Afinní souřadnice

$$\mathcal{B} = \left\{ [1,1,0] + t(2,a,1) \,\middle|\, t \in \mathbb{R} \right\}$$

$$\mathcal{C} = \{\, x_1 + 2x_2 = 2 \,\}$$

Společné body $\mathcal{B} \cap \mathcal{C}$:

$$\begin{aligned} (1+2t) + 2(1+at) &= 2, \\ (2+a)t &= -1. \end{aligned}$$

Společné vektory $\overrightarrow{\mathcal{B}} \cap \overrightarrow{\mathcal{C}}$:

$$\begin{aligned} 2t + 2at &= 0, \\ (2+a)t &= 0. \end{aligned}$$

Pro $a = -2$ je $\mathcal{B} \cap \mathcal{C} = \emptyset$ a $\overrightarrow{\mathcal{B}} \cap \overrightarrow{\mathcal{C}} = \overrightarrow{\mathcal{B}}$,
tedy $\mathcal{B}$ a $\mathcal{C}$ jsou **rovnoběžné**.

Pro $a \neq -2$ je $\mathcal{B} \cap \mathcal{C} =$ bod, jmenovitě

$$\mathcal{B} \cap \mathcal{C} = \left[\tfrac{a}{2+a}, \tfrac{2}{2+a}, \tfrac{-1}{2+a} \right],$$

tedy $\mathcal{B}$ a $\mathcal{C}$ jsou **různoběžné**.

Homogenní souřadnice

$$\widetilde{\mathcal{B}} = \left\{ \alpha(\underline{1} : 1 : 1 : 0) + \beta(\underline{0} : 2 : a : 1) \,\middle|\, \alpha, \beta \in \mathbb{R} \right\}$$

$$\widetilde{\mathcal{C}} = \left\{ -2\underline{x_0} + x_1 + 2x_2 = 0 \right\}$$

Společné body $\widetilde{\mathcal{B}} \cap \widetilde{\mathcal{C}}$:

$$\begin{aligned} -2\alpha + (\alpha + 2\beta) + 2(\alpha + a\beta) &= 0, \\ \alpha + (2+a)\beta &= 0, \\ \alpha &= -(2+a)\beta. \end{aligned}$$

Tedy $\widetilde{\mathcal{B}} \cap \widetilde{\mathcal{C}} =$ bod, jmenovitě

$$\widetilde{\mathcal{B}} \cap \widetilde{\mathcal{C}} = (\underline{-2-a} : -a : -2 : 1).$$

Pro $a = -2$ je $\widetilde{\mathcal{B}} \cap \widetilde{\mathcal{C}}$ nevlastní,
tedy $\mathcal{B}$ a $\mathcal{C}$ jsou **rovnoběžné**.

Pro $a \neq -2$ je $\widetilde{\mathcal{B}} \cap \widetilde{\mathcal{C}}$ vlastní,
tedy $\mathcal{B}$ a $\mathcal{C}$ jsou **různoběžné**.