

MA2BP_CDM1 Cvičení z diskrétní matematiky 1

5. Bipartitní a hamiltonovské grafy

Lukáš Másilko

Středisko pro pomoc studentům se specifickými nároky
Masarykova univerzita

29. 11. 2017

1. Zadejte graf $K_{2,3}$ maticí sousednosti.
2. Nakreslete úplný bipartitní graf $K_{3,3}$.
3. Kolik hran má úplný bipartitní graf $K_{4,5}$?
4. Určete počet všech úplných bipartitních podgrafů $K_{1,3}$ úplného bipartitního grafu $K_{2,3}$.
5. Určete počet všech úplných bipartitních podgrafů $K_{1,3}$ úplného bipartitního grafu $K_{3,3}$.

6. Představte si, že hodláte k sobě domů na večeři pozvat 8 kamarádů (označme je a, b, c, d, e, f, g, h). Někteří z nich se již znají. Večeři budete podávat u dvou stolů. Zjistěte, zda by bylo možné posadit své kamarády ke dvěma stolům tak, aby u každého stolu seděli jen ti, kteří se navzájem neznají (aby mohli rozšířit okruh svých známých). Níže je uveden přehled vašich kamarádů, kteří se již znají.

$a \dots$	d, f, g	$e \dots$	c, f
$b \dots$	c, d, h	$f \dots$	a, d, e
$c \dots$	b, e	$g \dots$	a
$d \dots$	a, b, f	$h \dots$	b

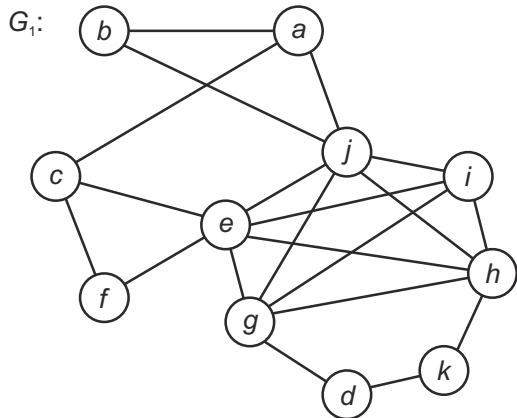
Pokerový turnaj – úkol k samostatnému řešení

Rozhodli jste se, že pro své známé uspořádáte pokerový turnaj. Pozvánku Vám potvrdilo 13 známých. Poker je hra pro 2 až 10 hráčů, proto jste se rozhodli rozdělit 13 příchozích do 2 skupin, z nichž do finále postoupí tři nejlepší z každé skupiny. Pro zařazení do skupiny máte jediné kritérium: hráči skupiny se neznají. Tabulka udává, kteří hráči se spolu znají.

<i>a ... b</i>	<i>h ... b, g, l</i>
<i>b ... a, c, h</i>	<i>i ... e, j</i>
<i>c ... b, d</i>	<i>j ... i, k</i>
<i>d ... c</i>	<i>k ... g, j, l, m</i>
<i>e ... f, i</i>	<i>l ... k, h</i>
<i>f ... e, g, m</i>	<i>m ... f, k</i>
<i>g ... f, h, k</i>	

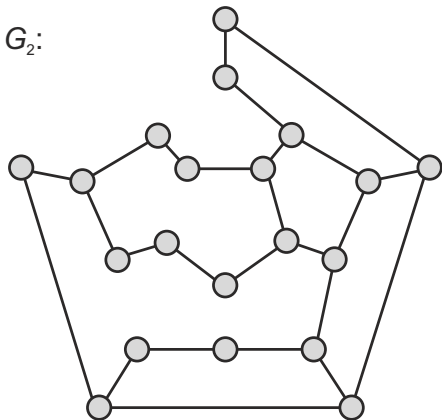
Je možné rozdělit účastníky turnaje do dvou skupin o minimálně 5 a maximálně 8 hráčích, aby se hráči v jedné skupině neznali?

1. Rozhodněte o každém z následujících grafů, zda je nebo není hamiltonovský. Své rozhodnutí odůvodněte.



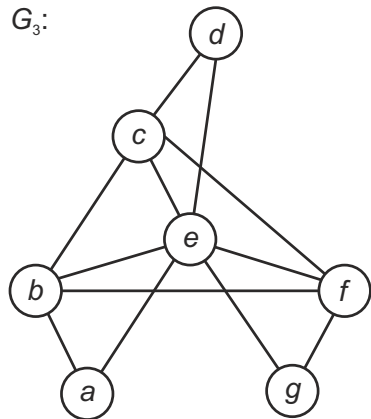
1. Rozhodněte o každém z následujících grafů, zda je nebo není hamiltonovský. Své rozhodnutí odůvodněte.

G_2 :

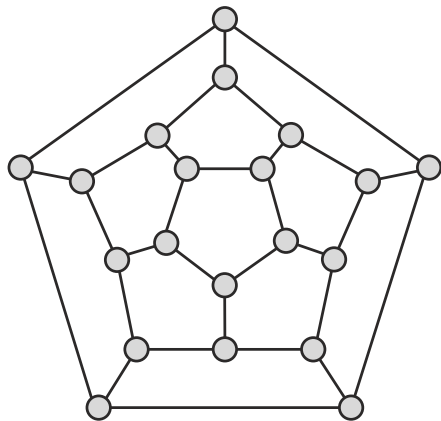


1. Rozhodněte o každém z následujících grafů, zda je nebo není hamiltonovský. Své rozhodnutí odůvodněte.

G_3 :



2. V grafu na následujícím obrázku (rovinná reprezentace pravidelného dvanáctistěnu) najděte hamiltonovskou kružnici.



3. Dokažte tvrzení:

$\forall_{G=(V,E)}$ G je hamiltonovský graf \Rightarrow v G neexistuje most.

4. Dokažte tvrzení:

$\forall_{G=(V,E)}$ G je bipartitní graf s lichým počtem vrcholů \Rightarrow G není hamiltonovský graf.

5. Vyvráťte tvrzení:

$\forall_{G=(V,E)}$ v G neexistuje most \Rightarrow G je hamiltonovský graf.

6. Vyvráťte tvrzení:

$\forall_{G=(V,E)}$ G neobsahuje artikulaci \Rightarrow G je hamiltonovský graf.