Cvičení z kombinatoriky

Rekurence, opakování

3. 12. 2018

Rekurence

Rekurentní formule

Rekurence

Rekurentní formule

- recurrere - vracet se

Rekurence

Rekurentní formule

- recurrere - vracet se
- **rekurentní formule/rekurence** ***i*****-tého řádu** … n-tý člen závisí na předchozích i členech; prvních i členů je třeba definovat, další členy lze dopočítat rekurentní formulí

Rekurence

Rekurentní formule

- recurrere - vracet se
- **rekurentní formule/rekurence** i**-tého řádu** ... n-tý člen závisí na předchozích i členech; prvních i členů je třeba definovat, další členy lze dopočítat rekurentní formulí
- $s_n = 2s_{n-1} - 3s_{n-3};\ s_1 = 2,\ s_2 = 5, s_3 = -3$ - rekurence 3. řádu

Rekurence

Rekurentní formule

- recurrere - vracet se
- **rekurentní formule/rekurence *i*-tého řádu** ... *n*-tý člen závisí na předchozích *i* členech; prvních *i* členů je třeba definovat, další členy lze dopočítat rekurentní formulí
- $s_n = 2s_{n-1} - 3s_{n-3};\ s_1 = 2,\ s_2 = 5, s_3 = -3$ - rekurence 3. řádu
- $f_n = f_{n-1} + f_{n-2};\ f_1 = 1,\ f_2 = 2$ - rekurence 2. řádu (Fibonacciho posloupnost)

Rekurence

Rekurentní formule

- recurrere - vracet se
- **rekurentní formule/rekurence** ***i*****-tého řádu** . . . *n*-tý člen závisí na předchozích *i* členech; prvních *i* členů je třeba definovat, další členy lze dopočítat rekurentní formulí
- $s_n = 2s_{n-1} - 3s_{n-3}$; $s_1 = 2$, $s_2 = 5, s_3 = -3$ - rekurence 3. řádu
- $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$; $f_1 = 1$, $f_2 = 2$ - rekurence 2. řádu (Fibonacciho posloupnost)

V uvedených příkladech lze jednoduše dopočítat např. hodnoty
$s_4 = -12$, $s_5 = -39$, . . . , $s_{10} = 372$, . . . resp.
$f_3 = 3$, $f_4 = 5$, $f_5 = 8$, . . . $f_{10} = 89$, . . .

Příklady

Příklady

Příklad: Určete, kolika způsoby je možné vyjít 15 schodů, jestliže můžeme dělat kroky délky 1, 2 nebo 3 schody.

Příklady

Příklad: Určete, kolika způsoby je možné vyjít 15 schodů, jestliže můžeme dělat kroky délky 1, 2 nebo 3 schody.
Označíme-li s_n počet všech možností, jak zdolat n schodů povoleným způsobem, pak posledním krokem zdoláme

Příklady

Příklad: Určete, kolika způsoby je možné vyjít 15 schodů, jestliže můžeme dělat kroky délky 1, 2 nebo 3 schody.
Označíme-li s_n počet všech možností, jak zdolat n schodů povoleným způsobem, pak posledním krokem zdoláme

- 1 schod

Příklady

Příklad: Určete, kolika způsoby je možné vyjít 15 schodů, jestliže můžeme dělat kroky délky 1, 2 nebo 3 schody.
Označíme-li s_n počet všech možností, jak zdolat n schodů povoleným způsobem, pak posledním krokem zdoláme

- 1 schod - předchozích $n-1$ schodů jsme mohli zdolat s_{n-1} způsoby

Příklady

Příklad: Určete, kolika způsoby je možné vyjít 15 schodů, jestliže můžeme dělat kroky délky 1, 2 nebo 3 schody.
Označíme-li s_n počet všech možností, jak zdolat n schodů povoleným způsobem, pak posledním krokem zdoláme

- 1 schod - předchozích $n-1$ schodů jsme mohli zdolat s_{n-1} způsoby
- 2 schody - $n-2$ s_{n-2} způsoby

Příklady

Příklad: Určete, kolika způsoby je možné vyjít 15 schodů, jestliže můžeme dělat kroky délky 1, 2 nebo 3 schody.
Označíme-li s_n počet všech možností, jak zdolat n schodů povoleným způsobem, pak posledním krokem zdoláme

- 1 schod - předchozích $n-1$ schodů jsme mohli zdolat s_{n-1} způsoby
- 2 schody - $n-2$ s_{n-2} způsoby
- 3 schody - $n-3$ s_{n-3} způsoby

Příklady

Příklad: Určete, kolika způsoby je možné vyjít 15 schodů, jestliže můžeme dělat kroky délky 1, 2 nebo 3 schody.
Označíme-li s_n počet všech možností, jak zdolat n schodů povoleným způsobem, pak posledním krokem zdoláme

- 1 schod - předchozích $n-1$ schodů jsme mohli zdolat s_{n-1} způsoby
- 2 schody - $n-2$ s_{n-2} způsoby
- 3 schody - $n-3$ s_{n-3} způsoby

Uvedené možnosti jsou všechny (další nejsou) a jsou navzájem disjunktní, proto všech způsobů, jak vyjít n schodů je $s_n = s_{n-1} + s_{n-2} + s_{n-3}$.

Příklady

Příklad: Určete, kolika způsoby je možné vyjít 15 schodů, jestliže můžeme dělat kroky délky 1, 2 nebo 3 schody.

Označíme-li s_n počet všech možností, jak zdolat n schodů povoleným způsobem, pak posledním krokem zdoláme

- 1 schod - předchozích $n-1$ schodů jsme mohli zdolat s_{n-1} způsoby
- 2 schody - $n-2$ s_{n-2} způsoby
- 3 schody - $n-3$ s_{n-3} způsoby

Uvedené možnosti jsou všechny (další nejsou) a jsou navzájem disjunktní, proto všech způsobů, jak vyjít n schodů je $s_n = s_{n-1} + s_{n-2} + s_{n-3}$.

Potřebujeme ještě dopočítat

Příklady

Příklad: Určete, kolika způsoby je možné vyjít 15 schodů, jestliže můžeme dělat kroky délky 1, 2 nebo 3 schody.
Označíme-li s_n počet všech možností, jak zdolat n schodů povoleným způsobem, pak posledním krokem zdoláme

- 1 schod - předchozích $n-1$ schodů jsme mohli zdolat s_{n-1} způsoby
- 2 schody - $n-2$ s_{n-2} způsoby
- 3 schody - $n-3$ s_{n-3} způsoby

Uvedené možnosti jsou všechny (další nejsou) a jsou navzájem disjunktní, proto všech způsobů, jak vyjít n schodů je $s_n = s_{n-1} + s_{n-2} + s_{n-3}$.

Potřebujeme ještě dopočítat

s_1

Příklady

Příklad: Určete, kolika způsoby je možné vyjít 15 schodů, jestliže můžeme dělat kroky délky 1, 2 nebo 3 schody.
Označíme-li s_n počet všech možností, jak zdolat n schodů povoleným způsobem, pak posledním krokem zdoláme

- 1 schod - předchozích $n-1$ schodů jsme mohli zdolat s_{n-1} způsoby
- 2 schody - $n-2$ s_{n-2} způsoby
- 3 schody - $n-3$ s_{n-3} způsoby

Uvedené možnosti jsou všechny (další nejsou) a jsou navzájem disjunktní, proto všech způsobů, jak vyjít n schodů je $s_n = s_{n-1} + s_{n-2} + s_{n-3}$.

Potřebujeme ještě dopočítat
$s_1 = 1$,

Příklady

Příklad: Určete, kolika způsoby je možné vyjít 15 schodů, jestliže můžeme dělat kroky délky 1, 2 nebo 3 schody.

Označíme-li s_n počet všech možností, jak zdolat n schodů povoleným způsobem, pak posledním krokem zdoláme

- 1 schod - předchozích $n-1$ schodů jsme mohli zdolat s_{n-1} způsoby
- 2 schody - $n-2$ s_{n-2} způsoby
- 3 schody - $n-3$ s_{n-3} způsoby

Uvedené možnosti jsou všechny (další nejsou) a jsou navzájem disjunktní, proto všech způsobů, jak vyjít n schodů je $s_n = s_{n-1} + s_{n-2} + s_{n-3}$.

Potřebujeme ještě dopočítat

$s_1 = 1$, s_2

Příklad: Určete, kolika způsoby je možné vyjít 15 schodů, jestliže můžeme dělat kroky délky 1, 2 nebo 3 schody.
Označíme-li s_n počet všech možností, jak zdolat n schodů povoleným způsobem, pak posledním krokem zdoláme

- 1 schod - předchozích $n-1$ schodů jsme mohli zdolat s_{n-1} způsoby
- 2 schody - $n-2$ s_{n-2} způsoby
- 3 schody - $n-3$ s_{n-3} způsoby

Uvedené možnosti jsou všechny (další nejsou) a jsou navzájem disjunktní, proto všech způsobů, jak vyjít n schodů je $s_n = s_{n-1} + s_{n-2} + s_{n-3}$.

Potřebujeme ještě dopočítat
s_1=1, s_2=2 (1+1, 2),

Příklady

Příklad: Určete, kolika způsoby je možné vyjít 15 schodů, jestliže můžeme dělat kroky délky 1, 2 nebo 3 schody.
Označíme-li s_n počet všech možností, jak zdolat n schodů povoleným způsobem, pak posledním krokem zdoláme

- 1 schod - předchozích $n-1$ schodů jsme mohli zdolat s_{n-1} způsoby
- 2 schody - $n-2$ s_{n-2} způsoby
- 3 schody - $n-3$ s_{n-3} způsoby

Uvedené možnosti jsou všechny (další nejsou) a jsou navzájem disjunktní, proto všech způsobů, jak vyjít n schodů je $s_n = s_{n-1} + s_{n-2} + s_{n-3}$.

Potřebujeme ještě dopočítat
$s_1=1$, $s_2=2$ (1+1, 2), s_3

Příklady

Příklad: Určete, kolika způsoby je možné vyjít 15 schodů, jestliže můžeme dělat kroky délky 1, 2 nebo 3 schody.
Označíme-li s_n počet všech možností, jak zdolat n schodů povoleným způsobem, pak posledním krokem zdoláme

- 1 schod - předchozích $n-1$ schodů jsme mohli zdolat s_{n-1} způsoby
- 2 schody - $n-2$ s_{n-2} způsoby
- 3 schody - $n-3$ s_{n-3} způsoby

Uvedené možnosti jsou všechny (další nejsou) a jsou navzájem disjunktní, proto všech způsobů, jak vyjít n schodů je $s_n = s_{n-1} + s_{n-2} + s_{n-3}$.

Potřebujeme ještě dopočítat
s_1=1, s_2=2 (1+1, 2), s_3=4 (1+1+1, 1+2, 2+1, 3).

Příklady

Příklad: Určete, kolika způsoby je možné vyjít 15 schodů, jestliže můžeme dělat kroky délky 1, 2 nebo 3 schody.
Označíme-li s_n počet všech možností, jak zdolat n schodů povoleným způsobem, pak posledním krokem zdoláme

- 1 schod - předchozích $n-1$ schodů jsme mohli zdolat s_{n-1} způsoby
- 2 schody - $n-2$ s_{n-2} způsoby
- 3 schody - $n-3$ s_{n-3} způsoby

Uvedené možnosti jsou všechny (další nejsou) a jsou navzájem disjunktní, proto všech způsobů, jak vyjít n schodů je $s_n = s_{n-1} + s_{n-2} + s_{n-3}$.

Potřebujeme ještě dopočítat
s_1=1, s_2=2 (1+1, 2), s_3=4 (1+1+1, 1+2, 2+1, 3).
$s_4 = s_3 + s_2 + s_1$

Příklady

Příklad: Určete, kolika způsoby je možné vyjít 15 schodů, jestliže můžeme dělat kroky délky 1, 2 nebo 3 schody.
Označíme-li s_n počet všech možností, jak zdolat n schodů povoleným způsobem, pak posledním krokem zdoláme

- 1 schod - předchozích $n-1$ schodů jsme mohli zdolat s_{n-1} způsoby
- 2 schody - $n-2$ s_{n-2} způsoby
- 3 schody - $n-3$ s_{n-3} způsoby

Uvedené možnosti jsou všechny (další nejsou) a jsou navzájem disjunktní, proto všech způsobů, jak vyjít n schodů je $s_n = s_{n-1} + s_{n-2} + s_{n-3}$.

Potřebujeme ještě dopočítat
s_1=1, s_2=2 (1+1, 2), s_3=4 (1+1+1, 1+2, 2+1, 3).
$s_4 = s_3 + s_2 + s_1 = 4 + 2 + 1 = 7$

Příklady

Příklad: Určete, kolika způsoby je možné vyjít 15 schodů, jestliže můžeme dělat kroky délky 1, 2 nebo 3 schody.
Označíme-li s_n počet všech možností, jak zdolat n schodů povoleným způsobem, pak posledním krokem zdoláme

- 1 schod - předchozích $n-1$ schodů jsme mohli zdolat s_{n-1} způsoby
- 2 schody - $n-2$ s_{n-2} způsoby
- 3 schody - $n-3$ s_{n-3} způsoby

Uvedené možnosti jsou všechny (další nejsou) a jsou navzájem disjunktní, proto všech způsobů, jak vyjít n schodů je $s_n = s_{n-1} + s_{n-2} + s_{n-3}$.

Potřebujeme ještě dopočítat
s_1=1, s_2=2 (1+1, 2), s_3=4 (1+1+1, 1+2, 2+1, 3).
$s_4 = s_3 + s_2 + s_1 = 4 + 2 + 1 = 7$
$s_5 = s_4 + s_3 + s_2 = 7 + 4 + 2 = 13$

Příklady

Příklad: Určete, kolika způsoby je možné vyjít 15 schodů, jestliže můžeme dělat kroky délky 1, 2 nebo 3 schody.
Označíme-li s_n počet všech možností, jak zdolat n schodů povoleným způsobem, pak posledním krokem zdoláme

- 1 schod - předchozích $n-1$ schodů jsme mohli zdolat s_{n-1} způsoby
- 2 schody - $n-2$ s_{n-2} způsoby
- 3 schody - $n-3$ s_{n-3} způsoby

Uvedené možnosti jsou všechny (další nejsou) a jsou navzájem disjunktní, proto všech způsobů, jak vyjít n schodů je $s_n = s_{n-1} + s_{n-2} + s_{n-3}$.

Potřebujeme ještě dopočítat
s_1=1, s_2=2 (1+1, 2), s_3=4 (1+1+1, 1+2, 2+1, 3).
$s_4 = s_3 + s_2 + s_1 = 4 + 2 + 1 = 7$
$s_5 = s_4 + s_3 + s_2 = 7 + 4 + 2 = 13$
$s_{15} = 5768$

Příklady

Příklady

Příklad: Určete, kolik existuje slov délky 10 sestavených z písmen A, B, která neobsahují řetězec AAA.

Příklady

Příklad: Určete, kolik existuje slov délky 10 sestavených z písmen A, B, která neobsahují řetězec AAA.

Označíme-li s_n počet všech slov délky n, která neosahují řetězec AAA, pak tato slova mohou končit

Příklady

Příklad: Určete, kolik existuje slov délky 10 sestavených z písmen A, B, která neobsahují řetězec AAA.
Označíme-li s_n počet všech slov délky n, která neosahují řetězec AAA, pak tato slova mohou končit

- _ _ _ _ _ _ _ _ _ B

Příklady

Příklad: Určete, kolik existuje slov délky 10 sestavených z písmen A, B, která neobsahují řetězec AAA.
Označíme-li s_n počet všech slov délky n, která neosahují řetězec AAA, pak tato slova mohou končit

- _ _ _ _ _ _ _ _ _ B - takových slov je s_{n-1},

Příklad: Určete, kolik existuje slov délky 10 sestavených z písmen A, B, která neobsahují řetězec AAA.

Označíme-li s_n počet všech slov délky n, která neosahují řetězec AAA, pak tato slova mohou končit

- _ _ _ _ _ _ _ _ _ B - takových slov je s_{n-1},
- _ _ _ _ _ _ _ _ BA - takových slov je s_{n-2},

Příklady

Příklad: Určete, kolik existuje slov délky 10 sestavených z písmen A, B, která neobsahují řetězec AAA.
Označíme-li s_n počet všech slov délky n, která neosahují řetězec AAA, pak tato slova mohou končit

- _ _ _ _ _ _ _ _ _ B - takových slov je s_{n-1},
- _ _ _ _ _ _ _ _ BA - takových slov je s_{n-2},
- _ _ _ _ _ _ _ BAA - takových slov je s_{n-3}.

Příklady

Příklad: Určete, kolik existuje slov délky 10 sestavených z písmen A, B, která neobsahují řetězec AAA.

Označíme-li s_n počet všech slov délky n, která neosahují řetězec AAA, pak tato slova mohou končit

- _ _ _ _ _ _ _ _ _ B - takových slov je s_{n-1},
- _ _ _ _ _ _ _ _ BA - takových slov je s_{n-2},
- _ _ _ _ _ _ _ BAA - takových slov je s_{n-3}.

Uvedené možnosti jsou všechny (další nejsou) a jsou navzájem disjunktní, proto všech vyhovujících slov délky n je $s_n = s_{n-1} + s_{n-2} + s_{n-3}$.

Příklady

Příklad: Určete, kolik existuje slov délky 10 sestavených z písmen A, B, která neobsahují řetězec AAA.

Označíme-li s_n počet všech slov délky n, která neosahují řetězec AAA, pak tato slova mohou končit

- _ _ _ _ _ _ _ _ _ B - takových slov je s_{n-1},
- _ _ _ _ _ _ _ _ BA - takových slov je s_{n-2},
- _ _ _ _ _ _ _ BAA - takových slov je s_{n-3}.

Uvedené možnosti jsou všechny (další nejsou) a jsou navzájem disjunktní, proto všech vyhovujících slov délky n je $s_n = s_{n-1} + s_{n-2} + s_{n-3}$.

Nás zajímá s_{10}, potřebujeme ale ještě dopočítat

Příklady

Příklad: Určete, kolik existuje slov délky 10 sestavených z písmen A, B, která neobsahují řetězec AAA.
Označíme-li s_n počet všech slov délky n, která neosahují řetězec AAA, pak tato slova mohou končit

- _ _ _ _ _ _ _ _ _ B - takových slov je s_{n-1},
- _ _ _ _ _ _ _ _ BA - takových slov je s_{n-2},
- _ _ _ _ _ _ _ BAA - takových slov je s_{n-3}.

Uvedené možnosti jsou všechny (další nejsou) a jsou navzájem disjunktní, proto všech vyhovujících slov délky n je $s_n = s_{n-1} + s_{n-2} + s_{n-3}$.

Nás zajímá s_{10}, potřebujeme ale ještě dopočítat

s_1

Příklady

Příklad: Určete, kolik existuje slov délky 10 sestavených z písmen A, B, která neobsahují řetězec AAA.
Označíme-li s_n počet všech slov délky n, která neosahují řetězec AAA, pak tato slova mohou končit

- _ _ _ _ _ _ _ _ _ B - takových slov je s_{n-1},
- _ _ _ _ _ _ _ _ BA - takových slov je s_{n-2},
- _ _ _ _ _ _ _ BAA - takových slov je s_{n-3}.

Uvedené možnosti jsou všechny (další nejsou) a jsou navzájem disjunktní, proto všech vyhovujících slov délky n je $s_n = s_{n-1} + s_{n-2} + s_{n-3}$.

Nás zajímá s_{10}, potřebujeme ale ještě dopočítat
$s_1 = 2$ (A, B),

Příklady

Příklad: Určete, kolik existuje slov délky 10 sestavených z písmen A, B, která neobsahují řetězec AAA.
Označíme-li s_n počet všech slov délky n, která neosahují řetězec AAA, pak tato slova mohou končit

- _ _ _ _ _ _ _ _ _ B - takových slov je s_{n-1},
- _ _ _ _ _ _ _ _ BA - takových slov je s_{n-2},
- _ _ _ _ _ _ _ BAA - takových slov je s_{n-3}.

Uvedené možnosti jsou všechny (další nejsou) a jsou navzájem disjunktní, proto všech vyhovujících slov délky n je $s_n = s_{n-1} + s_{n-2} + s_{n-3}$.

Nás zajímá s_{10}, potřebujeme ale ještě dopočítat
$s_1 = 2$ (A, B), $\quad s_2$

Příklady

Příklad: Určete, kolik existuje slov délky 10 sestavených z písmen A, B, která neobsahují řetězec AAA.
Označíme-li s_n počet všech slov délky n, která neosahují řetězec AAA, pak tato slova mohou končit

- _ _ _ _ _ _ _ _ _ B - takových slov je s_{n-1},
- _ _ _ _ _ _ _ _ BA - takových slov je s_{n-2},
- _ _ _ _ _ _ _ BAA - takových slov je s_{n-3}.

Uvedené možnosti jsou všechny (další nejsou) a jsou navzájem disjunktní, proto všech vyhovujících slov délky n je $s_n = s_{n-1} + s_{n-2} + s_{n-3}$.

Nás zajímá s_{10}, potřebujeme ale ještě dopočítat
$s_1 = 2$ (A, B), $s_2 = 4$ (AA, AB, BA, BB),

Příklady

Příklad: Určete, kolik existuje slov délky 10 sestavených z písmen A, B, která neobsahují řetězec AAA.

Označíme-li s_n počet všech slov délky n, která neosahují řetězec AAA, pak tato slova mohou končit

- _ _ _ _ _ _ _ _ _ B - takových slov je s_{n-1},
- _ _ _ _ _ _ _ _ BA - takových slov je s_{n-2},
- _ _ _ _ _ _ _ BAA - takových slov je s_{n-3}.

Uvedené možnosti jsou všechny (další nejsou) a jsou navzájem disjunktní, proto všech vyhovujících slov délky n je $s_n = s_{n-1} + s_{n-2} + s_{n-3}$.

Nás zajímá s_{10}, potřebujeme ale ještě dopočítat

$s_1 = 2$ (A, B), $s_2 = 4$ (AA, AB, BA, BB), $s_3 = 7$ (AAB, ABA, BAA, ABB, BAB, BBA, BBB),

Příklady

Příklad: Určete, kolik existuje slov délky 10 sestavených z písmen A, B, která neobsahují řetězec AAA.
Označíme-li s_n počet všech slov délky n, která neosahují řetězec AAA, pak tato slova mohou končit

- _ _ _ _ _ _ _ _ _ B - takových slov je s_{n-1},
- _ _ _ _ _ _ _ _ BA - takových slov je s_{n-2},
- _ _ _ _ _ _ _ BAA - takových slov je s_{n-3}.

Uvedené možnosti jsou všechny (další nejsou) a jsou navzájem disjunktní, proto všech vyhovujících slov délky n je $s_n = s_{n-1} + s_{n-2} + s_{n-3}$.

Nás zajímá s_{10}, potřebujeme ale ještě dopočítat
$s_1 = 2$ (A, B), $s_2 = 4$ (AA, AB, BA, BB), $s_3 = 7$ (AAB, ABA, BAA, ABB, BAB, BBA, BBB),
$s_4 = s_3 + s_2 + s_1$

Příklady

Příklad: Určete, kolik existuje slov délky 10 sestavených z písmen A, B, která neobsahují řetězec AAA.
Označíme-li s_n počet všech slov délky n, která neosahují řetězec AAA, pak tato slova mohou končit

- _ _ _ _ _ _ _ _ _ B - takových slov je s_{n-1},
- _ _ _ _ _ _ _ _ BA - takových slov je s_{n-2},
- _ _ _ _ _ _ _ BAA - takových slov je s_{n-3}.

Uvedené možnosti jsou všechny (další nejsou) a jsou navzájem disjunktní, proto všech vyhovujících slov délky n je $s_n = s_{n-1} + s_{n-2} + s_{n-3}$.

Nás zajímá s_{10}, potřebujeme ale ještě dopočítat
$s_1 = 2$ (A, B), $s_2 = 4$ (AA, AB, BA, BB), $s_3 = 7$ (AAB, ABA, BAA, ABB, BAB, BBA, BBB),
$s_4 = s_3 + s_2 + s_1 = 7 + 4 + 2 = 13$

Příklady

Příklad: Určete, kolik existuje slov délky 10 sestavených z písmen A, B, která neobsahují řetězec AAA.

Označíme-li s_n počet všech slov délky n, která neosahují řetězec AAA, pak tato slova mohou končit

- _ _ _ _ _ _ _ _ _ B - takových slov je s_{n-1},
- _ _ _ _ _ _ _ _ BA - takových slov je s_{n-2},
- _ _ _ _ _ _ _ BAA - takových slov je s_{n-3}.

Uvedené možnosti jsou všechny (další nejsou) a jsou navzájem disjunktní, proto všech vyhovujících slov délky n je $s_n = s_{n-1} + s_{n-2} + s_{n-3}$.

Nás zajímá s_{10}, potřebujeme ale ještě dopočítat
$s_1 = 2$ (A, B), $s_2 = 4$ (AA, AB, BA, BB), $s_3 = 7$ (AAB, ABA, BAA, ABB, BAB, BBA, BBB),
$s_4 = s_3 + s_2 + s_1 = 7 + 4 + 2 = 13$
$s_5 = s_4 + s_3 + s_2 = 13 + 7 + 4 = 24$

Příklady

Příklad: Určete, kolik existuje slov délky 10 sestavených z písmen A, B, která neobsahují řetězec AAA.
Označíme-li s_n počet všech slov délky n, která neosahují řetězec AAA, pak tato slova mohou končit

- _ _ _ _ _ _ _ _ _ B - takových slov je s_{n-1},
- _ _ _ _ _ _ _ _ BA - takových slov je s_{n-2},
- _ _ _ _ _ _ _ BAA - takových slov je s_{n-3}.

Uvedené možnosti jsou všechny (další nejsou) a jsou navzájem disjunktní, proto všech vyhovujících slov délky n je $s_n = s_{n-1} + s_{n-2} + s_{n-3}$.

Nás zajímá s_{10}, potřebujeme ale ještě dopočítat
$s_1 = 2$ (A, B), $s_2 = 4$ (AA, AB, BA, BB), $s_3 = 7$ (AAB, ABA, BAA, ABB, BAB, BBA, BBB),
$s_4 = s_3 + s_2 + s_1 = 7 + 4 + 2 = 13$
$s_5 = s_4 + s_3 + s_2 = 13 + 7 + 4 = 24$
$s_{10} = 504$

Příklady

1. Určete, kolik existuje slov délky 8 sestavených z písmen A, B, C v nichž není obsažen řetězec AAA.
2. Určete, kolika způsoby lze z balíčku 32 karet (7-A, $\clubsuit, \heartsuit, \diamondsuit, \spadesuit$) rozdat 5 karet
   a) libovolně, nezáleží na pořadí rozdaných karet
   b) libovolně, záleží na pořadí rozdaných karet
   c) třem hráčům tak, aby alespoň jeden z nich dostal eso
   d) třem hráčům tak, aby všichni dostali stejné karty (až na "barvu")
3. Na vysvědčení je zapsáno 11 (konkrétních) předmětů a jejich hodnocení, je na něm i celkové hodnocení "prospěl s vyznamenáním". Kolik různých vysvědčení tuto vlastnost splňuje?

Příklady

1. Určete, kolik existuje slov délky 8 sestavených z písmen A, B, C v nichž není obsažen řetězec AAA. $[s_8 = 2s_5 + 2s_6 + 2s_7 = 5524]$
2. Určete, kolika způsoby lze z balíčku 32 karet (7-A, $\clubsuit, \heartsuit, \diamondsuit, \spadesuit$) rozdat 5 karet
   a) libovolně, nezáleží na pořadí rozdaných karet
   b) libovolně, záleží na pořadí rozdaných karet
   c) třem hráčům tak, aby alespoň jeden z nich dostal eso
   d) třem hráčům tak, aby všichni dostali stejné karty (až na “barvu”)
3. Na vysvědčení je zapsáno 11 (konkrétních) předmětů a jejich hodnocení, je na něm i celkové hodnocení “prospěl s vyznamenáním”. Kolik různých vysvědčení tuto vlastnost splňuje?

Příklady

1. Určete, kolik existuje slov délky 8 sestavených z písmen A, B, C v nichž není obsažen řetězec AAA. $[s_8 = 2s_5 + 2s_6 + 2s_7 = 5524]$
2. Určete, kolika způsoby lze z balíčku 32 karet (7-A, $\clubsuit, \heartsuit, \diamondsuit, \spadesuit$) rozdat 5 karet
   a) libovolně, nezáleží na pořadí rozdaných karet $[\binom{32}{5}]$
   b) libovolně, záleží na pořadí rozdaných karet
   c) třem hráčům tak, aby alespoň jeden z nich dostal eso
   d) třem hráčům tak, aby všichni dostali stejné karty (až na "barvu")
3. Na vysvědčení je zapsáno 11 (konkrétních) předmětů a jejich hodnocení, je na něm i celkové hodnocení "prospěl s vyznamenáním". Kolik různých vysvědčení tuto vlastnost splňuje?

Příklady

1. Určete, kolik existuje slov délky 8 sestavených z písmen A, B, C v nichž není obsažen řetězec AAA. $[s_8 = 2s_5 + 2s_6 + 2s_7 = 5524]$
2. Určete, kolika způsoby lze z balíčku 32 karet (7-A, $\clubsuit, \heartsuit, \diamondsuit, \spadesuit$) rozdat 5 karet
   a) libovolně, nezáleží na pořadí rozdaných karet $[\binom{32}{5}]$
   b) libovolně, záleží na pořadí rozdaných karet $[V(5, 32) = 24\,165\,120]$
   c) třem hráčům tak, aby alespoň jeden z nich dostal eso
   d) třem hráčům tak, aby všichni dostali stejné karty (až na "barvu")
3. Na vysvědčení je zapsáno 11 (konkrétních) předmětů a jejich hodnocení, je na něm i celkové hodnocení "prospěl s vyznamenáním". Kolik různých vysvědčení tuto vlastnost splňuje?

Příklady

1. Určete, kolik existuje slov délky 8 sestavených z písmen A, B, C v nichž není obsažen řetězec AAA. $[s_8 = 2s_5 + 2s_6 + 2s_7 = 5524]$
2. Určete, kolika způsoby lze z balíčku 32 karet (7-A, $\clubsuit, \heartsuit, \diamondsuit, \spadesuit$) rozdat 5 karet
   a) libovolně, nezáleží na pořadí rozdaných karet $\left[\binom{32}{5}\right]$
   b) libovolně, záleží na pořadí rozdaných karet $[V(5,32) = 24\,165\,120]$
   c) třem hráčům tak, aby alespoň jeden z nich dostal eso $\left[\binom{32}{5}\binom{27}{5}\binom{22}{5} - \binom{28}{5}\binom{23}{5}\binom{18}{5}\right]$
   d) třem hráčům tak, aby všichni dostali stejné karty (až na "barvu")
3. Na vysvědčení je zapsáno 11 (konkrétních) předmětů a jejich hodnocení, je na něm i celkové hodnocení "prospěl s vyznamenáním". Kolik různých vysvědčení tuto vlastnost splňuje?

Příklady

1. Určete, kolik existuje slov délky 8 sestavených z písmen A, B, C v nichž není obsažen řetězec AAA. $[s_8 = 2s_5 + 2s_6 + 2s_7 = 5524]$
2. Určete, kolika způsoby lze z balíčku 32 karet (7-A, $\clubsuit, \heartsuit, \diamondsuit, \spadesuit$) rozdat 5 karet
   a) libovolně, nezáleží na pořadí rozdaných karet $\left[\binom{32}{5}\right]$
   b) libovolně, záleží na pořadí rozdaných karet $[V(5,32) = 24\,165\,120]$
   c) třem hráčům tak, aby alespoň jeden z nich dostal eso $\left[\binom{32}{5}\binom{27}{5}\binom{22}{5} - \binom{28}{5}\binom{23}{5}\binom{18}{5}\right]$
   d) třem hráčům tak, aby všichni dostali stejné karty (až na "barvu") $\left[\binom{8}{5}\binom{4}{1}^5\binom{3}{1}^5\binom{2}{1}^5\right]$
3. Na vysvědčení je zapsáno 11 (konkrétních) předmětů a jejich hodnocení, je na něm i celkové hodnocení "prospěl s vyznamenáním". Kolik různých vysvědčení tuto vlastnost splňuje?

1. Určete, kolik existuje slov délky 8 sestavených z písmen A, B, C v nichž není obsažen řetězec AAA. $[s_8 = 2s_5 + 2s_6 + 2s_7 = 5524]$
2. Určete, kolika způsoby lze z balíčku 32 karet (7-A, ♣, ♡, ♢, ♠) rozdat 5 karet
   a) libovolně, nezáleží na pořadí rozdaných karet $\left[\binom{32}{5}\right]$
   b) libovolně, záleží na pořadí rozdaných karet $[V(5,32) = 24\,165\,120]$
   c) třem hráčům tak, aby alespoň jeden z nich dostal eso
   $$\left[\binom{32}{5}\binom{27}{5}\binom{22}{5} - \binom{28}{5}\binom{23}{5}\binom{18}{5}\right]$$
   d) třem hráčům tak, aby všichni dostali stejné karty (až na "barvu")
   $$\left[\binom{8}{5}\binom{4}{1}^5\binom{3}{1}^5\binom{2}{1}^5\right]$$
3. Na vysvědčení je zapsáno 11 (konkrétních) předmětů a jejich hodnocení, je na něm i celkové hodnocení "prospěl s vyznamenáním". Kolik různých vysvědčení tuto vlastnost splňuje?
   $$\left[\binom{11}{0} + \binom{11}{1} + \binom{11}{2} + \binom{11}{3} + \binom{11}{4} + \binom{11}{5}\right]$$

Něco o relacích

Určete, kolik existuje na n-prvkové množině M

a) všech relací

b) reflexivních relací

c) symetrických relací

d) antisymetrických relací

e) úplných relací

Něco o relacích

Určete, kolik existuje na n-prvkové množině M

a) všech relací $\left[2^{n^2}\right]$

b) reflexivních relací

c) symetrických relací

d) antisymetrických relací

e) úplných relací

Něco o relacích

Určete, kolik existuje na n-prvkové množině M

a) všech relací $\left[2^{n^2}\right]$

b) reflexivních relací $\left[2^{n^2-n}\right]$

c) symetrických relací

d) antisymetrických relací

e) úplných relací

Něco o relacích

Určete, kolik existuje na n-prvkové množině M

a) všech relací $\left[2^{n^2}\right]$

b) reflexivních relací $\left[2^{n^2-n}\right]$

c) symetrických relací $\left[2^{\frac{n(n+1)}{2}}\right]$

d) antisymetrických relací

e) úplných relací

Něco o relacích

Určete, kolik existuje na n-prvkové množině M

a) všech relací $\left[2^{n^2}\right]$

b) reflexivních relací $\left[2^{n^2-n}\right]$

c) symetrických relací $\left[2^{\frac{n(n+1)}{2}}\right]$

d) antisymetrických relací $\left[2^n 3^{\frac{n(n-1)}{2}}\right]$

e) úplných relací

Něco o relacích

Určete, kolik existuje na n-prvkové množině M

a) všech relací $\left[2^{n^2}\right]$

b) reflexivních relací $\left[2^{n^2-n}\right]$

c) symetrických relací $\left[2^{\frac{n(n+1)}{2}}\right]$

d) antisymetrických relací $\left[2^n 3^{\frac{n(n-1)}{2}}\right]$

e) úplných relací $\left[3^{\frac{n(n-1)}{2}}\right]$