

## MA2BP\_PGE, 22. ledna 2019

Všechna následující analytická vyjádření jsou v kartézských souřadnicích příslušného eukleidovského prostoru.

Každý úkol (+) je hodnocen 6 body; k ústní zkoušce je potřeba aspoň 39 bodů.

---

1. V trojrozměrném prostoru jsou dány body

$$A = [-1, 1, 3], \quad B = [2, 1, 7], \quad C = [2, 6, 7], \quad H = [3, 6, 0].$$

- + Určete souřadnice bodů  $D, E, F, G$  tak, aby všechny tyto body tvořily vrcholy rovnoběžnostěnu s podstavami  $ABCD$  a  $EFGH$ .
- + Určete odchylku úhlopříčky  $BH$  od podstavy  $ABCD$ .
- + Určete objem čtyřstěnu  $ABCH$ .

2. Ve čtyřrozměrném prostoru jsou dány afinní podprostory

$$\mathcal{B} = \{[1, 1, 2, 4] + t(1, 1, 0, 0) \mid t \in \mathbb{R}\},$$

$$\mathcal{C} = \{[3, 4, 0, 3] + s_1(0, 1, 0, 1) + s_2(1, 0, 0, 0) \mid s_1, s_2 \in \mathbb{R}\}.$$

- + Určete vzájemnou polohu  $\mathcal{B}$  a  $\mathcal{C}$ .
- + Určete vzdálenost  $\mathcal{B}$  a  $\mathcal{C}$ .

3. V trojrozměrném prostoru jsou dány vektory

$$\mathbf{v}_1 = (3, 0, 4), \quad \mathbf{v}_2 = (3, 5, 4).$$

- + Určete vektorový součin  $\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2$  a ukažte, že platí

$$\|\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2\|^2 = \|\mathbf{v}_1\|^2 \cdot \|\mathbf{v}_2\|^2 - (\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2)^2.$$

4. Transformace v rovině je dána předpisem

$$[x, y] \mapsto [2x - y - 2, -x + 2y + 2].$$

- + Určete typ transformace (projektivní/afinní/ekviafinní/podobná/shodná).
- + Určete samodružné body, resp. směry a rozhodněte, zda je tato transformace základní.

5. Ve vhodném prostoru udejte konkrétní příklad. . .

- + . . . čtyřúhelníku  $KLMN$ , jehož těžiště leží uvnitř trojúhelníku  $KLM$ .
- + . . . dvou podprostorů s netriviálním průnikem a odchylkou  $45^\circ$ .
- + . . . středového promítání mezi dvěma podprostory, které je afinní.

6. Dokažte, že. . .

- + . . . vlastnost v úloze 3 platí obecně.
- + . . . každé podobné zobrazení je prosté (injektivní).