvě neutrina:

$$(10.1) \qquad 2e + 4p = {}^4He + 2\nu + E_{kin}.$$

Uvolněná energie je $E_{kin} = 29{,}3$ MeV. Uvážíme-li, že hmotnost protonu je 938 MeV a hmotnost elektronu je 0,5 MeV, je relativní zmenšení hmotnosti řádu 1 % ($\Delta m/m = 0{,}8 \cdot 10^{-2}$).

iii) Při srážce pomalého neutronu s jádrem ^{235}U se jádro rozdělí na dva úlomky a vyletí 2 nebo 3 neutrony, které jsou schopné zasáhnout další jádra uranu a při tom se uvolní energie $E_{kin} \approx \approx 200$ MeV. Snadno se lze přesvědčit, že v tomto případě je $\Delta m/m = 0{,}9 \cdot 10^{-3}$.

iv) V reakci hoření metanu na plynovém sporáku

$$(10.2) \qquad CH_4 + 2\,O_2 \rightarrow CO_2 + 2\,H_2O$$

se uvolňuje energie 35,6 MJ na kubický metr metanu. Uvážíme-li, že hustota metanu je 0,89 kg/m^3, snadno zjistíme, že v tomto případě je $\Delta m/m = 10^{-10}$. V chemických reakcích je veličina $\Delta m/m$ o 7–8 řádů menší než v jaderných reakcích, ale podstata uvolnění energie je stejná: klidová energie se přemění na kinetickou energii.

Abychom zdůraznili, že hmotnost tělesa se mění vždy, když se mění jeho vnitřní energie, uvedeme dva všední příklady:

i) při zahřívání železné žehličky na 200 °C je $\Delta m/m = 10^{-12}$ (to lze snadno odhadnout uvědomíme-li si, že měrná tepelná kapacita železa je 450 J . kg^{-1} . K^{-1}).

ii) Roztaje-li led o hmotnosti m, je $\Delta m/m = 3{,}7 \cdot 10^{-12}$.

11. Srovnání úlohy hmotnosti v Einsteinově a Newtonově teorii

Máme-li shrnout, co bylo dosud řečeno, je užitečné srovnat úlohu hmotnosti v Einsteinově mechanice s její úlohou v mechanice Newtonově.

i) Na rozdíl od Newtonovy mechaniky hmotnost v Einsteinově mechanice není mírou množství hmoty. Sám pojem hmoty je v teorii relativity mnohem bohatší než v Newtonově mechanice. V teorii relativity není principiální rozdíl mezi látkou (protony, neutrony, elektrony) a zářením (fotony). Protony, neutrony, elektrony a fotony tvoří velkou rodinu tzv. elementárních částic, které se v přírodě nejčastěji vyskytují. Je možné, že fotony nejsou jediné částice s nulovou hmotností. Např. nelze vyloučit, že nulovou hmotnost mají některé druhy neutrina. Je možné, že existují i jiné částice s nulovou hmotností, které nebyly dosud objeveny jen proto, že pomocí existujících přístrojů je obtížné je objevit.

ii) V Newtonově mechanice platí, že čím více jednotlivých stejných částic (atomů) soustava obsahuje (např. závaží), tím větší je její hmotnost. V teorii relativity, kdy jsou energie částic mnohem větší než jejich hmotnosti, se hmotnost soustavy neurčuje jen a právě počtem částic, ale spíše jejich energiemi a vzájemnou orientací hybností.

Hmotnost tělesa složeného z několika jiných těles se nerovná součtu hmotností těchto těles.

iii) V teorii relativity se stejně jako v Newtonově mechanice hmotnost izolované soustavy těles zachovává, nemění se s časem. Do soustavy těles je však nutno v teorii relativity zahrnout nejenom atomy („látku"), ale také fotony („záření").

iv) Stejně jako v Newtonově mechanice se i v teorii relativity hmotnost tělesa nemění při přechodu od jedné inerciální vztažné soustavy ke druhé.

v) Hmotnost pohybujícího se tělesa není mírou jeho setrvačnosti. Jednotná míra setrvačnosti těles pohybujících se relativistickou rychlostí dokonce ani vůbec neexistuje, poněvadž odpor kladený tělesem síle, která ho urychluje, závisí na úhlu, který spolu svírá síla a rychlost tělesa.

vi) Hmotnost tělesa, které se pohybuje relativistickou rychlostí, neurčuje jeho interakci s gravitačním polem. Tato interakce je určena vztahem, který je závislý na energii i hybnosti tělesa.

Nehledě na tato čtyři „ne", je hmotnost i v teorii relativity nejdůležitější charakteristikou tělesa. Nulová hmotnost znamená, že těleso se musí pohybovat rychlostí světla. Nenulová hmotnost pak charakterizuje mechaniku tělesa vzhledem ke vztažné soustavě, ve které se toto těleso pohybuje velmi pomalu nebo je v klidu. Taková soustava souřadnic má význačné postavení mezi jinými vztažnými soustavami.

vii) V souladu s teorií relativity je hmotnost částice mírou energie „utajené" v částici, která se nachází v klidu, je mírou klidové energie: $E_0 = m \cdot c^2$. Tato vlastnost hmotnosti nebyla v nerelativistické mechanice známa.

Jednou z nejdůležitějších charakteristik elementární částice je její hmotnost. Hmotnost stabilních nebo dlouhožijících částic určujeme nezávislým měřením energie a hybnosti částice a používáme vztah $m^2 = (E^2/c^4 - \boldsymbol{p}^2/c^2)$. Hmotnosti krátkožijících částic stanovujeme měřením energií a hybností částic vznikajících při rozpadu krátkožijících částic nebo „přítomných" při jejich zrodu.

Údaje o hmotnostech všech elementárních částic spolu s jejich dalšími charakteristikami (doba života, spin, způsoby rozpadu) jsou obsaženy v tabulkách, které se pravidelně obnovují.

12. Původ hmotnosti — otázka č. 1 současné fyziky

V posledních desetiletích došlo k velkému pokroku v chápání vlastností elementárních částic. Byla vybudována kvantová elektrodynamika, tj. teorie interakce elektronů s fotony; byly položeny základy kvantové chromodynamiky, která je teorií interakce kvarků s gluony a teorie elektroslabé interace. Částicemi, které zprostředkují interakci, jsou ve všech těchto teoriích tzv. vektorové bozony, tj. částice se spinem rovným 1: foton, gluony, bozony W a Z.

Pokud se týká hmotností částic, jsou výsledky mnohem skromnější. Na přelomu 19. a 20. století se fyzikové domnívali, že hmotnost může mít ryze elektromagnetický původ, přinejmenším v případě elektronu. Dnes víme, že elektromagnetická část hmotnosti částice tvoří zcela nepatrnou část její celkové hmotnosti. Víme také, že hlavní podíl na hmotnosti protonu a neutronu nemá hmotnost kvarků, které jsou součástí jejich vnitřní struktury, ale silná interakce podmíněná gluony.

Vůbec nic však nevíme o tom, čím jsou podmíněny hmotnosti šesti leptonů (elektronu, neutrina a dalších čtyř jim analogických částic) a šesti kvarků (z nichž první tři jsou podstatně lehčí než proton, čtvrtý je jenom nepatrně těžší a pátý kvark je pětinásobně těžší než proton; šestý kvark má tak velkou hmotnost, že se ho dosud nepodařilo „vyrobit" a objevit).

Existují teoretické dohady, že při vytváření hmotností leptonů a kvarků, ale také bozonů W a Z hrají hlavní úlohu hypotetické částice s nulovým spinem. Hledání těchto částic je jedním z hlavních úkolů současné fyziky vysokých energií.

II. Artefakty

13. Na přelomu století byly známy čtyři „hmotnosti"

Vše, o čem se hovořilo v první části článku, zná každý teoretický fyzik, který se někdy zabýval speciální teorií relativity. Na druhé straně každý fyzik a nejen fyzik slyšel o „znamenitém" Einsteinovu vzorci $E = m \cdot c^2$. Proto je přirozené položit si otázku, jakým způsobem se v literatuře i v myslích čtenářů uskutečňuje mírové soužití dvou navzájem se vylučujících rovnic (1.1) a (1.2).

Dříve než začneme hledat odpověď na tuto otázku, chci připomenout, že hmotnosti tělesa nacházejícího se v klidu odpovídá podle rovnice (1.1) klidová energie E_0, zatímco podle rovnice (1.2) libovolné těleso o energii E má hmotnost E/c^2. Podle rovnice (1.1) se hmotnost tělesa při jeho pohybu nemění. Podle rovnice (1.2) se hmotnost tělesa s růstem jeho rychlosti zvětšuje. Podle rovnice (1.1) má foton nulovou hmotnost, podle rovnice (1.2) má foton hmotnost E/c^2.

Abychom mohli na otázku koexistence rovnic (1.1) a (1.2) odpovědět, musíme si připomenout historii vzniku, interpretace a uznání speciální teorie relativity.

Při úvahách o souvislosti mezi hmotností a energií se jako výchozí bod obvykle bere článek J. J. Thompsona [1], uveřejněný v r. 1881. V něm se autor poprvé pokusil odhadnout, jaký podíl na klidové hmotnosti elektricky nabitého tělesa má jeho vlastní elektromagnetické pole.

Vznik teorie relativity se obvykle spojuje s Einsteinovým článkem z r. 1905 [2], v němž byla jasně zformulována relativita současnosti. Je však nasnadě, že práce na vybudování a interpretaci teorie relativity začala mnohem dříve před rokem

1905 a pokračovala velice dlouho potom.

Pokud jde o interpretaci, tento proces probíhá – jak se zdá – dosud. V opačném případě by nebylo zapotřebí psát tento článek. Pokud se týká uznání, lze tvrdit, že ani koncem roku 1922, kdy Einstein získal Nobelovu cenu, nebyla teorie relativity všeobecně uznaná.

Sekretář Švédské akademie věd psal Einsteinovi, že Akademie mu udělila Nobelovu cenu za objevení zákona fotoefektu, „aniž by při tom brala do úvahy vážnost, která bude přiznána vašim teoriím relativity a gravitace, poté, co budou v budoucnu potvrzeny" (citováno podle knihy A. Paise [3]).

Rovnice $E = m \cdot c^2$ se objevila v roce 1900, ještě před vznikem teorie relativity. Napsal ji H. Poincaré, který vycházel z toho, že rovinná světelná vlna nesoucí energii E má hybnost $\boldsymbol{p}$, jejíž absolutní hodnota je podle Pointingovy věty rovna E/c. Poincaré [4] použil Newtonův nerelativistický vztah pro hybnost $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$. Uvědomil si, že pro světlo platí $v = c$ a dospěl k závěru, že foton musí mít klidovou hmotnost $m = E/c^2$.

Ještě rok předtím, v roce 1899, Lorentz [5] poprvé zavedl pojmy podélné a příčné hmotnosti iontů, z nichž první se zvětšuje s růstem rychlosti jako γ^3 a druhá se s růstem rychlosti zvětšuje jako γ. K tomuto závěru dospěl s použitím Newtonova vztahu mezi silou a zrychlením $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$. Podrobná diskuse těchto hmotností pro elektron je obsažena v jeho článku [6] uveřejněném v roce 1904.

Tak se na přelomu století objevila v důsledku neoprávněného použití nerelativistických vztahů k popisu relativistických objektů celá skupina „hmotností" zvětšujících se s energií tělesa:

„relativistická hmotnost" $m = E/c^2$,

„příčná hmotnost" $m_t = m \cdot \gamma$,

„podélná hmotnost" $m_l = m \cdot \gamma^3$.

Povšimněme si, že při $m \neq 0$ se relativistická hmotnost rovná příčné hmotnosti, ale na rozdíl od ní se vyskytuje i u těles s nulovou hmotností ($m = 0$). Písmeno m zde používáme v obvyklém smyslu, jako jsme je používali v první části tohoto článku. Všichni fyzici však v prvních pěti letech tohoto století, tj. do vybudování teorie relativity, a mnozí z nich i déle, nazývali hmotností a označovali písmenem m relativistickou hmotnost, jak to udělal Poincaré v práci z roku 1905. A tehdy nutně musel vzniknout a také vznikl ještě čtvrtý název: „klidová hmotnost", pro kterou se zavedlo označení m_0. Název „klidová hmotnost" se začal používat pro obyčejnou hmotnost, kterou při důsledném výkladu teorie relativity označujeme m.

Tak vznikla „čtveřice" hmotností, jíž se podařilo úspěšně proniknout do rodící se teorie relativity. Tím byly vytvořeny podmínky pro zmatek, který přetrvává až do dneška.

Od r. 1900 započaly speciální experimenty se zářením β a katodovým zářením, tj. s vysokoenergetickými elektrony, jejichž svazky se vychylovaly v elektrických i magnetických polích (viz knihu A. Millera [7]).

Smyslem těchto pokusů bylo zjistit, jak závisí hmotnost na rychlosti. Jejich výsledky během téměř celého prvního desetiletí našeho století odporovaly Lorentzovým výrazům pro m_t a m_l a ve skutečnosti vyvracely teorii relativity a byly v souladu s nesprávnou teorií M. Abrahama. Později se dosáhlo souladu s Lorentzovými vztahy, ale z citovaného dopisu sekretáře Švédské akademie věd je vidět, že tento soulad nebyl zcela přesvědčivý.

14. Hmotnost a energie v Einsteinových článcích z roku 1905

Ve své první práci o teorii relativity [2] Einstein – stejně jako všichni ostatní v té době – používal pojmů podélná a příčná hmotnost, ale neoznačoval je zvláštními symboly a pro kinetickou energii získal vztah

$$W = \mu V^2 \left\{ \frac{1}{[1 - (v^2/V^2)]^{1/2}} - 1 \right\},$$

kde μ je hmotnost a V je rychlost světla. Pojem „klidová hmotnost" tedy nepoužíval.

V témže roce 1905 Einstein uveřejnil krátkou poznámku [8], v níž dospěl k závěru, že „hmotnost tělesa je mírou energie v tělese obsažené". Použijeme-li současných označení, dá se tento závěr vyjádřit vzorcem $E_0 = m \cdot c^2$. Symbol E_0 vlastně figuruje již v první větě, kterou začíná důkaz: „Nechť se v soustavě (x, y, z) nachází v klidu těleso, jehož energie vzhledem k soustavě (x, y, z) je E_0." Toto těleso vyzařuje dvě rovinné světelné vlny se stejnými energiemi $L/2$ v opačných směrech. Einstein zkoumá tento proces v soustavě pohybující se rychlostí v, využívá té okolnosti, že v této soustavě se celková energie fotonů rovná $L(\gamma - 1)$ a klade ji rovnou rozdílu kinetických energií tělesa před vyzářením a po vyzáření světla. Potom dospívá k závěru, že „vydá-li těleso energii v podobě záření, zmenší se jeho hmotnost o L/V^2, tj. $\Delta m = \Delta E_0/c^2$". V této práci je tedy zaveden pojem klidové energie tělesa a je zavedena ekvivalentnost hmotnosti a klidové energie tělesa.

15. „Zobecněný Poincaréův vzorec"

Jestliže v práci z roku 1905 byl Einstein zcela jednoznačný, pak v další práci, otištěné v r. 1906 [9], se tato jednoznačnost poněkud vytrácí. Einstein se odvolává na Poincaréovu práci z roku 1900 [4], navrhuje přehlednější důkaz závěru, k němuž Poincaré dospěl, a tvrdí, že každé energii E odpovídá setrvačná hmotnost E/V^2, kde V je rychlost světla ve vakuu. „Elektromagnetickému poli připisuje hustotu hmotnosti ϱ_e, která se liší od hustoty energie faktorem $1/V^2$". Přitom však je z textu práce [9] patrno, že tato tvrzení považuje za rozvinutí své práce z roku 1905. Přestože v práci [10], otištěné v roce 1907, Einstein znova jasně hovoří o ekvivalentnosti hmotnosti a klidové energie tělesa, nicméně nezavádí přesnou hranici mezi relativistickým vztahem (1.1) a předrelativistickým vztahem (1.2). V práci [11] *O vlivu gravitační síly na šíření světla* píše: „... Je-li přírůstek energie E, je přírůstek setrvačné hmotnosti E/c^2."

Při vybudování moderního jednotného prostorově časového formalismu teorie relativity koncem desátých let sehrály významnou úlohu práce Plancka [12, 13] a Minkowského [14]. Přibližně ve stejnou dobu byla v pracích Lewise a Tolmana [15, 16] na trůn teorie relativity s konečnou platností dosazena „předrelativistická hmotnost", rovnající se E/c^2. Dostalo se jí titulu „relativistická hmotnost" a což je nejsmutnější, usurpovala prostě pro sebe jméno „hmotnost". Skutečná hmotnost se dostala do role popelky a dostala jméno „klidová hmotnost". Práce Lewise a Tolmana jsou založeny na Newtonově definici hybnosti $\boldsymbol{p} = m \cdot \boldsymbol{v}$ a zákonu zachování „hmotnosti", ale ve skutečnosti se zakládají na zákonu zachování veličiny E/c^2.

Je s podivem, že v literatuře o teorii relativity zůstává „palácový převrat", který jsme právě popsali, mimo pozornost a vývoj teorie relativity se předkládá jako logicky postupující proces. Historikové fyziky (viz např. [3, 7, 17, 18]) se nezmiňují o principiálním rozdílu mezi Einsteinovým článkem [8] na jedné straně a pracemi Poincarého [4] a Einsteina [9] na straně druhé.

Kdysi jsem viděl karikaturu, zobrazující vědecký tvůrčí proces. Vědec, zezadu podobný Einsteinovi, psal na tabuli. Nejdříve napsal $E = m \cdot a^2$ a přeškrtl to, pod tím napsal $E = m \cdot b^2$ a znova to přeškrtl a nakonec napsal $E = m \cdot c^2$. Při veškeré anekdotičnosti je tento obrázek možná blíže k pravdě než čítankový popis tvůrčího vědeckého procesu jako nepřetržitého logického vývoje.

Ne náhodou jsem připomněl popelku. Hmotnost, zvětšující se s rychlostí, to bylo opravdu nepochopitelné a symbolizovalo to hloubku i vznešenost vědy a hypnoticky působilo na představivost. Co je ve srovnání s tím obyčejná hmotnost, taková jednoduchá a pochopitelná!

16. Tisíc a dvě knihy

Název této kapitoly vychází z toho, že neznáme celkový počet knih pojednávajících o teorii relativity. Zcela určitě však převyšuje několik stovek knih a možná dokonce i tisíc. Ale o dvou knihách, které vyšly začátkem dvacátých let, stojí za to se zmínit zvlášť. Obě dvě jsou velice významné a váží si jich nejedna generace fyziků. První z nich je encyklopedická monografie dvacetiletého studenta Wolfganga Pauliho *Teorie relativity* [19], která vyšla v roce 1921. Druhou, nazvanou *Podstata teorie relativity* [20], uveřejnil v roce 1922 sám tvůrce speciální i obecné teorie relativity Albert Einstein. Problematika souvislostí mezi energií a hmotností je v obou knihách vyložena zcela odlišně.

Pauli rozhodně odmítá jako zaostalé pojmy podélné i příčné hmotnosti (a spolu s nimi i vzorec $\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}$), ale považuje za „užitečné" používat vzorec $\mathbf{p} = m \cdot \mathbf{v}$, a tedy také pojem hmotnosti, která je závislá na rychlosti. Tomu věnuje několik kapitol. Mnoho pozornosti věnuje „zákonu ekvivalentnosti hmotnosti a energie" neboli, jak ho sám nazývá, „zákonu setrvačnosti energie libovolného druhu"; podle tohoto zákona „každé energii odpovídá hmotnost $m = E/c^2$".

Einstein, na rozdíl od Pauliho, označuje symbolem m obyčejnou hmotnost. Pomocí hmotnosti m a rychlosti tělesa $\mathbf{v}$ Einstein vyjadřuje čtyřrozměrný vektor energie-hybnosti; potom zkoumá těleso nacházející se v klidu a dospívá k závěru, že „energie E_0 tělesa ve stavu klidu se rovná jeho hmotnosti". Připomeňme, že za jednotku rychlosti zvolil c. Dále píše: „... kdybychom za jednotku času zvolili sekundu, dostali bychom $E_0 = m \cdot c^2$.

Hmotnost a energie jsou tedy svou podstatou shodné, jde pouze o různé vyjádření téže skutečnosti. Hmotnost tělesa není stálá, mění se s jeho energií." Dvěma posledním větám dodává jednoznačný smysl slovo „tedy" a ta okolnost, že následují bezprostředně za rovnicí $E_0 = m \cdot c^2$. V knize *Podstata teorie relativity* se tedy nemluví o hmotnosti závislé na rychlosti.

Lze předpokládat, že kdyby Einstein svou rovnici $E_0 = m \cdot c^2$ podrobněji a důsledněji komentoval, rovnice $E = m \cdot c^2$ by se z literatury vytratila již ve dvacátých letech. Neučinil to však a většina následujících autorů přijala hledisko Pauliho, a proto hmotnost závisející na rychlosti zaplnila většinu populárně vědeckých knih a brožur, encyklopedií, školních i vysokoškolských učebnic obecné fyziky a také monografie i knihy vynikajících fyziků, které byly speciálně věnovány teorii relativity.

Jednou z prvních učebních monografií, v níž teorie relativity byla vysvětlena důsledně relativisticky, byla *Teorie pole* Landaua a Lifšice [21]. Za ní následovala řada dalších knih.

Důležité místo v důsledně relativisickém čtyřrozměrovém formalismu kvantové teorie pole našla Feynmannova metoda diagramů, kterou vybudoval v polovině tohoto století [23]. Avšak tradice používání hmotnosti závislé na rychlosti byla tak životaschopná, že ve svých znamenitých přednáškách, uveřejněných počátkem šedesátých let, ji Feynmann použil jako základ kapitol věnovaných teorii relativity. Je však pravda, že diskuse hmotnosti závislé na rychlosti je v kapitole 16 zakončena těmito dvěma větami: „Ať je to jakkoli zvláštní, ale vzorec

$$m = m_0 \, . \, (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$$

se používá velice zřídka. Místo toho se ukazují jako nenahraditelné dva vztahy, které lze snadno dokázat:

$$E^2 - \boldsymbol{p}^2 \, . \, c^2 = M_0^2 \, . \, c^4 \tag{16.1}$$

a

$$\boldsymbol{p} \, . \, c = \frac{E \, . \, \boldsymbol{v}}{c} \, . \text{“} \tag{16.2}$$

V poslední své přednášce, uveřejněné ještě za jeho života (byla přednesena v roce 1986 na počest P. Diraca a má název „Proč existují antičástice?“) [24] se Feynman nezmiňuje ani o hmotnosti závislé na rychlosti ani o klidové hmotnosti, ale hovoří pouze o hmotnosti a označuje ji m.

17. Imprinting a masová kultura

Proč je vzorec $m = E/c^2$ tak živoucí? Přijatelné vysvětlení pro to nemám. Zdá se mi však, že osudovou úlohu tu hraje populárně vědecká literatura. Právě z ní čerpáme své první dojmy o teorii relativity.

Etologie zná pojem imprintingu. (Je to proces, v němž se mládě seznamuje s identifikačními znaky ostatních příslušníků téhož druhu – pozn. překl. J. S.) Např. kuře se během krátké doby po vylíhnutí naučí následovat kvočnu. Jestliže v tomto krátkém období kvočnu nahradíme něčím jiným, např. hračkou, kuře bude následovat hračku nikoli kvočnu. Z četných pozorování je známo, že výsledek imprintingu se později již nedá změnit.

Samozřejmě, že ani děti, ani mládež, nejsou kuřata. A jako vysokoškoláci se mohou naučit teorii relativity v kovariantním tvaru, řekněme „podle Landaua a Lifšice“, bez hmotnosti závislé na rychlosti a všech dalších nejapností, které s tím souvisí. Ale jakmile dospějí, začnou psát brožury a učebnice pro mládež a hned u nich začne působit imprinting.

Vzorec $E = m \, . \, c^2$ se už dávno stal prvkem hromadné kultury. A to mu dodává neobyčejnou životaschopnost. Když se mnozí autoři rozhodnou psát o teorii relativity, vycházejí z přesvědčení, že čtenář již tento vzorec zná a mají snahu tuto okolnost využít. Tak vzniká proces, který sám sebe podporuje.

18. Proč je nesprávné nazývat výraz E/c^2 hmotností?

Občas mi někdo z mých přátel fyziků říká: „Co máš stále na té relativistické a klidové hmotnosti? Konec konců, tím, že nějakou kombinaci písmen označíme nějakým jediným písmenem a nazveme nějakým slovem nebo dvěma slovy, se tak mnoho nestane. Inženýři přece používají tyto, třebaže zastaralé pojmy, a přece správně spočítají relativistické urychlovače částic. Důležité je, aby vzorce neobsahovaly matematické chyby".

Je ovšem možné používat vzorce, aniž bychom podrobně chápali jejich fyzikální smysl a je dokonce možné dělat správné výpočty a mít při tom ne zcela správnou představu o podstatě vědy, která se za těmi vzorci skrývá. Avšak, za prvé, ne zcela správné představy mohou dříve či později v nějaké nestandardní situaci přivést k nesprávnému výsledku. A za druhé, jasná představa o jednoduchých a krásných základech vědy je mnohem důležitější než bezmyšlenkovité dosazování čísel do vzorců.

Teorie relativity je jednoduchá a krásná, ale její výklad s použitím dvou hmotností je zmatený a ošklivý. Vzorce $E^2 - \boldsymbol{p}^2 = m^2$ a $\boldsymbol{p} = E \cdot \boldsymbol{v}$ (teď používáme soustavy jednotek, v níž je $c = 1$) jsou jedněmi z nejjasnějších, nejhezčích a nejmocnějších vzorců fyziky. A vůbec jsou pojmy „Lorentzův vektor" i „Lorentzův skalár" nesmírně důležité, protože odrážejí nádhernou symetrii přírody.

Na druhé straně však vzorec $E = m$ (znova užíváme soustavu $c = 1$) je ošklivý, protože označuje energii E ještě jiným písmenem a termínem, a přitom toto označení spojujeme ve fyzice ještě s jiným důležitým pojmem. Jedinou obhajobou tohoto vzorce je obhajoba historická: na začátku tohoto století tento vzorec pomohl tvůrcům teorie relativity tuto teorii vytvořit. Z historického pohledu lze tento vzorec a vše, co s ním souvisí, chápat jako zbytky lešení použitého při výstavbě nádherné budovy současné vědy. A jestliže usuzujeme podle literatury, jeví se v současné době téměř jako hlavní příčina zničení této budovy.

Jestliže první argument proti vzorci $E = m \cdot c^2$ lze nazvat estetickým, „krásné proti ošklivému", pak druhý agrument lze označit za etický. Čtenář, který se tento vzorec učí, je klamán, protože se před ním skrývá přinejmenším část pravdy a jsou v něm vzbuzovány neodůvodněné iluze.

1. Před nezkušeným čtenářem se skrývá fakt, že tento vzorec je založen na libovolném předpokladu, že Newtonova definice hybnosti $\boldsymbol{p} = m \cdot \boldsymbol{v}$ platí i v relativistické oblasti.

2. U čtenáře se vytváří iluze, že veličina E/c^2 je univerzální mírou setrvačné hmotnosti. To vede k představě, že úměrnost setrvačné hmotnosti veličině v postačuje k tomu, aby se těleso s nenulovou hmotností nedalo urychlit do rychlosti světla, a to ani tehdy, je-li jeho zrychlení definováno vztahem $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}/m$. Ale ze vztahu

$$(18.1) \qquad \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{F}{m_0}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}$$

plyne, že

$$(18.2) \qquad \int_c^0 \mathrm{d}v \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} = \frac{1}{m_0} \int_2^T F \, . \, \mathrm{d}t \, .$$

Považujeme-li sílu za konstantní, snadno zjistíme, že doba T, za kterou by těleso dosáhlo rychlosti c, se rovná

$$(18.3) \qquad T = \frac{\pi \, . \, m_0}{2 \, . \, F \, . \, c} \, .$$

Tento chybný výsledek souvisí s tím, že do vzorce $a = F/m$ nutno dosadit nikoli „relativistickou hmotnost", ale „podélnou hmotnost" úměrnou γ^3, na kterou si současní autoři zpravidla nevzpomenou.

3. Čtenáři se vnucuje iluze, že veličina E/c^2 je univerzální gravitační hmotnost. Ve skutečnosti však, jak jsme viděli, v teorii relativity univerzální gravitační hmotnost neexistuje.

4. Uvedený vzorec sice nese Einsteinovo jméno, ale ve skutečnosti se před čtenářem

skutečný Einsteinův vzorec $E_0 = m \cdot c^2$ skrývá.

Třetí argument lze nazvat filozofický. Na rovnici $E = m \cdot c^2$ jsou založeny desítky stránek hlubokomyslných filozofických úvah o úplné ekvivalentnosti hmotnosti a energie, o existenci jednotné podstaty „hmoto-energie" apod. Zatímco podle teorie relativity libovolné hmotnosti opravdu odpovídá energie, nikoli však naopak: ne každé energii odpovídá hmotnost. Proto neexistuje úplná ekvivalentnost hmotnosti a energie.

Čtvrtý argument je terminologický. Literatura o teorii relativity obsahuje takový zmatek v označeních a terminologii, že připomíná město, v němž se připouští jak pravostranná, tak levostranná jízda.

Pátý argument je pedagogický. Ani žák ani učitel, ani začínající vysokoškolák, který se dogmaticky naučil, že hmotnost tělesa roste s jeho rychlostí, nemůže pořádně pochopit podstatu teorie relativity, pokud nevěnuje veliké úsilí na „přeučení".

Ti, kdo se nestali profesionálními fyziky-relativisty, mají obvykle velice zkreslené představy o hmotnosti a energii. Vzorec $m = m_0[1 - (v^2/c^2)]^{-1/2}$ je často to jediné, co jim utkví v paměti, samozřejmě spolu se vzorcem $E = m \cdot c^2$.

Je zřejmé, že libovolný samostatně myslící žák musí pociťovat intelektuální nepohodlí při studiu teorie relativity podle standardní školní učebnice.

Literatura

[1] THOMSON J. J.: Phil. Mag. *11* (1881) 229.

[2] EINSTEIN A.: Ann. d. Phys. *17* (1905) 891. Překlad do ruštiny: EINSTEIN A.: *Sobranie naučnych trudov*. Moskva, Nauka, 1965, sv. 1, str. 7 (dále se cituje jako SNT).

[3] PAIS A.: *Subtle is the Lord: The Science and the Life of Albert Einstein*. Oxford, Clarendon Press, 1982.

[4] POINCARÉ H.: *Lorentz Festschrift*. Archieve Neerland, 1900, sv. *5*, str. 252.

[5] LORENTZ H.: Proc. Roy. Akad. Sci., Amsterodam, *1* (199) 252.

[6] LORENTZ H.: Proc. Roy. Acad. Sci., Amsterdam, 6 (1904) 809. Překlad do ruštiny: 1. *Princip otnositělnosti:* Sborník prací klasiků relativismu (H. A. Lorentz, H. Poincaré, A. Einstein, H. Minkowski), red. V. K. FREDERIKS, D. D. IVANĚNKO, Leningrad, ONTI 1935, str. 76; 2. *Princip otnositělnosti:* Sborník prací o teorii relativity; sest. A. A. ŤAPKIN, Moskva, Atomizdat, (1973) str. 76.

[7] MILLER A. I.: *Albert Einstein's Special Theory of Relativity: Emergence (1905) and Early Interpretation (1905—1911)*. Addison—Wesley, 1981.

[8] EINSTEIN A.: Ann. d. Phys., *18* (1905) 639. Překlad do ruštiny: SNT, *1* (1965) 36.

[9] EINSTEIN A.: Ann. d. Phys., *20* (1906) 371. Překlad do ruštiny: SNT, *1* (1965) 39.

[10] EINSTEIN A.: Ann. d. Phys., *23* (1907) 371. Překlad do ruštiny: SNT, *1* (1965) 53.

[11] EINSTEIN A.: Ann. d. Phys., *35* (1911) 898. Překlad do ruštiny: SNT, *1* (1965) 165.

[12] PLANCK M.: Verhandl. Deutsch. Phys. Ges., *4* (1906) 136. Překlad do ruštiny: PLACK M., *Izbrannyje trudy*, Moskva, Nauka, (1975) str. 445.

[13] PLANCK M.: Sitzungsber. Akad. Wiss. Berlin, *13* (1907) 542. Překlad do ruštiny: PLANCK M.: *Izbrannyje trudy*, Moskva, Nauka, (1975), str. 467.

[14] MINKOWSKI H.: Phys. Zs., *20* (1909) 104. Překlad do ruštiny: *Princip otnositělnosti*; sborník prací klasiků relativismu: H. A. Lorentz, H. Poincaré, A. Einstein, H. Minkowski), red. V. K. FREDERIKS, D. D. IVANĚNKO; Leningrad, ONTI, (1935), str. 167 a 181.

[15] LEWIS G., TOLMAN R.: Phil. Mag. *18* (1909) 510.

[16] TOLMAN R.: Phil. Mag., *23* (1912) 375.

[17] JAMMER M.: *Concepts of Mass in Classical and Modern Physics*. Cambridge, Harward University Press, (1961). Překlad do ruštiny: JAMMER M.: *Ponjatie massy v klassičeskoj i sovremennoj fizike*. Překlad a komentář

N. F. Ovčinnikov; Moskva, Progress, (1967).

[18] Whittaker E. A.: *History of the Theories of Aether and Electricity.* London, Nelson, vol. 2 (1953). Překlad do ruštiny: *Princip otnositělnosti.* Red. A. A. Ťapkin, Moskva, Atomizdat, (1973), str. 205. Diskuse otázky o hmotnosti viz str. 226 a dále.

[19] Pauli W.: *Relativitäts Theorie.* Encykl. Math. Wis., Bd. *19.* Leipzig, Teubner, (1921). Překlad do ruštiny: Pauli W.: *Těorija otnositělnosti.* Moskva, Leningrad; Gostěchizdat, (1947); Moskva, Nauka, (1973), 2 vydání, opravené podle anglického vydání z r. 1958.

[20] Einstein A.: *The Meaning of Relativity: Four Lectures Delivered at Princeton University.* May (1921). Překlad do ruštiny: SNT, *2* (1965) 5; kromě toho překlad této knihy vvšel jako samostatná publikace: Einstein A.: *Suščnosť těorii otnositělnosti,* Moskva, Izdat. Inostr. Lit., (1955).

[21] Landau L. D., Lifšic E. M.: *Těorija polja.* Moskva, Gostěchizdat, (1955).

[22] Feynman R.: Phys. Rev., *76* (1949) 749; 769. Překlad do ruštiny: *Novějšeje razvitije kvantovoj elektrodinamiki.* Red. D. D. Ivaněnko; Moskva, Inostr. lit., (1954), str. 138, 161.

[23] Feynman R., Leighton R., Sands M.: *The Feynman Lectures on Physics.* Addison—Wesley, (1963), (1964), vol. 1, kapit. 15, 16; vol. 2, kapit. 28. Překlad do ruštiny: Feynman R., Leighton R., Sands M.: *Fejnmanovskie lekcii po fizike*; Moskva, (1961), (1966); díl 2, kapit. 15, 16, díl 6, kapit. 28.

[24] Feynman R.: *The Reason for Antiparticles. Elementary Particles and the Laws of Physics.* The 1986 Dirac Memorial Lectures, Canbridge; New York, New Rochelle, Melbourne, Sydney, Cambridge Univ. Press, (1987), str. 1. Překlad do ruštiny: UFN *157* (1989) 163.

[25] Adler C.: Am. J. Phys., *55* (1987) 739.

[26] Einstein A.: *Autobiographical notes. Albert Einstein: Philosopher-Scientist* Edit. by P A Schlípp Evanston (1949). Překlad do ruštiny: SNT, *4* (1966 259

Přeložil Jaroslav Sedlák

jubilea & zprávy

Rukopisy článků k osobním výročím nebo k výročím institucí musí být redakci dodány 9 měsíců před datem výročí, mají-li být publikovány včas.

K ŠEDESÁTINÁM AKADEMIKA KARLA VACKA

Dne 4. srpna jsme si připomněli šedesátiny profesora RNDr. Karla Vacka, DrSc., člena Československé akademie věd, vedoucího katedry chemické fyziky matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy.

Karel Vacek se narodil 4. srpna 1930 v Havlíčkově Brodě. Základní vzdělání získal na gymnáziu v Havlíčkově Brodě, kde vždy patřil mezi vynikající studenty. Po maturitě v r. 1949 se — jak sám často přiznává — pod vlivem své tety učitelky rozhodl studovat fyziku a chemii na přírodovědecké fakultě Univerzity Karlovy. Vysokoškolské studium ukončil v r. 1953 na matematicko-fyzikální fakultě UK. Tři roky pracoval jako asistent na přírodovědecké fakultě. Od r. 1956 je činný na matematicko-fyzikální fakultě Univerzity Karlovy, kde se habilitoval a byl ustanoven docentem v r. 1964. V letech 1962 až 1965 působil jako hostující docent na katedře fyziky Chartumské univerzity v Sudánu, kde získal cenné zkušenosti. Profesorem byl jmenován a ustanoven v roce 1976, když předtím v roce 1974 obhájil doktorskou disertaci v oboru experimentální fyzika. V roce 1981 byl jmenován členem korespondentem ČSAV a v roce 1988 zvolen akademikem — řádným členem ČSAV.

Vědecká činnost akademika Vacka se začala rozvíjet od r. 1954 ve Fyzikálním ústavu Karlovy univerzity, vedeném prof. dr. Ladislavem Zachovalem, členem korespondentem ČSAV. Absolutorium oboru fyzika a chemie umožnilo Karlu Vackovi začít se zabývat poměrně složitým fyzikálně-chemickým problémem, jakým je tvorba latentního obrazu v iontových krystalech, tvořících dodnes materiální základnu foto-