$\boxed{\text{UMÍME}}$ ← OPAKOVÁNÍ

V nad $\mathbb{R}$ ... (těleso)

- VEKTOROVÝ PROSTOR, PODPR ...
- AFINNÍ —||—, —||— ...

} ← PŘÍKLADY / NAIVNĚ / OBECNĚ (PŘESNĚ)

$\mathcal{a}$ nad V ... (zaměřením, ozn. $V = \vec{\mathcal{a}}$)

- DIMENZE ... n

lze $\underbrace{\text{vždy (nějak) ztotožnit}}_{\text{volbou souř. soustavy}}$ s $\mathbb{R}^n$!

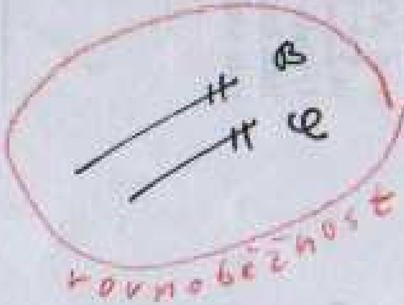
- JEDEN PODPR ..... vyjádření ← několik prvků / parametricky (explicitně všechny prvky) / rovnicově (implicitně jako řešení soustavy lin. rovnic)

INCIDENCE

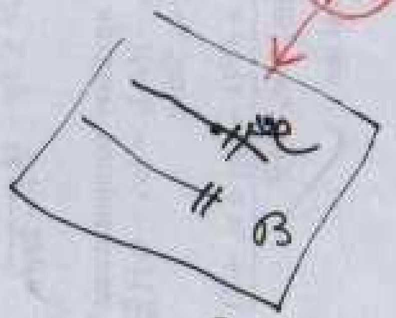
- VÍCE PODPR ..... $\mathcal{B} \subseteq \mathcal{C}$

$\cancel{\Uparrow}\ \Downarrow$

$\vec{\mathcal{B}} \subseteq \vec{\mathcal{C}}$



– VÍCE PODPR. (POKRAČOVÁNÍ) ...

PRŮNIK	SJEDNOCENÍ	SOUČET
$\mathcal{B} \cap \mathcal{C}$ $\uparrow$ opět podpr.	$\mathcal{B} \cup \mathcal{C}$ $\uparrow$ NEMUSÍ být podpr.	$\rightsquigarrow$ $\mathcal{B} + \mathcal{C}$ " nejmenší af. podpr. obsahující $\mathcal{B} \cup \mathcal{C}$
$\overrightarrow{\mathcal{B} \cap \mathcal{C}} = \vec{\mathcal{B}} \cap \vec{\mathcal{C}}$ ✓	✗	$\overrightarrow{\mathcal{B} + \mathcal{C}} \supseteq \vec{\mathcal{B}} + \vec{\mathcal{C}}$ $\mathcal{C}$  $\mathcal{B}+\mathcal{C}$

ZÁVĚR

$\mathcal{B} \cap \mathcal{C} \neq \emptyset \iff \overrightarrow{\mathcal{B}+\mathcal{C}} = \vec{\mathcal{B}} + \vec{\mathcal{C}}$

$\iff \overrightarrow{BC} \in \vec{\mathcal{B}} + \vec{\mathcal{C}}$ pro lib. $B \in \mathcal{B}$ a $C \in \mathcal{C}$

POKRAČOVÁNÍ ← (NOVĚ)

VZÁJEMNÉ POLOHY AFINNÍCH PODPR. $\mathcal{B}, \mathcal{C} \subseteq \mathcal{A}$

- <u>INCIDENTNÍ ... $\mathcal{B} \subseteq \mathcal{C}$</u> (nebo $\mathcal{B} \supseteq \mathcal{C}$)

  $\mathcal{B} \cap \mathcal{C}$ je maximální možný

- <u>RŮZNOBĚŽNÉ</u> ... $\mathcal{B} \cap \mathcal{C} \neq \emptyset$, ale ne maximální

* <u>ROVNOBĚŽNÉ (RŮZNÉ)</u> ... $\mathcal{B} \cap \mathcal{C} = \emptyset$ a současně $\vec{\mathcal{B}} \subseteq \vec{\mathcal{C}}$ (nebo $\vec{\mathcal{B}} \supseteq \vec{\mathcal{C}}$)

  ↑ zde poprvé potřebujeme af. struktura

- <u>MIMOBĚŽNÉ</u> ... jinak

  tj. $\mathcal{B} \cap \mathcal{C} = \emptyset$ a $\vec{\mathcal{B}} \not\subseteq \vec{\mathcal{C}}$ (a $\vec{\mathcal{B}} \not\supseteq \vec{\mathcal{C}}$)

32 $\boxed{\text{POZNÁMKY}}$

* předchozí obecná definice zahrnuje (jako obvykle) jisté triviální případy:

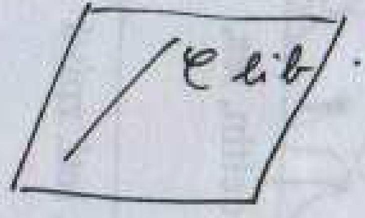
$\mathcal{B}$ = bod

$\mathcal{B} \in e$ ... INCIDENTNÍ

e lib $\quad \mathcal{B} \notin e$ ... ROVNOBĚŽNÉ

($\vec{\mathcal{B}} = \{o\} \subseteq \vec{e}$ lib)

$\mathcal{B} = a$



... vždy INCIDENTNÍ

* pro MIMOBĚŽNÉ podpr. se může stát, že sice $\vec{\mathcal{B}} \not\subseteq \vec{e}$, ale $\vec{\mathcal{B}} \cap \vec{e} \neq \{o\}$ ... mají nějaké společné vektory

ani $\vec{\mathcal{B}} \not\supseteq \vec{e}$

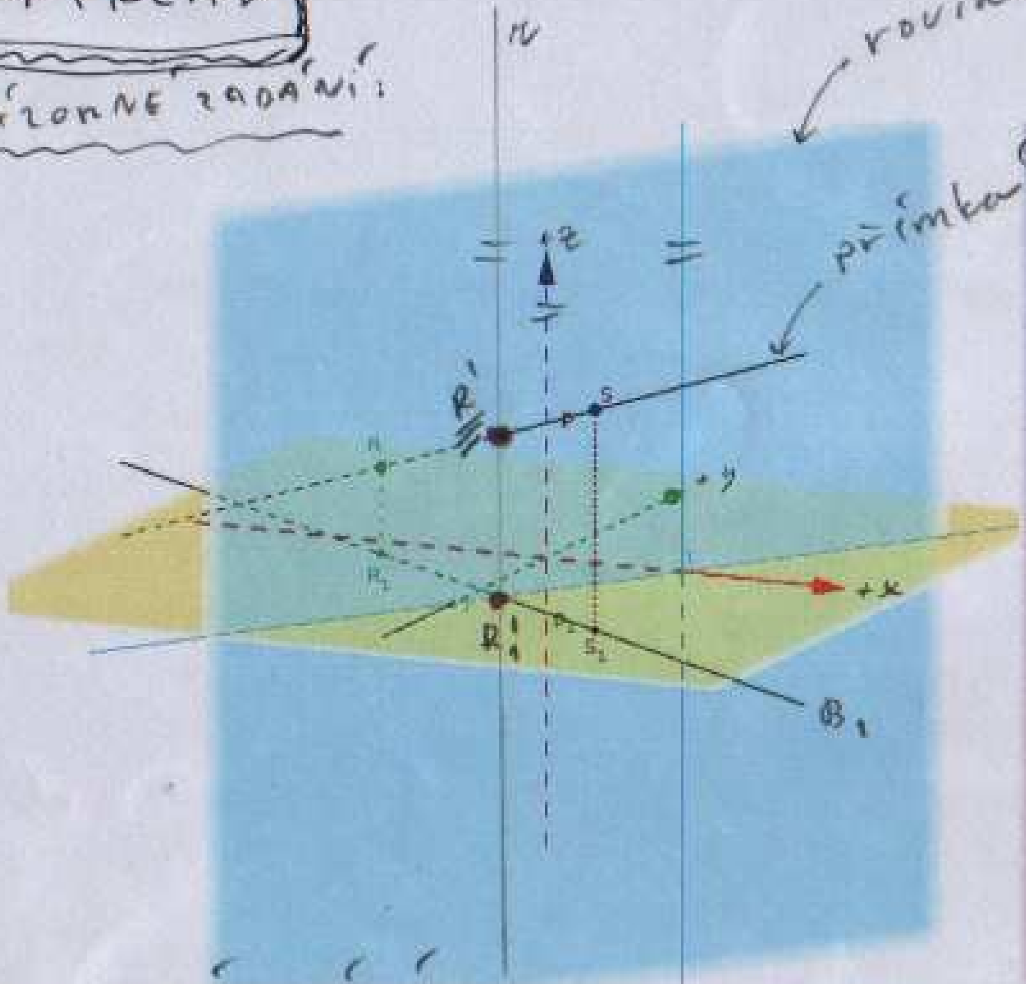
↳ ČÁSTEČNĚ ROVNOBĚŽNÉ

(do dim $a = 3$ takový příklad nenajdeme)

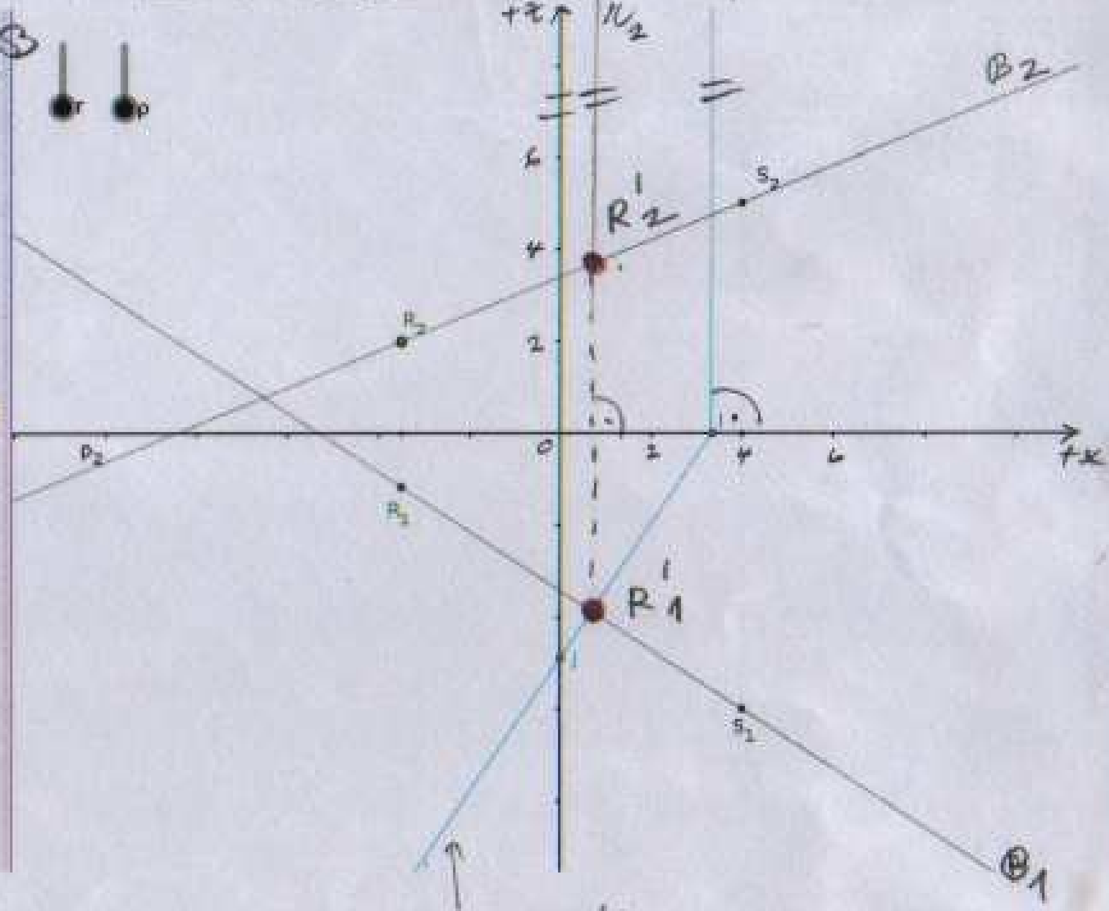
33 PRŮNIK, resp. VZÁJEMNÁ POLOHA přímky B a roviny ϱ v 3-dim afinním prostoru $\mathcal{A}$

PŘÍKLAD

NÁZORNÉ ZADÁNÍ:



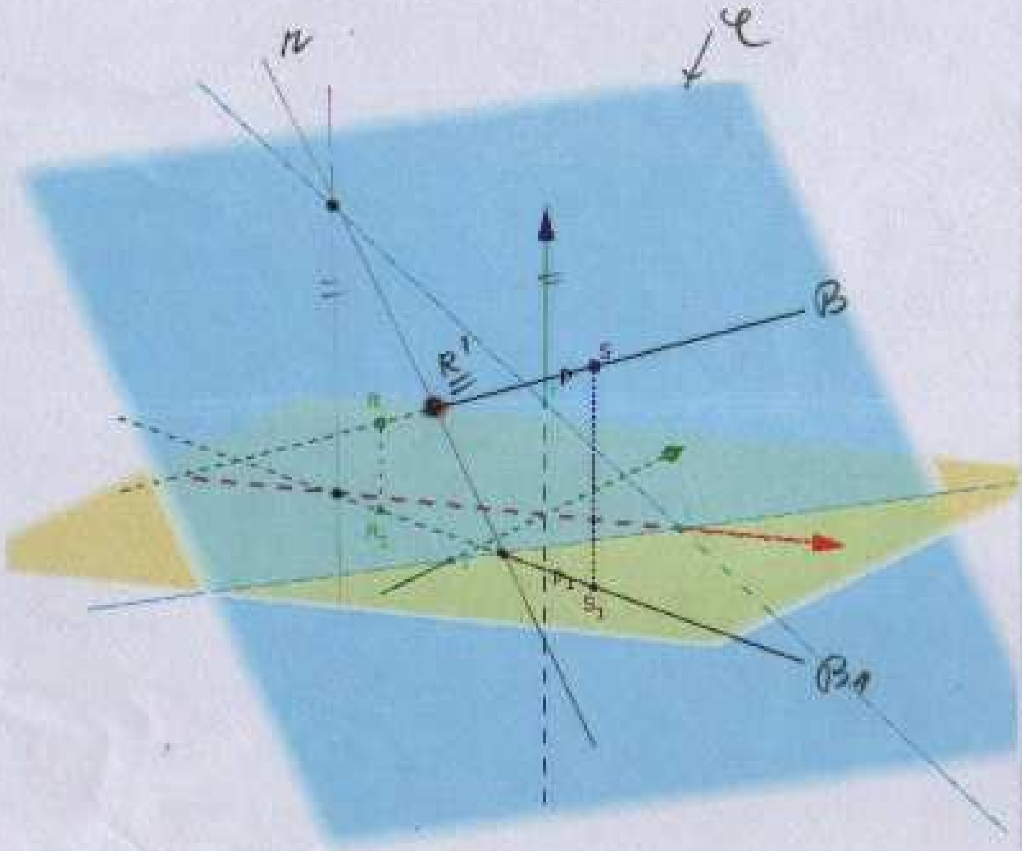
MONGE PRŮMĚTY:

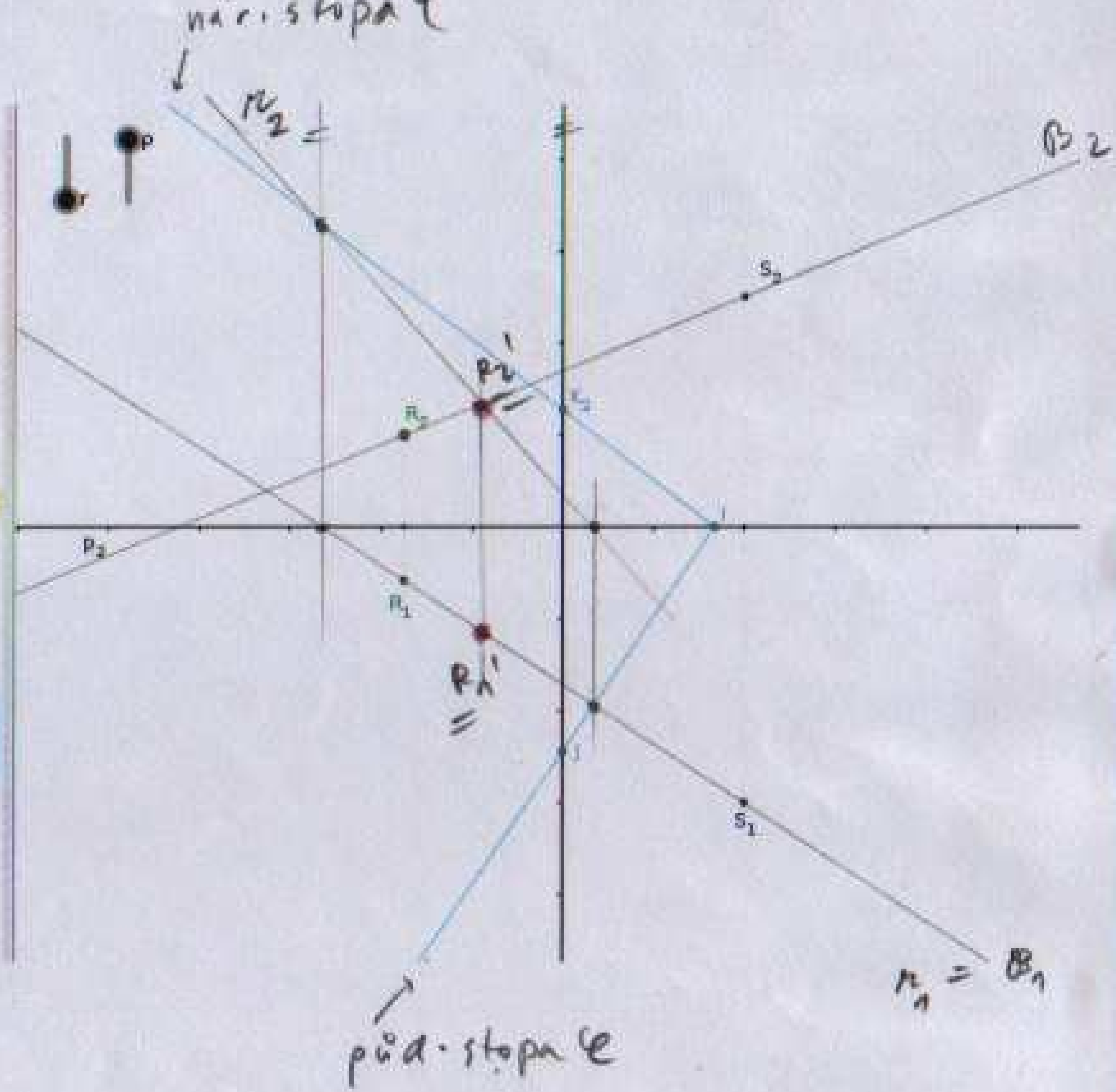


ANALYTICKÉ ZADÁNÍ:

- přímka B ... $(4,-6,5)+t(-8,5,3)$, $t\in\mathbb{R}$
- rovina ϱ ... $-5x+3y=-16$ ← spec. poloha ϱ ∥ osa z (tj. ϱ ⊥ rovina xy)
- průnik $R' = B \cap \varrho$ ... konstrukčně (pomocí přímky K)

34 **CVIČENÍ** řešte tutéž úlohu pro obecněji zadanou rovinu φ:





35 VÝPOČET

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \\ 5 \end{bmatrix} + t \begin{pmatrix} -8 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} x = 4 - 8t \\ y = -6 + 5t \\ z = 5 - 3t \end{array} \right\} \leftarrow \mathcal{B} \text{ .. parametricky}$$

$$\mathcal{C} = \{ -5x + 3y = -16 \} \leftarrow \mathcal{C} \text{ rovnicově}$$

řešíme soustavu 1 rovnici / 1 neznámá

$\mathcal{B} \cap \mathcal{C}$: $\boxed{-5(4-8t) + 3(-6+5t) = -16}$ (*)

a)

$$40t + 15t = -16 + 20 + 18$$

$$55t = 22$$

$$\boxed{t = \frac{22}{55}} \quad (**)$$

POLOČAS :

t vyšlo jednoznačně,

tj. $\mathcal{B} \cap \mathcal{C}$ = jeden bod

tj. $\mathcal{B} \cap \mathcal{C} \neq \emptyset$, ale není maximální možný

tj. $\mathcal{B}, \mathcal{C}$ RŮZNOBĚŽNÉ

b) dosazení zpět ("$t = \frac{22}{55}$ do $\mathcal{B}$")

$$\rightsquigarrow \quad R' = [4/5, -4, 19/5] = [0.8, -4, 3.8]$$

DISKUZE MOŽNOSTÍ:

- "SOUSTAVA" ⊛ … jednoznačné řešení ($at = b$, $a \neq 0$)
  ~ … ~ SOUST. ⊛⊛ $\Rightarrow$ $B \cap C$ = bod
  $\Rightarrow$ B, C RŮZNOBĚŽNÉ

- SOUSTAVA ⊛ … víc řešení (t = lib)
  ($0 \cdot t = 0$)
  $\Rightarrow$ $B \cap C$ = přímka
  $\Rightarrow$ $B \subset C$ INCIDENTNÍ

- SOUSTAVA ⊛ … žádné řešení ($0 \cdot t = b$, $b \neq 0$)
  $\Rightarrow$ $B \cap C = \emptyset$
  $\Rightarrow$ B, C ROVNOBĚŽNÉ

v prostoru dim 3
není na MIMOBĚŽNOST MÍSTO!

37 TOTÉŽ ZNOVA

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \\ 5 \end{bmatrix}^{B} + t \begin{pmatrix} -8 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\mathcal{C} = \left\{ \begin{bmatrix} \frac{16}{5} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{C} + r \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$ ← $\mathcal{C}$ .. parametricky

řešíme soustavu 3 rovnic / 3 neznámé

$\mathcal{B} \cap \mathcal{C}$: (∗)

$$\boxed{\begin{pmatrix} 4 - 8t = \frac{16}{5} + 3r \\ -6 + 5t = 5r \\ 5 - 3t = s \end{pmatrix}} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} r & s & t & \\ 3 & 0 & 8 & 4/5 \\ 5 & 0 & -5 & -6 \\ \underbrace{0 \quad 1}_{\vec{\mathcal{C}}} & & \underbrace{3}_{\vec{\mathcal{B}}} & \underbrace{5}_{\vec{CB} = B - C} \end{array} \right) \sim$$

$$\sim_{(**)} \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 55 & 22 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \\ 5 & 0 & -5 & 5 \end{array} \right) \sim \quad t = \frac{22}{55}, \quad s = \frac{19}{5}, \quad r = \frac{7}{5}$$

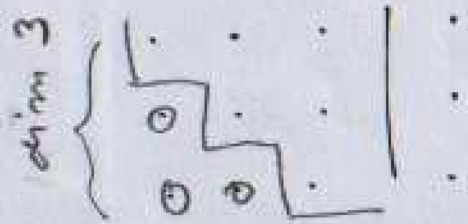
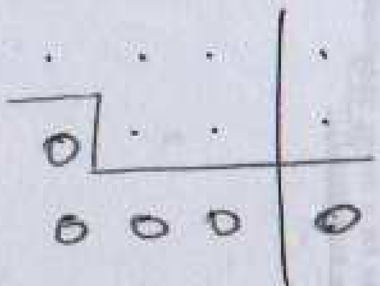
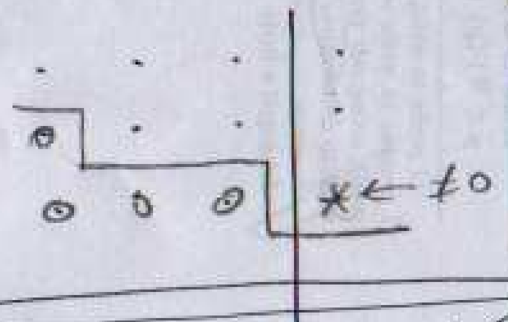
protože na nic moc. není místo

POLOČAS

soustava (∗) ... jednoznačné řeš $\Rightarrow \mathcal{B} \cap \mathcal{C}$ - bod $\Rightarrow \mathcal{B} \times \mathcal{C}$

... víc řeš $\Rightarrow \mathcal{B} \cap \mathcal{C}$ = přímka $\mathcal{B} \Rightarrow \mathcal{B} \subseteq \mathcal{C}$

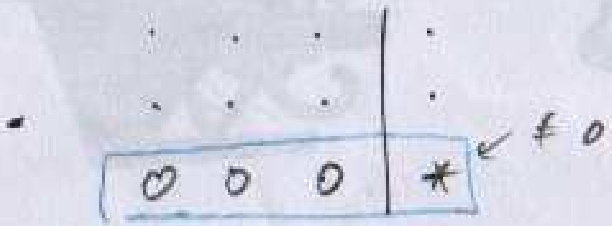
DISKUZE MOŽNOSTÍ ... žádné řeš $\Rightarrow \mathcal{B} \cap \mathcal{C} = \emptyset \Rightarrow \mathcal{B} \parallel \mathcal{C}$

38 soust. (*) ~ … ~ soust (**)	ŘEŠENÍ	VZÁJ. POLOHA	$\mathcal{B}_1, \mathcal{C}_2 \subset$ dim 3
	1	$\mathcal{B} \times \mathcal{C}$	
	∞ (t lib)	$\mathcal{B} \subset \mathcal{C}$ ($\mathcal{B} \cap \mathcal{C} = \mathcal{B}$ .. přímka)	
	0	$\mathcal{B} \parallel \mathcal{C}$	

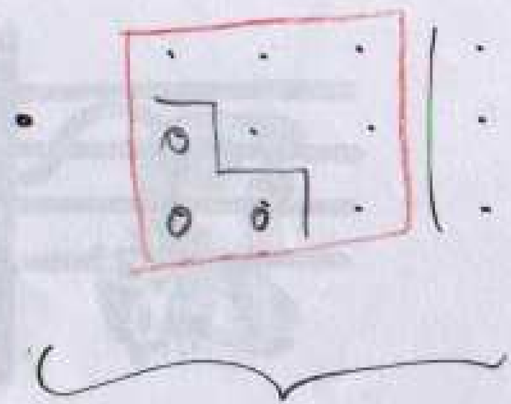
jiný schodovitý tvar NENÍ $\Longrightarrow$ na mimoběžnost NENÍ v 3-dim místo !

39 DODATEK K MIMOBĚŽNOSTI * — dim 3

potřebovali bychom současně

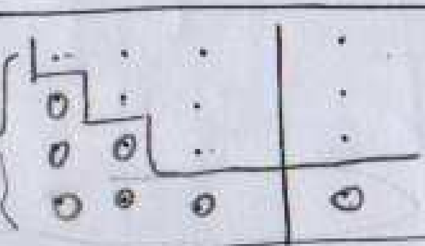
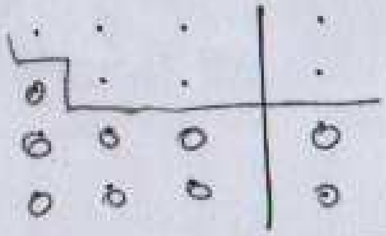
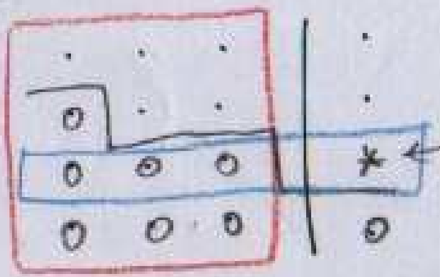
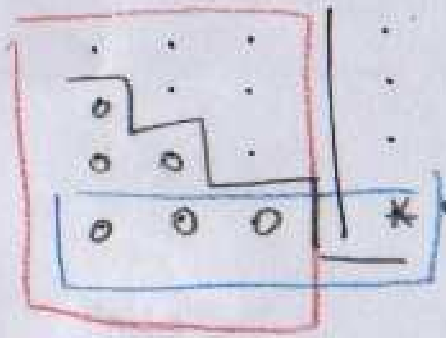


aby $\boxed{B \cap C = \emptyset}$



aby $\boxed{\vec{B} \not\subseteq \vec{C}}$

NELZE

soust. (**)	ŘEŠENÍ	VZÁJ. POLOHA	$\mathcal{B}, \mathcal{C} \subset \dim 4$ ($\mathcal{B}$ … 1, $\mathcal{C}$ … 2)
dim 4 	1	$\mathcal{B} \times \mathcal{C}$	$\mathcal{B} \cap \mathcal{C} \neq \emptyset$ a $\vec{\mathcal{B}} \not\subset \vec{\mathcal{C}}$
	∞	$\mathcal{B} \subset \mathcal{C}$	$\mathcal{B} \cap \mathcal{C} \neq \emptyset$ a $\vec{\mathcal{B}} \subset \vec{\mathcal{C}}$
 $\neq 0$	0	$\mathcal{B} \parallel \mathcal{C}$	$\boxed{\mathcal{B} \cap \mathcal{C} = \emptyset}$ a $\boxed{\vec{\mathcal{B}} \subset \vec{\mathcal{C}}}$; $\vec{\mathcal{B}} \cap \vec{\mathcal{C}} = \vec{\mathcal{B}}$ … max
 $\neq 0$	0	$\mathcal{B} \not\times \mathcal{C}$	$\boxed{\mathcal{B} \cap \mathcal{C} = \emptyset}$ a $\boxed{\vec{\mathcal{B}} \not\subset \vec{\mathcal{C}}}$; $\vec{\mathcal{B}} \cap \vec{\mathcal{C}} \neq \vec{\mathcal{B}}$

41 $\boxed{\text{OBECNÉ ZÁVĚRY}}$ (předp. $\dim \mathcal{B} \leq \dim \mathcal{C}$)

- $\mathcal{B} \subseteq \mathcal{C} \iff \mathcal{B} \cap \mathcal{C} = \mathcal{B}$ ... max

- $\vec{\mathcal{B}} \subseteq \vec{\mathcal{C}} \iff \vec{\mathcal{B}} \cap \vec{\mathcal{C}} = \vec{\mathcal{B}}$ ... max

viz 5.28

$\mathcal{B} \cap \mathcal{C}$

- $\left(\underbrace{\begin{matrix} \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \end{matrix}}_{\vec{\mathcal{B}}} \; \underbrace{\begin{matrix} \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \end{matrix}}_{\vec{\mathcal{C}}} \; \middle| \; \underbrace{\begin{matrix} \vdots \\ \vdots \end{matrix}}_{\vec{BC}} \right)$ ... zde (opět) vidíme:

$$\boxed{\mathcal{B} \cap \mathcal{C} \neq \emptyset \iff \vec{BC} \in \vec{\mathcal{B}} + \vec{\mathcal{C}}}$$

$\vec{\mathcal{B}} \cap \vec{\mathcal{C}}$

- všechny možné případy:

$\mathcal{B} \cap \mathcal{C}$ \ $\vec{\mathcal{B}} \cap \vec{\mathcal{C}}$	je max	není max
$\neq \emptyset$	$\subseteq$	X
$\emptyset$	$\parallel$	X