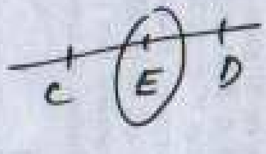
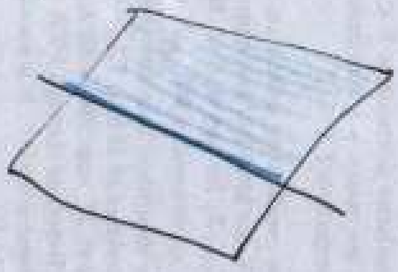
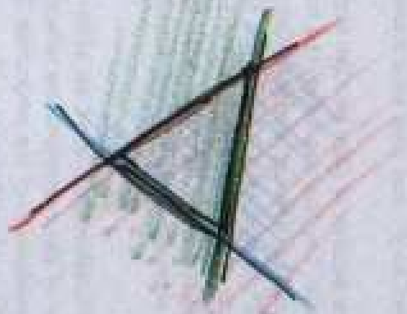
MINULÉ

USPOŘÁDÁNÍ ⇝ "MEZI" ⇝ ÚSEČKA ⇝



⇝ POLO-PROSTOR ⇝ PRŮNIKY POLOPR. ⇝

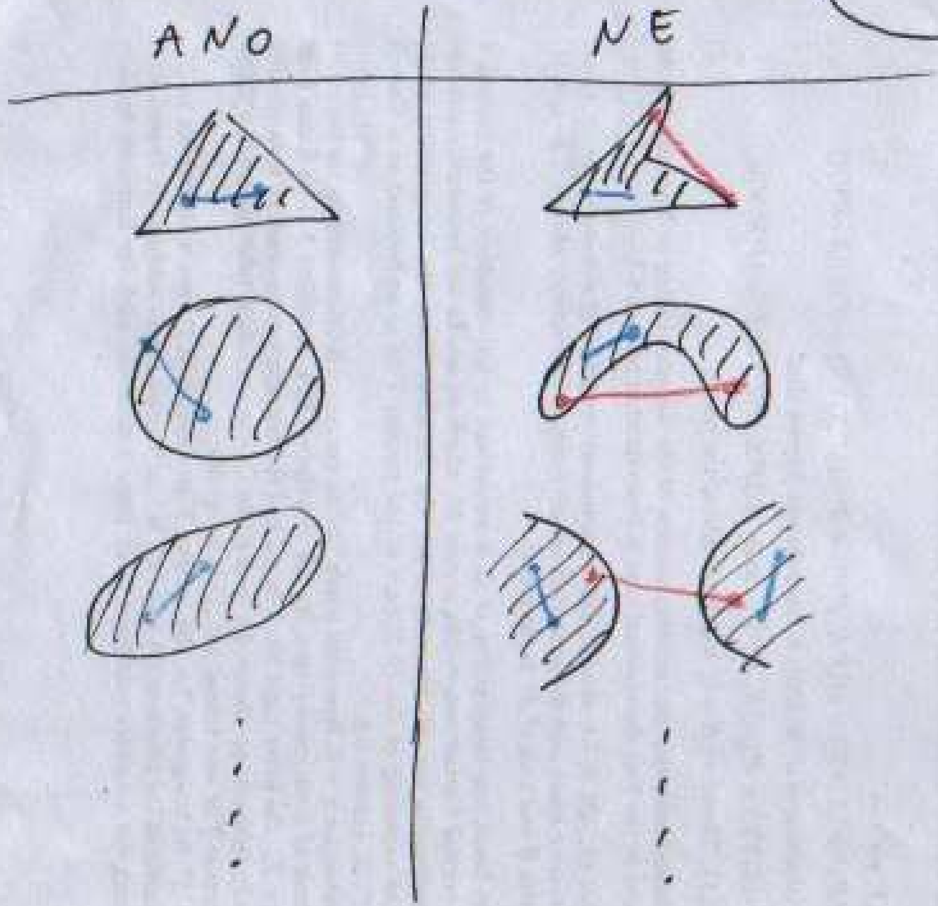




⇝ MNOHOÚH. . . KONVEXNÍ

KONVEXNÍ MNOŽINA

podmnožina <u>AFINNÍHO</u> PR.



- <u>DEF</u> .. podmnožina $M \subseteq \mathcal{A}$ taková, že pro lib. $x, y \in M$ také celá <u>úsečka xy</u> patří do M.

- <u>POSTŘEHY</u>

  M, N ... konvexní

  $\Rightarrow$ $M \cap N$ konvexní

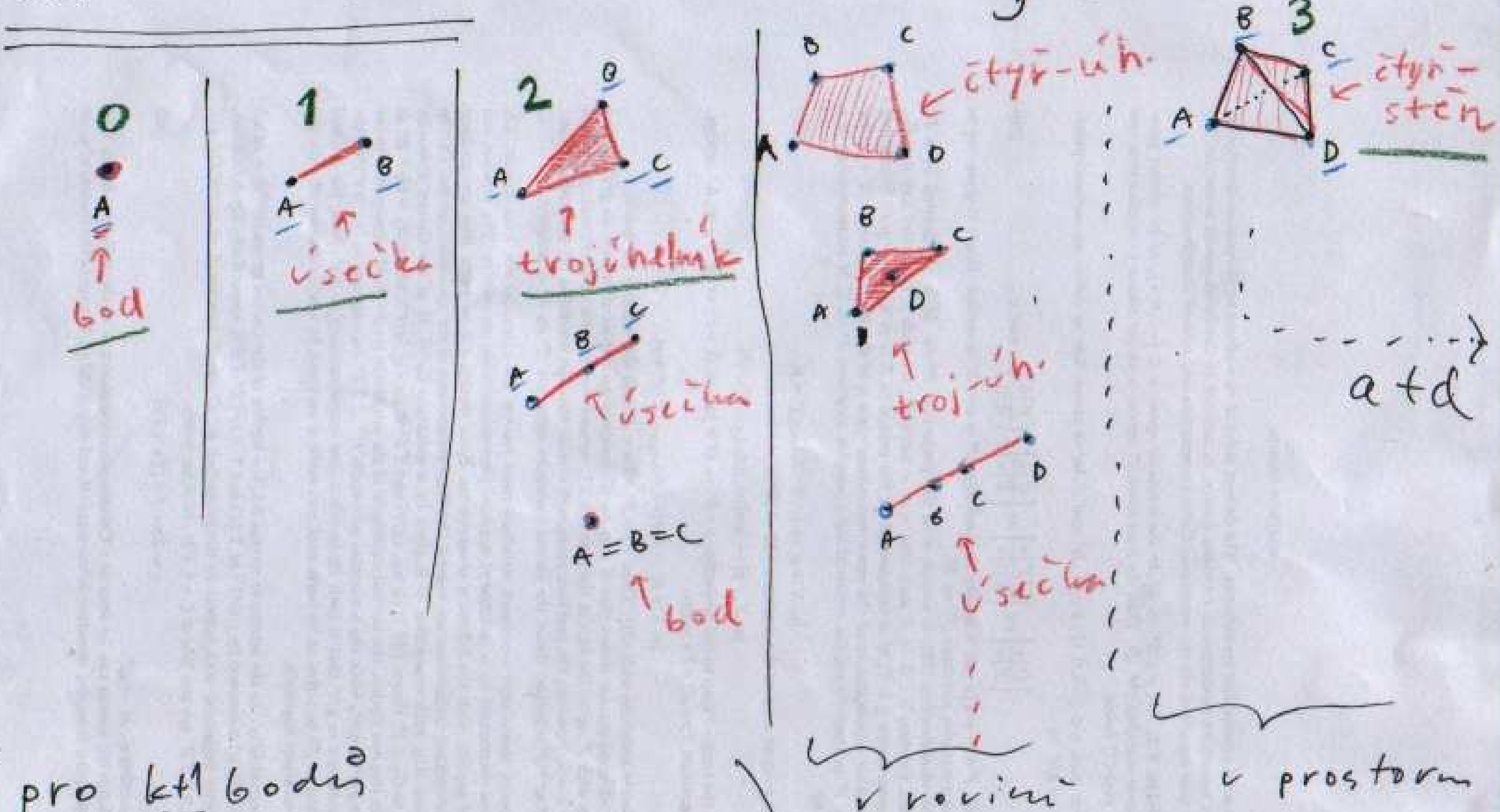
  ale $M \cup N$ nemusí být konvexní

- <u>KONV. OBAL</u>

množiny $M \subseteq \mathcal{A}$

= nejmenší [redacted] <u>konvexní</u> nadmnožina M

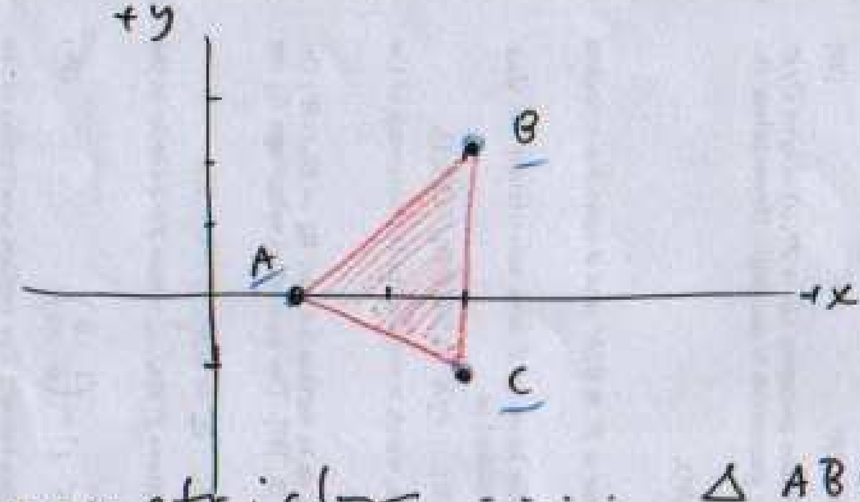
KONVEXNÍ OBAL konečné množiny bodů



(pro $k+1$ bodů v OBECNÉ POLOZE ⟿ k-rozměrný SIMPLEX)

57 JAK POPSAT ANALYTICKY ?

Př.

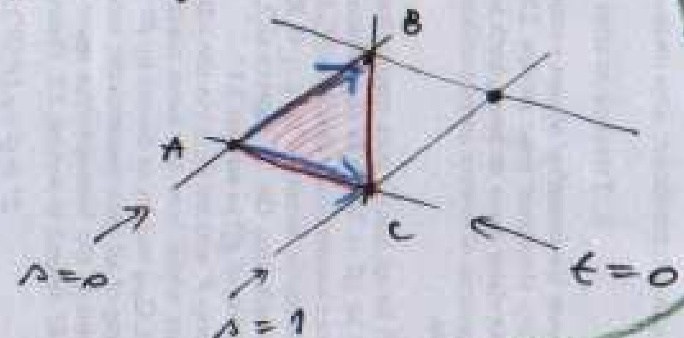


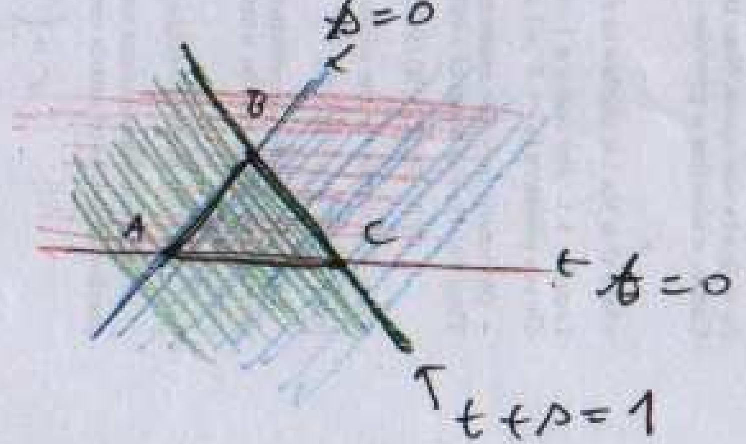
$A = [1,0]$

$B = [3,2]$

$C = [3,-1]$

(a) parametricky .... $\triangle ABC = \{ X = A + t\vec{AB} + s\vec{AC} \mid t \in [0,1],\ s \in [0,1],\ t+s \in [0,1] \}$





ekvivalentně

$(1 \geq)\ t \geq 0$

$(1 \geq)\ s \geq 0$

$(0 \leq)\ t + s \leq 1$

funguje obecně (stačí dosadit A, B, C)

lib. dim

58 b rovnicově

přímka $AB = \{ x-y=1 \} \rightsquigarrow$ polo-rovina AB obs. C $= \{ x-y \boxed{\geq} 1 \}$

— " — $BC = \{ x=3 \} \rightsquigarrow$ . . . . $\{ x \boxed{\leq} 3 \}$

— " — $AC = \{ x+2y=1 \} \rightsquigarrow$ . . . . $\{ x+2y \boxed{\geq} 1 \}$

$$\triangle ABC = \left\{ \begin{array}{r} x-y \geq 1 \\ x \leq 3 \\ x+2y \geq 1 \end{array} \right\}$$

takto pouze v rovině (přímka na hranici popsána jednou rovnicí . .)

59 c) pomocí tzv. BARYCENTRICKÝCH souřadnic

$$\triangle ABC = \left\{ \text{"}X = t_A A + t_B B + t_C C\text{"} \;\middle|\; \begin{array}{l} t_A + t_B + t_C = 1 \\ t_A \geqq 0 \\ t_B \geqq 0 \\ t_C \geqq 0 \end{array} \right\}$$

VELMI UNIVERZÁLNÍ POPIS!

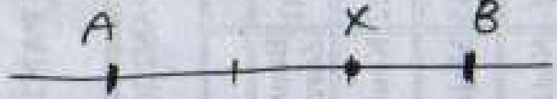
(pro lib. konvexního obalu bodů
v lib. prostoru)

.... VIZ DÁLE

60 BARYCENTRICKÉ SOUŘADNICE

std. param. vyjádřením

pro body na přímce AB:



$$\text{"}X = \underbrace{\tfrac{1}{3}}_{t_A} A + \underbrace{\tfrac{2}{3}}_{t_B} B\text{"} \qquad \underline{t_A + t_B = 1}$$

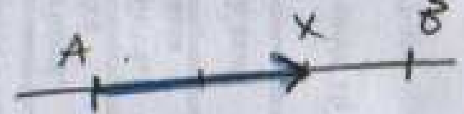
což znamená:

$$\boxed{X = P + \tfrac{1}{3}\overrightarrow{PA} + \tfrac{2}{3}\overrightarrow{PB}, \text{ pro lib. } P\,!}$$

souřadnice $\overrightarrow{PX}$ vzhledem k bázi $(\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PB})$

dosaď $P = A$:

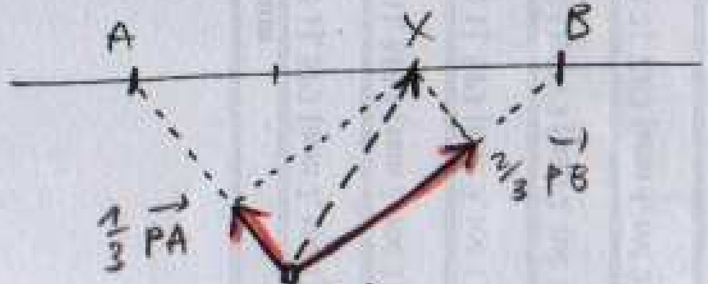
$$\boxed{X = A + \cancel{\tfrac{1}{3}o} + \tfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}}$$



dosaď $P = X$:

$$\boxed{o = \tfrac{1}{3}\overrightarrow{XA} + \tfrac{2}{3}\overrightarrow{XB}}$$

"rovnováha na páce"



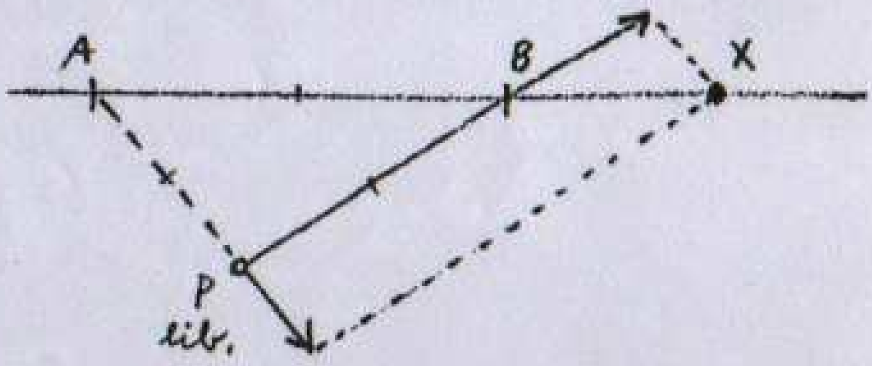
P lib.

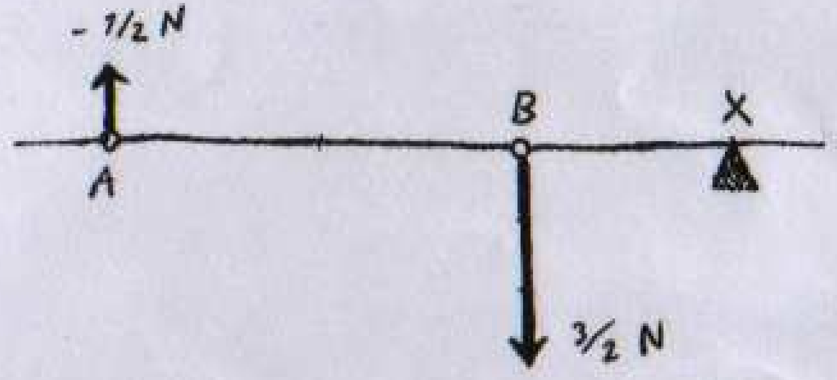
X ... TĚŽIŠTĚ (barycentrum) hmotné soustavy...

61

cvičení:

• $X = A + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} = B - \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ . .





značení

$$\text{"}X = -\frac{1}{2}A + \frac{3}{2}B\text{"}$$

$t_A \sim t_B$

$t_A + t_B = 1$

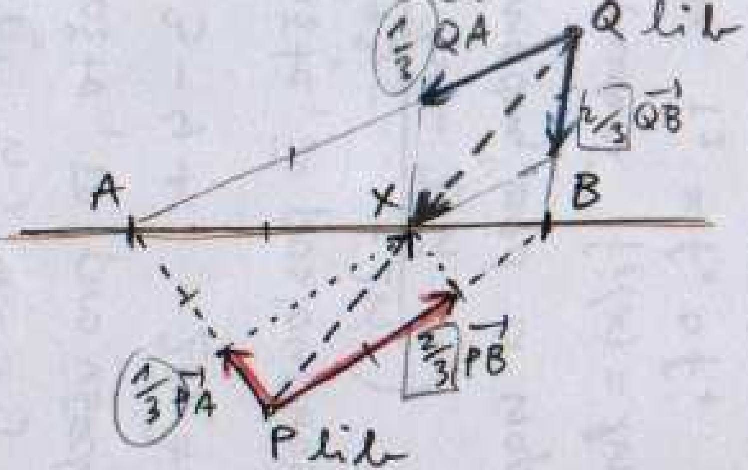
• $-\frac{1}{2}\overrightarrow{XA} + \frac{3}{2}\overrightarrow{XB} = \vec{o}$

• $\boxed{X = P - \frac{1}{2}\overrightarrow{PA} + \frac{3}{2}\overrightarrow{PB}, \text{ pro lib } P}$ (*)

62 PROČ VYJÁDŘENÍ (*) NEZÁVISÍ NA P?

tj. proč pro podm. $\underline{t_A + t_B = 1}$ platí:

$$\textcircled{1} \to \underline{\overrightarrow{PX} = t_A \overrightarrow{PA} + \boxed{t_B} \overrightarrow{PB}} \iff \underline{\overrightarrow{QX} = t_A \overrightarrow{QA} + \boxed{t_B} \overrightarrow{QB}} \leftarrow \textcircled{2}$$



pro lib. P je tato přímka char. podmínkou
$\underline{t_A + t_B = 1}$
(vzhledem k bázi $(\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PB})$ ...)

$\overrightarrow{PX} = \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QX}$
$\overrightarrow{PA} = \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QA}$
$\overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QB}$

$\to$ dosaď do (1):

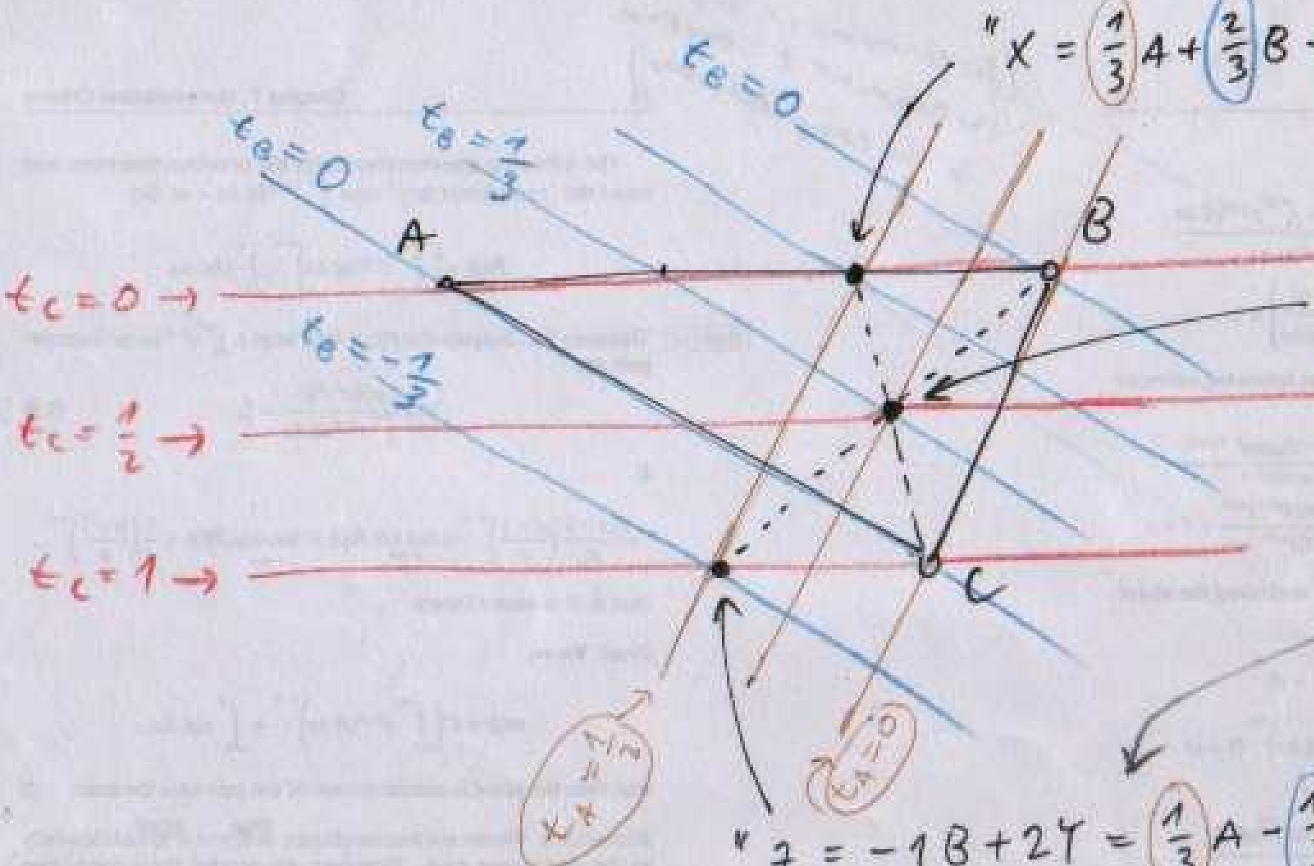
$$\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QX} = t_A(\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QA}) + t_B(\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QB})$$
$$= (t_A + t_B)\overrightarrow{PQ} + \underline{t_A \overrightarrow{QA} + t_B \overrightarrow{QB}}$$

což odpovídá (2), právě když $\underline{t_A + t_B = 1}$

(... a naopak obdobně ...)

63 BARYC. SOUŘ. pro body v rovině ABC:

"$X = \frac{1}{3}A + \frac{2}{3}B + 0C$"



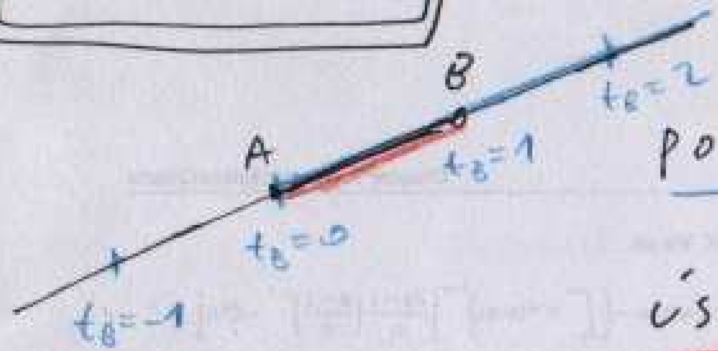
"$Y = \frac{1}{2}X + \frac{1}{2}C = \frac{1}{6}A + \frac{1}{3}B + \frac{1}{2}C$"

$t_A \quad t_B \quad t_C$

$t_A + t_B + t_C = 1$

"$Z = -1B + 2Y = \frac{1}{3}A - \frac{1}{3}B + 1C$"

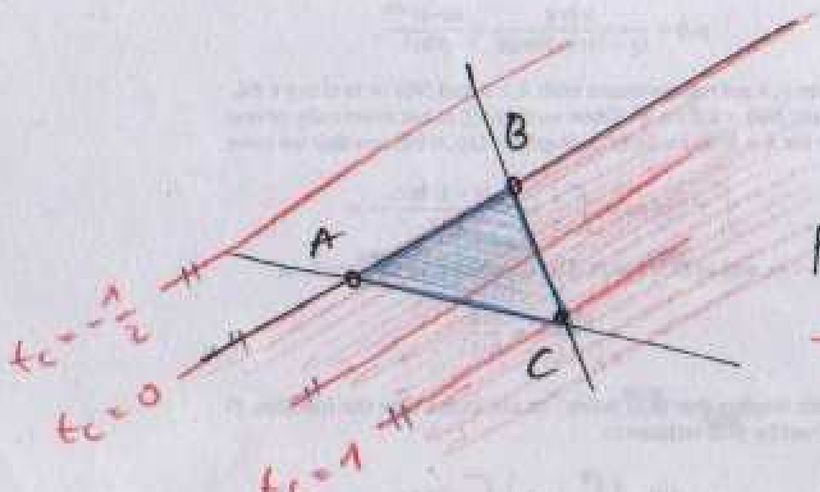
64 $\boxed{\text{SHRNUTÍ}}$



$$\text{přímka } AB = \{\, \text{"}X = t_A A + t_B B\text{"} \mid t_A + t_B = 1 \,\}$$

$$\text{polo-přímka } AB = \left\{\, \text{—''—} \;\middle|\; \begin{matrix} t_A + t_B = 1 \\ t_B \geq 0 \end{matrix} \,\right\}$$

$$\text{úsečka } AB = \left\{\, \text{—''—} \;\middle|\; \begin{matrix} t_A + t_B = 1 \\ t_A \geq 0,\ t_B \geq 0 \end{matrix} \,\right\}$$



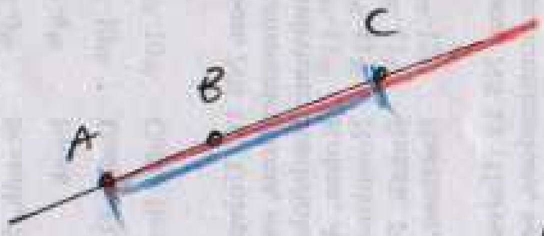
$$\text{rovina } ABC = \{\, \text{"}X = t_A A + t_B B + t_C C\text{"} \mid t_A + t_B + t_C = 1 \,\}$$

$$\text{polo-rovina } AB \text{ obs. } C = \{\, \ldots \text{ navíc } \; t_C \geq 0 \,\}$$

$$\triangle ABC = \left\{\, \ldots \text{ navíc } \; \begin{matrix} t_A \geq 0 \\ t_B \geq 0 \end{matrix} \,\right\}$$

(zde A, B, C v obecné poloze)

CO KDYŽ A, B, C VE SPEC. POLOZE ?



$$\{ \text{"}X = t_A A + t_B B + t_C C\text{"} \mid t_A + t_B + t_C = 1 \}$$ ... přímka AB (BC, AC)

nyní "souřadnice" nejsou určeny jednoznačně!

$$\left\{ \text{— '' —} \;\middle|\; \frac{t_A + t_B + t_C = 1}{t_C \geq 0} \right\}$$ ... polo-přímka AC

$$\left\{ \text{— '' —} \;\middle|\; \frac{t_A + t_B + t_C = 1}{t_A, t_B, t_C \geq 0} \right\}$$ ... úsečka AC

66 $\boxed{\text{OBECNĚ}}$

pro lib. body $A_1, A_2, \dots$ v lib. af. prostoru (v lib. poloze):

- afinní obal bodů $A_1, A_2, \dots =$

$$= \{ \text{"}X = t_1 A_1 + t_2 A_2 + \dots\text{"} \mid t_1 + t_2 + \dots = 1 \}$$

- konvexní obal bodů $A_1, A_2, \dots =$

$$= \{ \dots \text{totéž, navíc podm. } \begin{matrix} t_1 \geq 0 \\ t_2 \geq 0 \\ \vdots \end{matrix} \}$$