

## Teorie čísel – příklady k procvičení na zápočtovou písemnou práci

1. Najděte všechna celočíselná řešení rovnice  $5x - 17y = 3$ .
2. Najděte všechna celočíselná řešení rovnice  $16x - 11y = 5$ .
3. Najděte největší společný dělitel čísel **1496** a **2024**.
4. Najděte nejmenší společný násobek čísel **156** a **1287**.
5. Jak můžeme rozdělit **50 litrů** vody do čtyřlitrových a desetilitrových nádob tak, aby každá z nich byla plná?
6. Najděte všechna trojčíselná čísla, která při dělení číslem **19** dávají zbytek **4** a při dělení číslem **13** dávají zbytek **2**.
7. Zaměníme-li pořadí číslic ve dvojciferném čísle (zapsaném v desítkové soustavě), dostaneme číslo o 1 menší než dvojnásobek původního čísla. Které je původní číslo?
8. Řešte lineární kongruenci  $7x \equiv 9 \pmod{10}$ .
9. Řešte lineární kongruenci  $14x \equiv 23 \pmod{31}$ .
10. V bedně jsou učebnice. Víme, že je jich více než **500** a méně než **600**, a že se dají roztrždit do tašek po **14** a po **24** kusech beze zbytku. Kolik je učebnic je v bedně?
11. Nalezněte poslední cifru čísla  $3^{125}$  zapsaného v dekadickém zápise.
12. Dokažte, že pro libovolné  $n \in \mathbf{N}$  je číslo  $n^3 - 7n$  dělitelné číslem šest.

Řešení:

1.  $(x,y) = (17k + 4, 5k + 1)$ , kde  $k \in \mathbf{Z}$
2.  $(x,y) = (11k + 1, 16k + 1)$ , kde  $k \in \mathbf{Z}$
3.  $\text{NSD}(1496,2024) = 88$
4.  $\text{NSN}(156,1287) = 5148$
5.  $(x_1,y_1) = (5,3); (x_2,y_2) = (10, 1)$ ; tzn. 2 způsoby
6. Hledaná čísla jsou: 327, 574, 821
7. Původní číslo je 37.
8.  $x = 7 + 10t$ , kde  $t \in \mathbf{Z}$
9.  $x = 26 + 31t$ , kde  $t \in \mathbf{Z}$
10. V bedně je 504 učebnic.
11. 3
12. Lze provést např. matematickou indukci a následnou úvahou.