

IMAk13 MATEMATIKA 3

Vyučující: RNDr. Milena Vaňurová, CSc.

Zápočtová práce PS 2018

1. Je dána množina $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$. V množině A jsou definovány binární relace R, S a U takto:

$$R = \{[x, y] \in A \times A, x + y = 0\}$$

$$S = \{[x, y] \in A \times A, y = |x|\}, \quad (|x| \text{ je absolutní hodnota čísla } x)$$

$$U = \{[x, y] \in A \times A, y = x + 1 \wedge x \neq -2\}$$

Zapište tyto relace výčtem prvků a rozhodněte, zda se jedná o zobrazení. Pokud ano, určete přesně jejich typ.

Dále určete výčtem prvků binární relace $R \circ S$ a S^{-1} a rozhodněte, zda jsou tyto relace zobrazení.

2. Je dána množina $M = \{x, y, z\}$.

Na této množině je definována binární algebraická operace \mathbf{o} následující tabulkou:

\mathbf{o}	x	y	z
x	z	x	y
y	x	y	z
z	y	z	y

Určete všechny vlastnosti této operace.

Dále určete přesně typ algebraické struktury (M, \mathbf{o}) .

Svá tvrzení zdůvodněte.

3. Binární algebraické operace \mathbf{o} a ∇ v množině všech celých čísel C jsou dány předpisy:

$$\mathbf{a} \mathbf{o} \mathbf{b} = \mathbf{a} + \mathbf{b} - 3$$

$$\mathbf{a} \nabla \mathbf{b} = 2 \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$$

- Zjistěte vlastnosti operací \mathbf{o} a ∇ v množině C .
- Pokud mají operace vlastnosti EN a EI, zapište neutrální prvek e vzhledem ke každé z obou operací a určete inverzní prvky k číslům 7, 11 a -3 vzhledem k operaci \mathbf{o} a vzhledem k operaci ∇ v množině C .
- Určete přesně typ algebraických struktur (C, \mathbf{o}) a (C, ∇) .

4. Jsou dány množiny $K = \{a, b, c\}$ a $L = \{a, y\}$.

- Porovnejte kardinální čísla množin K , L a zdůvodněte výsledek (pomocí definice nerovnosti mezi kardinálními čísly).
- Vypočtěte součet a součin kardinálních čísel množin K , L .

5. Napište číslo, které bezprostředně následuje po daném čísle v dané číselné soustavě (*pokud možno bez převodu do desítkové soustavy, abyste si procvičili počítání po jedné v různých číselných soustavách!!*):

a) 110111_2 b) 123_4 c) 32288_9 d) $2A3B_{12}$ e) FFF_{16}

6. Napište číslo, které bezprostředně předchází před daným číslem v dané číselné soustavě (*pokud možno bez převodu do desítkové soustavy!!*):

a) 322_4 b) 1000_2 c) 2000_5 d) 450_6 e) 20_{16} f) $13BA_{16}$

IMAk13 MATEMATIKA 3

Vyučující: RNDr. Milena Vaňurová, CSc.

7. Vypočítejte a provádějte si zkoušky správnosti

a) $4652_8 + 7454_8 =$ b) $9A82_{16} + D5F_{16} =$

c) $14352_7 - 6453_7 =$ d) $B71_{12} - 1A3_{12} =$

e) $3202_4 \cdot 123_4 =$ f) $5412_6 : 5_6 =$

8. Číslo 94 zapište v číselné soustavě se základem $z = 4$ (procvičte si obě metody převodu).
Dále provedte **přímé** převody zápisu tohoto čísla ze soustavy čtyřkové do soustavy
dvojkové a pak do šestnáctkové soustavy.

9. Trojciferné číslo zapsané v desítkové soustavě je zakončeno číslicí 5. Zaměníme-li mezi
sebou číslice na místě stovek a jednotek, dostaneme nové číslo, které je o 396 menší než
původní číslo. Určete původní číslo.

10. Jsou dána celá čísla $A = [3, \dot{1}]$, $B = [2, \dot{6}]$. Vypočítejte:

- a) součet $A + B$
- b) součin $A \cdot B$
- c) rozdíly $A - B$, $B - A$.

Připomeňte si definici přirozeného uspořádání celých čísel a rozhodněte, které
z čísel A, B je větší než druhé.

11. Vypočítejte celé číslo $X = [x, \dot{y}]$ z rovnice $A = X \cdot B$, je-li $A = [8, \dot{2}]$, $B = [1, \dot{4}]$.

12. Dokažte, že rovnice $A \cdot X = B$ nemá v množině celých čísel řešení pro $A = [2, \dot{0}]$, $B = [0, \dot{5}]$.

13. Vypočtěte: $|b| \cdot |a| - |-a| + |a \cdot b| - |a|^2 + |-b| + a$ pro $a = -5$, $b = 4$

14. Vypočtěte neúplný podíl q a zbytek z

- a) při dělení čísla $a = 21$ číslem $b = 4$,
- b) při dělení čísla $a = 21$ číslem $b = -4$,
- c) při dělení čísla $a = -21$ číslem $b = 4$,
- d) při dělení čísla $a = -21$ číslem $b = -4$,