

Rozsah otázek ke zkoušce Algebra 1

Verze 70 ... zhruba znalost na 70 bodů

Verze 90 ... zhruba znalost na 90 bodů

Ad 1) Definice grupy, nekonečné grupy: 70 ... definice grupoidu, pologrupy, monoidu, grupy, komutativity, s příklady každé struktury a vlastnosti na známých množinách a operacích

90 ... navíc ještě: důkaz toho, že odmocnina ze dvou není racionální číslo; co je to axiom, definice, věta; definice operace

Ad 2) Pologrupa podmnožin, grupa permutací: 70 ... vysvětlení, proč je struktura podmnožin nějaké množiny pologrupa vzhledem k operacím průniku nebo sjednocení; vysvětlení, proč je množina permutací tříprvkové množiny grupa vzhledem k operaci skládání permutací; vysvětlení na příkladu, jak přesně se realizuje skládání dvou permutací a že je nekomutativní

90 ... navíc ještě: vysvětlení, proč se množina všech podmnožin označuje „ 2 na A “; rozhovor nad tabulkou grupy permutací (tabulku dostanete k dispozici): jaké podgrupy má grupa permutací? Jaký je řád některých jejích prvků? Které množiny prvků generují celou grupu permutací?

Ad 3) Dělitelnost v množině \mathbb{Z} , grupa zbytkových tříd: 70 ... vysvětlíte pojmy a uveďte jejich příklady na množině celých čísel: čísla soudělná a nesoudělná, společný dělitel dvou čísel, největší společný dělitel dvou čísel, násobek dvou čísel, nejmenší společný násobek dvou čísel, Euklidův algoritmus nalezení největšího společného dělitele; kongruentní čísla, vysvětlení konstrukce množiny zbytkových tříd modulo 6 včetně obrázku, vysvětlení operací sčítání a násobení těchto tříd

90 ... navíc ještě: důkaz Euklidova algoritmu; rozhovor nad tabulkou $(\mathbb{Z}_6, \text{plus})$ nebo $(\mathbb{Z}_6 \text{ s hvězdičkou, krát})$, tabulku dostanete k dispozici: jaké existují podgrupy $(\mathbb{Z}_6, \text{plus})$? Jaký je řád některých jejích prvků? Které množiny prvků generují celou grupu $(\mathbb{Z}_6, \text{plus})$? Proč $(\mathbb{Z}_6, \text{krát})$ není grupa? Ke kterým prvkům v $(\mathbb{Z}_6, \text{krát})$ existuje inverzní prvek? Kdy je $(\mathbb{Z}_n, \text{krát})$ grupa?

Ad 4) Okruh, obor integrity, těleso: 70 i 90 stejně: Definice a příklady pojmů: okruh; netriviální dělitelé nuly; obor integrity; těleso.

Ad 5) základní vlastnosti grup: 70 ... Rosický 1.6 + důkaz, Rosický 1.8 + důkaz, Rosický 4.1 + důkaz, Rosický 4.17 + důkaz; kladná a záporná mocnina prvku grupy + příklad, řád prvku grupy + příklad;

90 ... přidejte něco navíc ... např. vlastnosti inverze Rosický 4.6 + důkaz, Rosický 4.13 (přeformulovaný na přednášce srozumitelněji do věty: pro prvek řádu n v grupě platí ..., pro prvek nekonečného řádu v grupě platí ...) bez důkazu + příklad obou situací

Ad 6) podgrupy, cyklické grupy: 70 ... definice a příklad podgrupy nějaké grupy, Rosický 5.5 + důkaz, podgrupa grupy G generovaná množinou M + příklad, cyklická grupa = grupa generovaná jediným svým prvkem + příklad

90 ... přidejte něco navíc ... např. Rosický 5.13 + důkaz (toto jsme myslím nedělali, ale stejně bych se možná na ten důkaz u zkoušky zeptal v rámci diskuse, tak pro Vás bude lepší, když se na něj podíváte předem)

Ad 7) Izomorfismy, homomorfismy, součiny grup: 70 ... definice homomorfismu grup + příklad, definice izomorfismu grup + příklad, definice součinu grup + operace zavedená na součinu grup + příklad; Rosický 6.4 + důkaz; zajímavá je věta Rosický 6.6 bez důkazu

90 ... přidejte navíc Rosický 4.18 + důkaz + její význam (v důkazu budete potřebovat vysvětlit a pracovat s pojmy injekce, surjekce, bijekce); Rosický 8.14 bez důkazu (Caleyho věta);

Ad 8) Relace, ekvivalence a rozklad: 70 i 90 stejně ... definice relace, jak relaci lze znázornit, vlastnosti (11), (12), anti-(12), (13) a některé příklady těchto relací, ekvivalence + příklad, rozklad množiny + příklad, faktorgrupa + příklad.

Ad 9) Uspořádané množiny: definice a příklady pojmů: 70 ... uspořádání, Hasseův diagram, poset, coset, woset, nejmenší a minimální prvek množiny M + příklad rozdílu mezi pojmy, největší a maximální prvek množiny M + příklad rozdílu mezi pojmy, supremum a infimum množiny M + příklady z posetu $(N, |)$ nebo množiny podmnožin, izotonní zobrazení, posetový izomorfismus

90 ... příklad neexistence suprema nebo infima, vlastnosti posetového izomorfismu Věta 9.14 + důkaz prvních jejich dvou částí, rozbor všech možných typů izotonních zobrazení (str.39-40, příklad 9.15)

Ad 10) 70 ... průsekový polosvaz (vlastnosti 16a, 16b), spojový polosvaz (vlastnosti 17a, 17b) + příklady, vlastnosti operací průsek a spojení: platí nebo neplatí vlastnosti (1), (2), (3), (4), (5), (18)? Svaz, příklady svazu, Důkaz věty 11.1.

90 ... důkaz vlastnosti (2) pro průsek (s obrázkem, pokud je obrázek pomoci), duální uspořádání a jeho význam (jak ze vztahu (16b) odvodíme duální (17b)).

Ad 11) 70 ... některé vlastnosti operací průniku a sjednocení + jejich důkaz pomocí Vennových diagramů (zejména vlastnosti (6), (19), modif-(20)); některé vlastnosti svazů bez důkazu, zejména semi-(6), (19), semi-modif-(20); definice úplného svazu, příklad svazu, který je úplný, příklad svazu, který není úplný;

90 ... důkaz semi-(6) pro svazy a příklad, že neplatí (6); důkaz absorbce (19a) pro svazy; důkaz semi-modif-(20) pro svazy a příklad, že neplatí modif-(20)