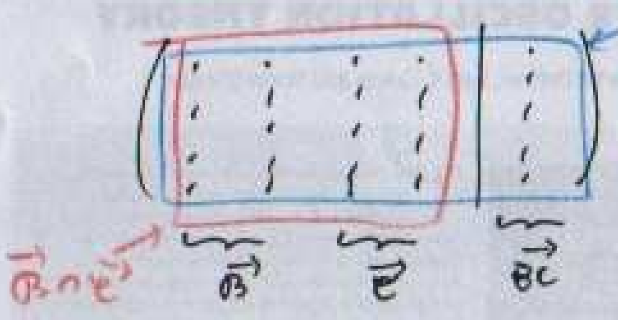
OBECNÉ ZÁVĚRY — DODATEK

- v předchozím hrají podstatnou roli toliko dimenze, resp. hodnosti odp. matic:



- hodnost ▢ $= \dim(\vec{B}+\vec{C}+\vec{BC}) = \dim(\overline{B+C}) \ldots \sigma$
- hodnost ▢ $= \dim(\vec{B}+\vec{C}) \ldots\ldots n$
- $\max(\dim\vec{B}, \dim\vec{C}) \ldots\ldots m$

- zřejmě platí $\boxed{\sigma \ge n \ge m}$, přičemž:

$\sigma = n \iff \boxed{B\cap C \neq \emptyset}$

$n = m \iff \boxed{\vec{B}\cap\vec{C} = \max}$ ($\vec{B}+\vec{C}$ = větší podpr. $\vec{B}, \vec{C}$)

- CELKEM ⟹

	$n = m$	$n > m$
$\vec{B}\cap\vec{C}$ / B∩C	je max	není max
$\sigma = n$: $\neq\emptyset$	$\subseteq$	×
$\sigma > n$: $=\emptyset$	$\parallel$	×

POSLEDNÍ DODATKY $(\mathcal{B}, \mathcal{C} \subseteq \mathcal{A})$

① $m \leq n \leq o \leq \dim \mathcal{A}$

$m = \max(\dim \mathcal{B}, \dim \mathcal{C})$

aby $\mathcal{B} \nparallel \mathcal{C}$, musí být $m < n < o \leq \dim \mathcal{A}$

TEDY: $\boxed{\mathcal{B} \nparallel \mathcal{C} \Rightarrow m \leq \boxed{\dim \mathcal{A} - 2}}$

(zejména NADROVINA není nikdy mimoběžná...)

② předp. $\vec{\mathcal{B}}, \vec{\mathcal{C}} \subseteq \vec{\mathcal{A}}$ KOMPLEMENTÁRNÍ (doplňkové),

tj. $\vec{\mathcal{B}} + \vec{\mathcal{C}} = \vec{\mathcal{A}}$ a $\vec{\mathcal{B}} \cap \vec{\mathcal{C}} = \{o\}$.

potom $n \boxed{=} o \boxed{=} \dim \vec{\mathcal{A}}$ a $\overrightarrow{\mathcal{B} \cap \mathcal{C}} = \vec{\mathcal{B}} \cap \vec{\mathcal{C}} = \{o\}$

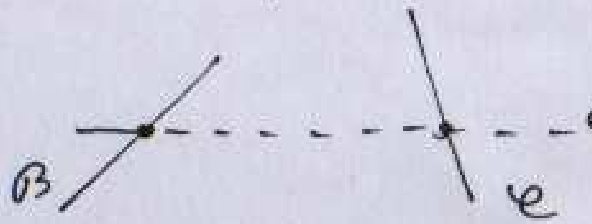
$\Downarrow$ $\boxed{\mathcal{B} \cap \mathcal{C} \neq \emptyset}$ $\Downarrow$ $\boxed{\mathcal{B} \cap \mathcal{C} = \text{bod}}$ (dim ... 0)

③ apod...

MEZISHRNUTÍ — AFINNÍ GEOM.

UMÍME
- obecný afinní prostor
- — " — podprostory (a jejich vyjádření)
- vzájemné polohy podpr. (← dvou)

DÁLE
- další polohové úlohy – PŘÍČKY (← tři podpr.)



příčka $\mathcal{B}, \mathcal{C}$ = přímka, resp. úsečka různoběžná s $\mathcal{B}$ a $\mathcal{C}$

- "omezené" podprostory
  tj. POLO-PROSTORY a jejich průniky ...

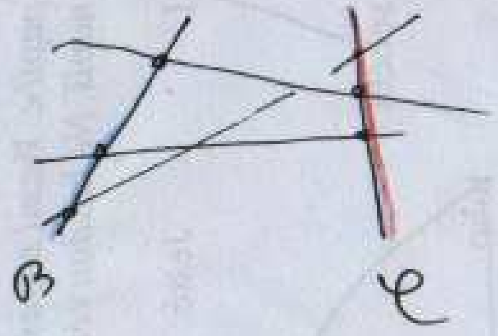
souvisí s USPOŘÁDÁNÍM bodů na přímce (afinní)

⟶ ÚSEČKA, KONVEXNÍ MNOŽINA, ...

PŘÍČKY

$\mathcal{B}, \mathcal{C} \subseteq \mathcal{A}$, $\dim \mathcal{B} =: k$, $\dim \mathcal{C} =: \ell$

af. podprostory (obecněji také jiné podmnožiny)



všechny příčky $\mathcal{B}$ a $\mathcal{C}$ jsou popsány $(k+\ell)$ volnými parametry

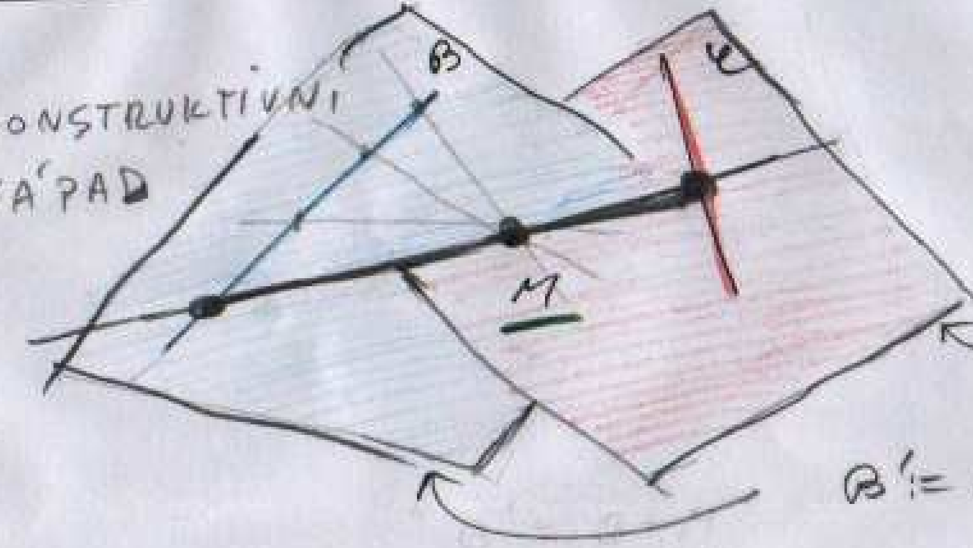
* obvyklé omezující podmínky: ($\rightsquigarrow$ jednoznačnost)
  - příčka procházející daným bodem
  - —"— rovnoběžná s daným vektorem
  - —"— nejkratší možná ($\rightsquigarrow$ vzdálenost $\mathcal{B}$ a $\mathcal{C}$)

časem

* obvyklé nápady jak řešit ...

např. příčku $\mathcal{B}, \mathcal{C}$ jdoucí bodem M ?

Ⓐ KONSTRUKTIVNÍ NÁPAD



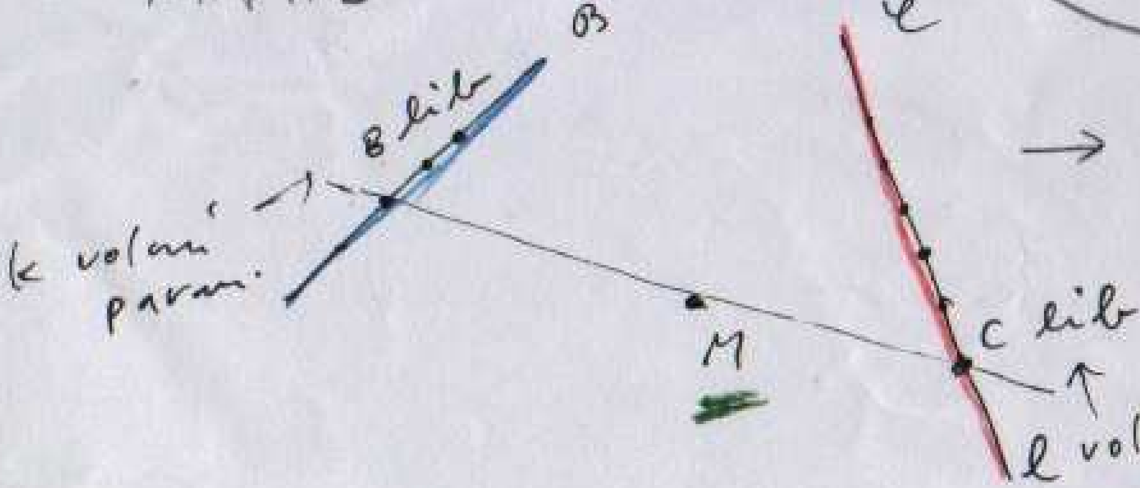
$\mathcal{C}' := \mathcal{C} + M$

$\mathcal{B}' := \mathcal{B} + M$

příčka je určená průnikem $\boxed{\mathcal{B}' \cap \mathcal{C}'}$

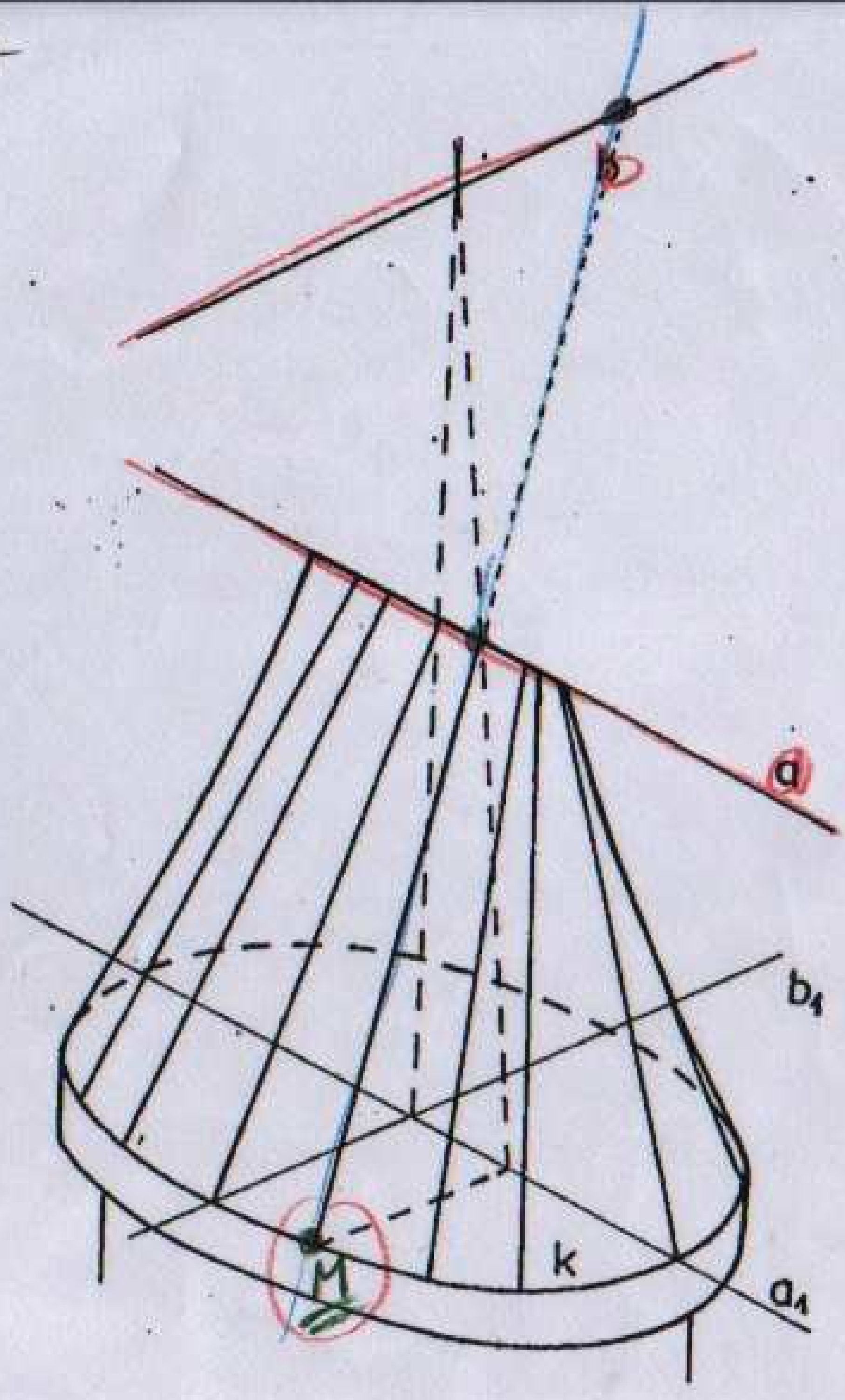
(resp. $\mathcal{B}' \cap \mathcal{C}$ = koncový bod na $\mathcal{C}$)

Ⓑ ANALYTICKÝ NÁPAD



→ hledáme $B \in \mathcal{B}$ a $C \in \mathcal{C}$ tak, aby $\boxed{M \in \text{přímce } BC}$

(tj. $\overrightarrow{MB}$ a $\overrightarrow{MC}$ lin. závislé)



ŠTRAMERSKÁ TRÚBA

||

PRÍMKOVÁ PLOCHA (RULED SURFACE)

||

SYSTÉM PRÍČOK mimob. a, b s. dodat. podm. M ∈ k

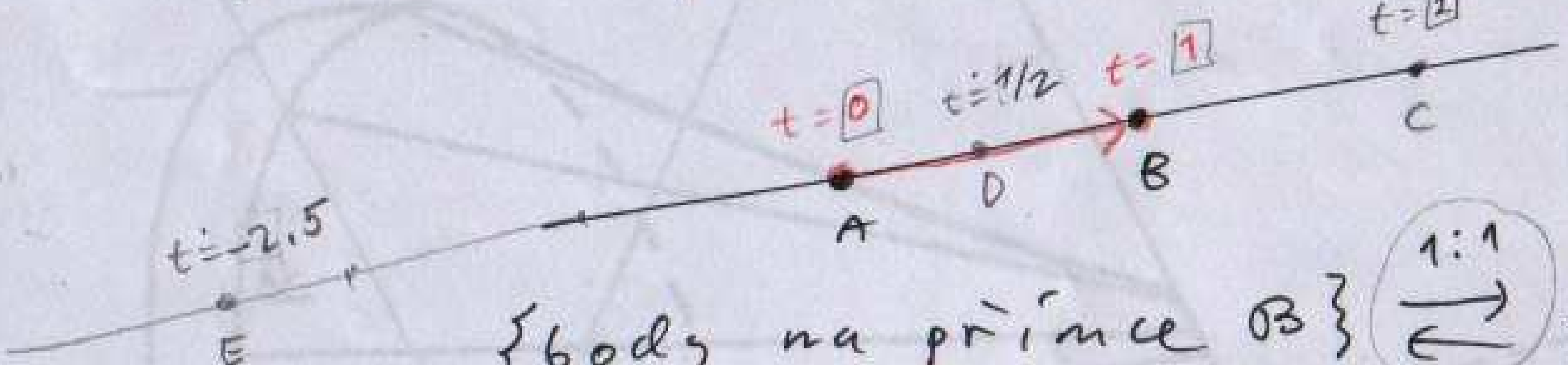
kružnica

USPOŘÁDÁNÍ

* **UMÍME**

dim 1 … afinní přímka parametricky:

$\mathcal{B} = \{ X = A + t\,\vec{AB} \mid t \in \mathbb{R} \}$



$\{$body na přímce $\mathcal{B}\}$ $\underset{\longleftarrow}{\overset{1:1}{\longrightarrow}}$ $\{$reálná čísla $\mathbb{R}\}$

určeno lib. param.

* uspořádání $\mathbb{R}$ ⇝ "uspoř." bodů na přímce

$1 \leq 2$ ⇝ "$B \leq C$"

$-2{,}5 \leq 1$ ⇝ "$E \leq B$"

… def. nezávisí na určujícím vektoru $\vec{AB}$, ale pouze na jeho ORIENTACI.

afinní

MOŽNÁ "USPOŘ." bodů na přímce jsou DVĚ:

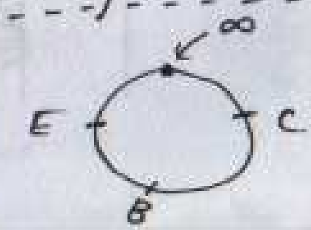
buď "E ≤ B ≤ C" nebo "E ≥ B ≥ C"

("E = B" ⟺ E = B .. body splývají)

* Bod "B je MEZI E a C", pokud "E ≤ B ≤ C" nebo "E ≥ B ≥ C"

* ÚSEČKA AB = { všechny body na přímce AB, které jsou MEZI A a B }
(tj. včetně krajních bodů)

→ vzpomeňme rozdíl mezi afinní (eukleid.) přímkou a projektivní přímkou

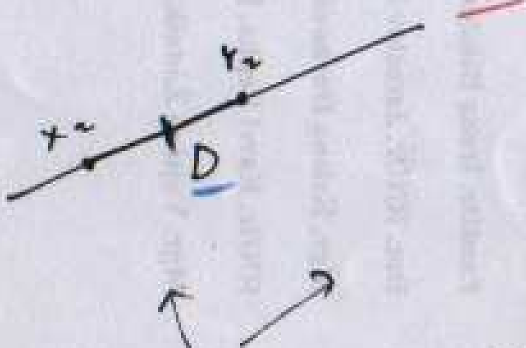


50

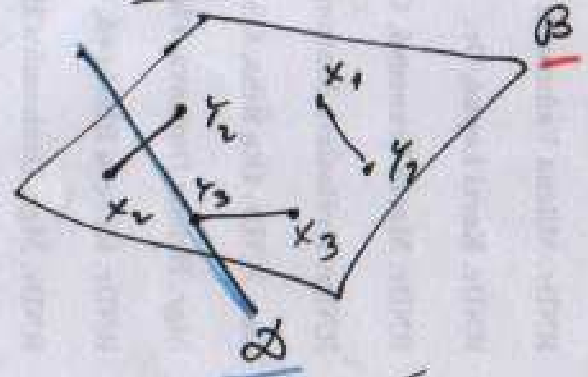
* POLO < PŘÍMKA, ROVINA, PROSTOR ? pomocí pojmu úsečky!

ⓐ POLO-PROSTOR dimenze k je část afinního prostoru dimenze k omezená NADROVINOU (dim k-1)

$\underline{k=1}$



$\underline{k=2}$



. . .

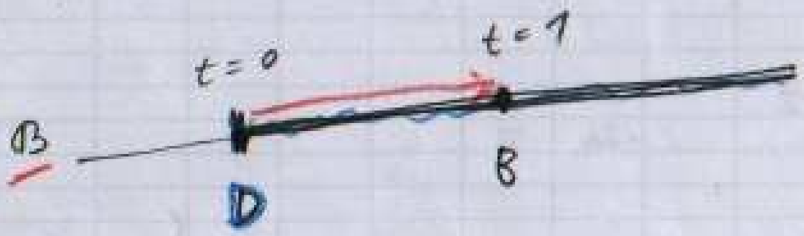
ⓑ body $X, Y \in \mathcal{B}$ jsou oddělovány nadrovinou $\mathcal{D}$, pokud průnik $XY \cap \mathcal{D}$ = vnitřním bodem úsečky XY

ⓒ POLO-PROSTOR $\mathcal{B}$ omezený nadrovinou $\mathcal{D}$ . . .
. . . ŽÁDNÉ DVA BODY NEJSOU ODDĚLOVÁNY $\mathcal{D}$

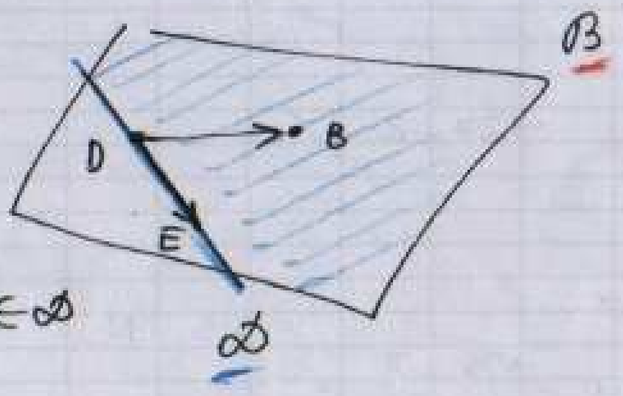
$\boxed{\text{analyticky}}$

• úsečka $DB = \{ X = D + t\overrightarrow{DB} \mid t \in [0,1] \}$

- "polopřímka $\underline{D}B$" $= \{ X = D + t\overrightarrow{DB} \mid t \geq 0 \}$



- "polorovina $\underline{\mathcal{D}}B$" $= \left\{ X = D + t\overrightarrow{DE} + s\overrightarrow{DB} \;\middle|\; \begin{matrix} t \in \mathbb{R} \\ s \geq 0 \end{matrix} \right\}$



$D, E \in \mathcal{D}$

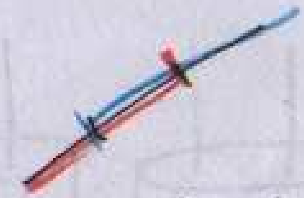
- atd.

PRŮNIKY POLO-PROSTORŮ

dim 1

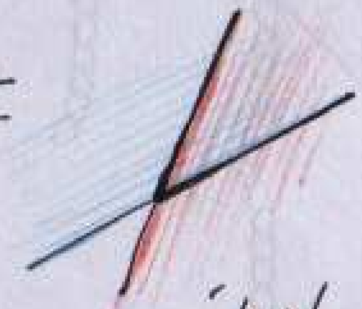
polopřímka

∅



úsečka

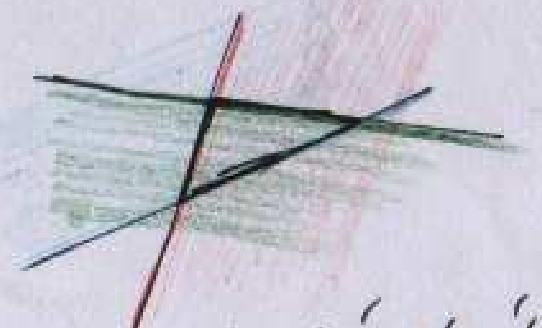
dim 2



úhel

pás

∅

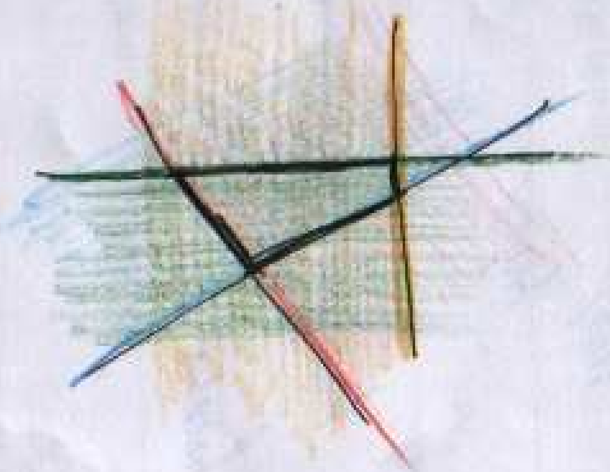


trojúhelník

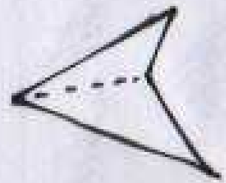
??

. . . atd.

<u>dim 2</u> ... čtyři (a více) polo-rovin :



← pokud je průnikem
MNOHOÚHELNÍK,
pak jedině <u>KONVEXNÍ</u> !

( NEKONVEXNÍ
= sjednocení Δ)

<u>dim 3</u>

... prostorový úhel, mnohostěny, ...