1. zápočtová písemka jméno a příjmení:

Př 1. Jsou dány body $A[2;1;3]$, $B[0;1;3]$, $C[-1;2;0]$.

a) Určete dimenzi afinního podprostoru, který je generovaný těmito body. *(1 bod)*

b) Zapište parametrické i neparametrické (obecné) vyjádření tohoto podprostoru. *(3 body)*

$$\left.\begin{array}{l}\vec{AB} = (-2,0,0)\\ \vec{AC} = (-3,1,-3)\end{array}\right\} \ \dim \mathcal{B} = 2$$

$$x = 2 - 2s - 3r$$
$$\left.\begin{array}{ll} y = 1 & +r \\ z = 3 & -3r\end{array}\right\} \ 3y + z = 6$$

$$\mathcal{B} \equiv [2,1,3] + s(-2,0,0) + r(-3,1,-3)$$

Jiný způsob pro obecné vyjádření

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \qquad \begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$(-1)^4 \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} y & z & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$3y + 2z - 6 - z = 0$$
$$3y + z - 6 = 0$$

Př 2. Určete průnik a součet podprostorů p, α. Určete dimenzi průniku i součtu. *(4 body)*

$$p = [2;3;1] + r(1;2;-1)$$
$$\alpha: x - 2y + z - 5 = 0$$

$$\dim(p+\alpha) = 3$$

$p \cap \alpha$: p: $x = 2 + r$, $y = 3 + 2r$, $z = 1 - r$

$$\alpha: (2+r) - 2(3+2r) + (1-r) - 5 = 0$$
$$2 - 6 + 1 - 5 + r - 4r - r = 0$$
$$r = -2$$

$$p \cap \alpha \equiv P[0,-1,3] \qquad \dim(p \cap \alpha) = 0$$

$p + \alpha$ parametricky:

α: $x = 2y - z + 5 = ?$, $y = t$, $z = s$

$$x = 5 + 2t - s$$

např.:

$$p + \alpha \equiv [5,0,0] + t(2,1,0) + s(-1,0,1) + r(1,2,-1)$$

Př 3. Zapište parametricky průsečnici nadrovin $\alpha: x - y + z = 0$, $\beta: 3x - y - z + 2 = 0$. *(2 body)*

Zjistěte, zda nadrovina $\gamma: 4x - y - 2z + 3 = 0$ patří do stejného svazku. *(2 body)*
(Svoji odpověď ANO či NE zdůvodněte!)

$$x = t$$
$$\left.\begin{array}{l} -y + z = -t \\ -y - z = -2 - 3t\end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} -2y = -2 - 4t \\ y = 1 + 2t \\ -2z = -2 - 2t \\ z = 1 + t\end{array}$$

např.:

$$p \equiv [0,1,1] + t(1,2,1)$$

$$h\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 & 2 \\ 4 & -1 & -2 & 3\end{pmatrix} \overset{?}{=} 2$$

$$h\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix} = 2$$

tj. γ patří do svazku

Př 4. Ve dvourozměrném afinním prostoru jsou dány repéry $R = \langle P; \vec{e}_1, \vec{e}_2 \rangle$ a $R' = \langle P'; \vec{e}'_1, \vec{e}'_2 \rangle$ a transformační rovnice pro souřadnice bodů při přechodu od repéru R do R':

$$x = x' + y' + 1$$
$$y = x' + 2y'.$$

$X = A \cdot X' + B$

Určete transformační rovnice přechodu od repéru R' do R. *(2 body)*

Bod X má vzhledem k repéru R souřadnice $X = [1; 1]$. Určete souřadnice bodu X vzhledem k repéru R'. *(1 bod)*

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right)$

$X' = A^{-1} \cdot X - A^{-1} \cdot B$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

$X' = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} X - \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

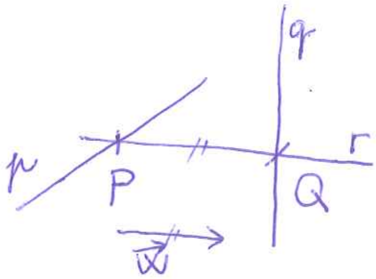
$$\boxed{\begin{aligned} x' &= 2x - y - 2 \\ y' &= -x + y + 1 \end{aligned}}$$

$X = [1, 1] \Rightarrow \underline{\underline{X' = [-1, 1]}}$

Př 5. Mějme dvě mimoběžky $p = [0; 9; -2] + s(1; 0; 0)$ a $q = [1; 2; -1] + r(1; -1; 1)$.

a) Určete příčku mimoběžek p a q, která je rovnoběžná s vektorem $\vec{w} = (1; 2; 0)$. *(4 body)*

b) Zapište průsečíky příčky r s mimoběžkami. *(1 bod)*



$P = [s, 9, -2]$

$Q = [1 + r, 2 - r, -1 + r]$

$\vec{PQ} = k \cdot \vec{w}$

$\vec{PQ} = (1 + r - s, -7 - r, 1 + r)$

$$\left.\begin{aligned} 1 + r - s &= k \\ -7 - r &= 2k \\ 1 + r &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} r &= -1 \\ k &= -3 \\ s &= 1 + r - k = 3 \end{aligned}$$

$\underline{\underline{P = [3, 9, -2], \ Q = [0, 3, -2]}}$

$\underline{\underline{r \equiv [3, 9, -2] + t(1, 2, 0)}}$

Celkem **20 bodů**, na zápočet nutno získat minimálně **11 bodů**.