

SZ_9005 Soubor úloh

1. Kolik litrů 60 % a kolik litrů 80 % lihu je možno vyrobit ze 100 litrů 90 % lihu a 35 litrů čisté vody?

2. Upravte výraz: $2\sqrt{\frac{2}{a}} \left[\frac{1}{\sqrt[4]{2a} - \sqrt[4]{b}} + \frac{\sqrt[4]{9-4\sqrt{5}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{5}}}{\sqrt[4]{2a} + \sqrt[4]{b}} \right]^{-2} : \left[1 + \frac{b}{2a} - 2\sqrt{\left(\frac{2a}{b}\right)^{-1}} \right]$

3. Dva mnohoúhelníky mají dohromady 24 stran a 109 úhlopříček. Kolik vrcholů má každý z nich?

4. Geometrický průměr dvou čísel, z nichž jedno je o 16 větší než druhé, je o dvě menší než jejich aritmetický průměr. Která jsou to čísla?

5. Řešte v oboru \mathbb{C} reciprokou rovnici: $x^5 - x^4 - x + 1 = 0$

6. Tři čísla, která tvoří aritmetickou posloupnost, mají součet 30. Odečteme-li od prvního 5, od druhého 4 a třetí ponecháme, dostaneme geometrickou posloupnost. Určete ji i původní tři čísla.

7. Z vrcholu rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníka je spuštěna kolmice na přeponu, z její paty kolmice na odvěsnu, odtud opět na přeponu atd. Určete délku vzniklé nekonečné lomené čáry, má-li odvěsna trojúhelníka délku a .

8. Dokažte, že součet třetích mocnin tří po sobě jdoucích přirozených čísel je dělitelný devíti.

9. Kolik je třeba vzít prvků, aby počet variací třetí třídy z nich utvořený bez opakování byl právě tak veliký jako počet kombinací třetí třídy bez opakování zvětšený o pětinašobný počet prvků?

10. Užitím Moivreovy věty vyjádřete funkcemi jednoduchého argumentu: $\sin 3x$, $\cos 3x$.

11. Nádrž na vodu tvaru kvádra má mít čtvercové dno a objem 256 m^3 . Vypočtete její rozměry tak, aby spotřeba materiálu na vyždění stěn a dna nádrže byla nejmenší.

12. Jak velký je objem tělesa vzniklého otáčením oblouku křivky $y = \sin x$ v intervalu $(0, \pi)$ kolem osy x ?

13. Sestrojte rovnostranný trojúhelník, je-li dána jeho kružnice vepsaná a bod M na jedné jeho straně.

14. Nad stranami AB a AC ostroúhlého trojúhelníka ABC sestrojte čtverce $ABQR$ a $ACST$, které leží vně trojúhelníka ABC . Dokažte, že platí $CR = BT$.

15. Sestrojte trojúhelník ABC , je-li dáno: a , t_a , t_b .

16. Kružnici je opsán a vepsán pravidelný šestiúhelník. Rozdíl jejich obsahů je $8\sqrt{3}$. Určete poloměr kružnice.

17. Nalejeme-li do nádoby tvaru polokoule 2 litry vody, naplní se do výšky 6 cm. Určete poloměr polokoule.

18. Vypočtete velikosti vnitřních úhlů v trojúhelníku o stranách 79 mm, 58 mm, 37 mm.

19. Určete vrcholy a vnitřní úhly trojúhelníku, jehož strany mají rovnice $x + 7y + 11 = 0$, $x - 3y - 1 = 0$, $3x + y - 7 = 0$.

20. Jaký úhel svírají křivky $8x^2 + 9y^2 = 72$, $y^2 = 4x$?