

# Staroegyptská matematika. Hieratické matematické texty

---

## Slovní úlohy různého zaměření

In: Hana Vymazalová (author): Staroegyptská matematika. Hieratické matematické texty. (Czech). Praha: Český egyptologický ústav FF UK, 2006. pp. 53–60.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/401078>

## Terms of use:

© Vymazalová, Hana

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## I.9 Slovní úlohy různého zaměření

Velká část příkladů, které můžeme najít v dochovaných matematických textech, má podobu slovních úloh, které na rozmanitých případech inspirovaných běžným životem egyptského obyvatelstva definují různé matematické problémy. I v jiných skupinách úloh jsme se mohli setkat s praktickým zadáním příkladů, zde však nacházíme větší rozmanitost a nápaditost v zadání, stejně jako v typech problémů.

Můžeme zde najít úlohy, které odkazují na tentýž praktický kontext, např. stanovení přidělů, avšak matematický problém, který řeší, je zcela odlišný. Stejně tak jsou zde příklady, které skrývají tentýž matematický problém a popisují tutéž metodu řešení, avšak jsou zadány jako zcela odlišné situace z různých oblastí života, např. rozdělování chlebě a stanovení hodnoty kovů.

### Dělení produktů na nestejně části

Úlohy popsané v této skupině pocházejí pouze z Rhindova matematického papýru a zabývají se rozdělováním chleba a obilí podle určitého zadaného klíče.

R39: 100 chlebě rozdělit 10 lidem, polovinu šesti, polovinu čtyřem, rozdíl jejich přidělů je  $x$ :

$$50 \div 4 = 12 + \frac{1}{2}$$

$$50 \div 6 = 8 + \frac{1}{3}$$

$$(12 + \frac{1}{2}) - (8 + \frac{1}{3}) = 4 + \frac{1}{6} = x$$

Ze zadaných sto chlebě rozdělených na polovinu se spočítají přiděly jednotlivých mužů z jedné i druhé skupiny. Všechny přiděly jsou v úloze vyjmenovány a v závěru je uveden hledaný rozdíl.

R63: 700 chlebě pro 4 muže, tak aby díly byly v poměru  $\frac{2}{3} : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$1 \div (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{14}$$

$$700 \cdot (\frac{1}{2} + \frac{1}{14}) = 400$$

$$\frac{2}{3} \cdot 400 = 266 + \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 400 = 200$$

$$\frac{1}{3} \cdot 400 = 113 + \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{4} \cdot 400 = 100$$

V prvním kroku se sečtou díly všech mužů podle zadaného poměru a vydělí se jimi celkový počet chlebě. Dělení se provádí nepřímou ve dvou kro-

cích. Z výsledných 400 chlebů se již snadno spočítají podíly jednotlivých mužů. U třetího muže se písař dopustil chyby a místo 133 zapsal 113.

R65: 100 chlebů rozdělit 10 lidem, díl každého je  $x$ , tři muži mají  $2x$

$$10 + 3 = 13$$

$$100 \div 13 = 7 + \frac{2}{3} + \frac{1}{39} = x$$

K deseti hledaným přidělům se připočítá jeden přiděl navíc pro tři privilegované muže. Zadaných 100 chlebů se vydělí na příslušný počet dílů, a tak se určí přiděl jednotlivců. Třem šťastlivcům přísluší dvojnásobný podíl  $15 + \frac{1}{3} + \frac{1}{26} + \frac{1}{78}$ , který se snadno stanoví pomocí tabulky  $2 \div n$ .

R68: 100 jednotek obilí rozdělit 4 velitelům v poměru 12 : 8 : 6 : 4

$$100 \div 30 = 3 + \frac{1}{3} = 3 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} \text{ měrice } 1 + \frac{2}{3} \text{ ro}$$

$$12 \cdot (3 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + 1 + \frac{2}{3}) = 40 \text{ měřic}$$

$$8 \cdot (3 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + 1 + \frac{2}{3}) = 26 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} \text{ měrice } + 3 + \frac{1}{3} \text{ ro}$$

$$6 \cdot (3 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + 1 + \frac{2}{3}) = 20 \text{ měřic}$$

$$4 \cdot (3 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + 1 + \frac{2}{3}) = 13 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} \text{ měrice } + 1 + \frac{2}{3} \text{ ro}$$

Postup ke stejný jako v úloze R63. Nejprve se sečte počet všech dílů v zadaném poměru a vydělí se tím sto zadaných chlebů, čímž vyjde podíl každého muže v mužstvech velitelů. Tento podíl se převede na měrice, přičemž hodnota  $\frac{1}{3}$  měrice je známa z výpočtů na tabulkách z Achmímu (viz I.3). Podíly jednotlivých velitelů se potom snadno získají násobením.



Muž pomocí dřevěného nástroje podobného vidlím odmetá zrna z kupy obilí směrem ke dvěma ženám, které je prosévají. Jedna z nich nahromaděné zrní prometá a druhá je prosévá na velkém sítu tak, aby vítr odvál plevy. Vlasy mají staženy, aby si je chránily před prachem. Egyptské muzeum v Káhiře, 5./6. dynastie

## Aritmetická a geometrická posloupnost

Některé slovní úlohy v Rhindově papyru ukazují, že egyptští písaři se dovedli dobře orientovat také v problémech s posloupnostmi. Jeden příklad je znám také v káhúnského papyru, tento však sestává pouze z písemného výpočtu a nemá slovní zadání.

R40: 100 chlebů rozdělit 5 lidem tak, aby součet prvních tří dílů =  
= součet druhých dvou dílů; diference je  $5 + \frac{1}{2}$

$$a_1 = 1$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 60$$

$$100 \div 60 = 1 + \frac{2}{3}$$

$$a_1 \cdot \left(1 + \frac{2}{3}\right) = 1 + \frac{2}{3}$$

$$a_2 \cdot \left(1 + \frac{2}{3}\right) = 10 + \frac{2}{3} + \frac{1}{6}$$

$$a_3 \cdot \left(1 + \frac{2}{3}\right) = 20$$

$$a_4 \cdot \left(1 + \frac{2}{3}\right) = 29 + \frac{1}{6}$$

$$a_5 \cdot \left(1 + \frac{2}{3}\right) = 38 + \frac{1}{3}$$

V úloze se počítají jednotlivé členy posloupnosti při zadaném součtu a diferenci. Využívá se metoda nesprávného předpokladu, kterou již známe z rovnic. Pro nejmenší člen rovný 1 se dopočítají zbývající členy a jejich součet. Následně se určí poměr zadaných 100 chlebů vůči tomuto součtu a podle něj se potom upraví jednotlivé členy posloupnosti. Podmínka stanovená v zadání platí, není však v úloze ověřena, ani se nevyužívá při výpočtu.

R64: 10 měřic ječmene rozdělit 10 lidem, diference  $\frac{1}{8}$

$$10 \div 10 = \frac{1}{2}$$

$$10 = 1 = 9$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{16}$$

$$9 \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{2} + \frac{1}{16}$$

$$a_1 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{16}$$

Tento výpočet popisuje algoritmus pro určení největšího členu posloupnosti  $a_1$  na základě znalosti součtu  $s$ , počtu členů  $n$  a diference  $d$ , který můžeme vyjádřit jako  $a_1 = \frac{s}{n} + (n-1) \cdot \frac{d}{2}$ . V prvním kroku se písař dopustil chyby.

$$K2: a = 13 + \frac{2}{3} + \frac{1}{12}, d = \frac{2}{3} + \frac{1}{6}$$

$$9 \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) = 3 + \frac{2}{3} + \frac{1}{12}$$

Tato úloha nemá žádný slovní popis a sestává pouze z písemných výpočtů. Je zřejmé, že levý sloupec vyjmenovává členy sestupné aritme-

tické posloupnosti, nad kterými je zapsán součet členů. Pravý sloupec obsahuje výpočet, jenž odpovídá operaci  $(n-1) \cdot \frac{d}{2}$ , která souvisí s určováním součtu členů aritmetické posloupnosti.

R79:  $a_1 = 7, q = 7$

$$7 + 49 + 343 + 2\,301 + 16\,807 = 19\,607$$

$$7 \cdot 2\,801 = 19\,607$$

Tato úloha popisuje hospodářství tvořené domy, ke kterým patří kočky, myši a různé druhy obilnin. Nejde však o praktický problém; jsou zde zaznamenány dva sloupce textu, z nichž jeden vyjmenovává členy geometrické posloupnosti (součásti hospodářství), kde každý člen je 7krát větší než předchozí člen, přičemž hodnota čtvrtého členu je zapsána chybně (správně je 2 401). Druhý sloupec počítá operaci  $7 \cdot 2\,801 = 19\,607$ , která odpovídá vztahu  $x \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$ , kde  $n$  je počet členů posloupnosti a  $q$  je kvocient. Oba výpočty ukazují součet geometrické posloupnosti, avšak chybí zde komentář, který by písemný výpočet objasňoval.



Žertovný obrázek koček posluhujících vypasené myši šlechtičně. Jedna z koček podává sedící myši oděné v jemný šat pohár vína, její kolegyně jí zatím upravuje nakadeřenou paruku. Další dvě kočky pečují o malou myšku, která rozpustile mává tlapkami. Satirický papyrus z Egyptského muzea v Káhiře, 20. dynastie

## Obchod a řemeslná práce

Část slovních úloh svými tématy odkazuje na praktické činnosti, jako je určování hodnoty zboží, rozpočítávání zásob, dohled nad řemeslníky či pravidelně prováděné sčítání dobytka. Příklady tak odrážejí další součást rozmanitého života staroegyptské společnosti.

R62: pytel zlata, stříbra a cínu v hodnotě 84 kroužků, cena kovů je  $x$

$$12 + 6 + 3 = 21$$

$$84 \div 21 = 4$$

$$12 \cdot 4 = 48 = x \text{ (zlato)}$$

$$6 \cdot 4 = 24 = x \text{ (stříbro)}$$

$$3 \cdot 4 = 12 = x \text{ (cín)}$$

Tato úloha se velice podobá příkladům R63 a R68 (viz výše), postup řešení je stejný jako v R68. Sečtou se ceny za jednotku všech kovů a určí se počet jednotek každého kovu v pytli. Přitom množství každého kovu je stejné, což však není v zadání uvedeno. Hodnota jednotlivých kovů v pytli se spočítá vynásobením jednotkové hodnoty spočítaným množstvím.

R66: 10 měřic tuku rozpočítat na rok

$$10 \text{ měřic} = 3\,200 \text{ ro}$$

$$1 \text{ rok} = 365 \text{ dní}$$

$$3\,200 \div 365 = 8 + \frac{2}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{2\,190}$$

$$8 + \frac{2}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{2\,190} = \frac{1}{16} \text{ měřice} + 3 + \frac{2}{3} + \frac{1}{10} + \frac{1}{2\,190} \text{ ro}$$

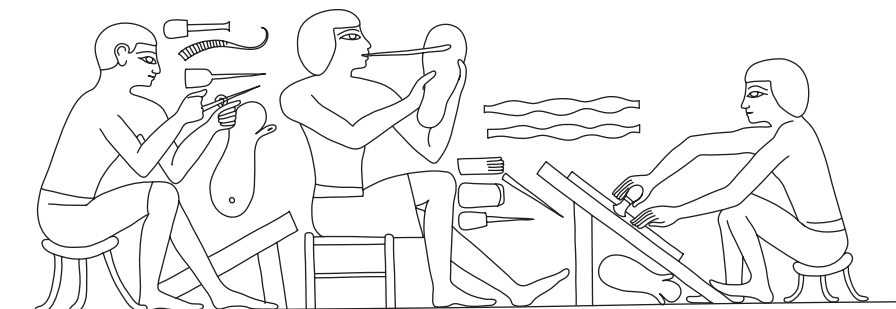
Výpočet je velice snadný. Zadané množství tuku se převede na menší jednotky dle vztahu 1 měřice = 320 ro a rok se vyjádří počtem dnů. Po dokončení výpočtu se výsledek převádí zpět na měřice.

M23: výroba sandálů: 10 denně nařeže, 5 denně dokončí,  $x$  sandálů denně nařeže i dokončí

$$1 + 2 = 3$$

$$10 \div 3 = 3 + \frac{1}{3} = x$$

První krok výpočtu určí, jak dlouho trvá dokončit sandály, které výrobce vyrobí za jeden den. Následné dělení stanoví počet sandálů, které lze kompletně vyrobit za den.



Dílna na výrobu sandálů. Tři muži obklopení svými nástroji vyrábějí sandály: jeden z nich připravuje kůži, další vytváří otvory potřebné k připevnění šňůrek a poslední muž sandály dokončuje. Rechmireova hrobka v západních Thébách, 18. dynastie

M11: výroba prken(?): šíře 5 dlaní = 100, šíře 4 dlaně =  $x$

$$5^2 = 25$$

$$4^2 = 16$$

$$25 \div 16 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{16}$$

$$100 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = 156 + \frac{1}{4} = x$$

Zadání úlohy není příliš jasné. Zdá se, že se jedná o truhláře vyrábějícího určitý objem dřeva různé šíře.<sup>17</sup> V prvních krocích výpočtu se určí plocha prken obou šíří, v dalším kroku se určí poměr, o který naroste množství při změně šířky.

R67: dobytek přiváděný ke sčítání: 70 býků je  $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}$  z původních  $x$  kusů:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$$

$$1 \div \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{18}\right) = 4 + \frac{1}{4}$$

$$70 \cdot \left(4 + \frac{1}{4}\right) = 315 = x$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot 315 = 70$$

Zadání popisuje rovnici  $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot x = 70$ . V prvním kroku se přepočítá násobek neznámé, přičemž se využije tabulka  $2 \div n$  pro  $n = 9$ . Tímto násobkem se vydělí pravá strana rovnice. V závěru úlohy je provedena zkouška ověřující správnost výsledku.

## Péče o hospodářství

Poslední úlohy v Rhindově papyru a rovněž jeden příklad v káhúnském papyru se zabývají vykrmováním drůbeže a dobytka. Z matematického hlediska to nejsou úlohy obtížné, úkolem je spočítat množství krmiva, které se spotřebuje za určité časové období. Zajímavé jsou však údaje o průměrné spotřebě krmiva pro zvířata žijící v různých podmínkách, jako jsou husy zavřené v klecích oproti husám žijícím na rybníku. Součástí příkladů jsou také převody na různé jednotky.

R82: pro krmenou husu  $2 + \frac{1}{2}$  měřice mouky, 10 hus po 40 dnů, celkem je potřeba  $x$  měřic obilí k namletí mouky:

$$\left(2 + \frac{1}{2}\right) \cdot 10 = 25 \text{ měřic}$$

---

<sup>17</sup>K této nové interpretaci viz A. Imhausen, *Ägyptische Algorithmen. Eine Untersuchung zu den mittelägyptischen Aufgabentexten*, Ägyptologische Abhandlungen 65, Wiesbaden 2003, s. 154–155. Podle dřívější interpretace úloha přepočítává navýšení objemu práce muže, který přenáší chleby v koších, do kterých se vejde 5 bochníků, oproti koším na 4 bochníky; viz V. V. Struve, *Mathematischer Papyrus des Staatlichen Museums der schönen Künste in Moskau*, Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik A1, Berlin 1930, s. 101–106.

$$(2 + \frac{1}{2}) \cdot 40 = 100 \text{ měřic}$$

$$\frac{2}{3} \cdot 100 = 66 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} \text{ měřice} + 1 + \frac{2}{3} \text{ ro}$$

$$\frac{1}{10} \cdot (66 + \frac{2}{3}) = 6 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} \text{ měřice} + 3 + \frac{1}{3} \text{ ro}$$

$$100 - (6 + \frac{2}{3}) = 93 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} \text{ měřice} + 1 + \frac{2}{3} \text{ ro} = x$$

Text úlohy není zcela jasný, je však možné rozeznat výše popsané operace. Úkolem asi bylo určit množství obilí, které je potřeba k umletí mouky postačující na výkrm 10 hus za 40 dnů. Postup odpovídá tomu, že na 100 měřic mouky je potřeba namlít obilí o objemu menším o  $\frac{1}{10}$  ze  $\frac{2}{3}$  z tohoto množství. Tedy  $\frac{2}{3}$  ze 100 měřic je  $66 + \frac{2}{3}$  a  $\frac{1}{10}$  z toho je  $6 + \frac{2}{3}$  měřice. Ty je třeba odečíst od 100 měřic mouky. Výsledek je potom z měřic převeden ještě na dvojnásobné měřice, kde se nicméně píšář dopustil chyby.

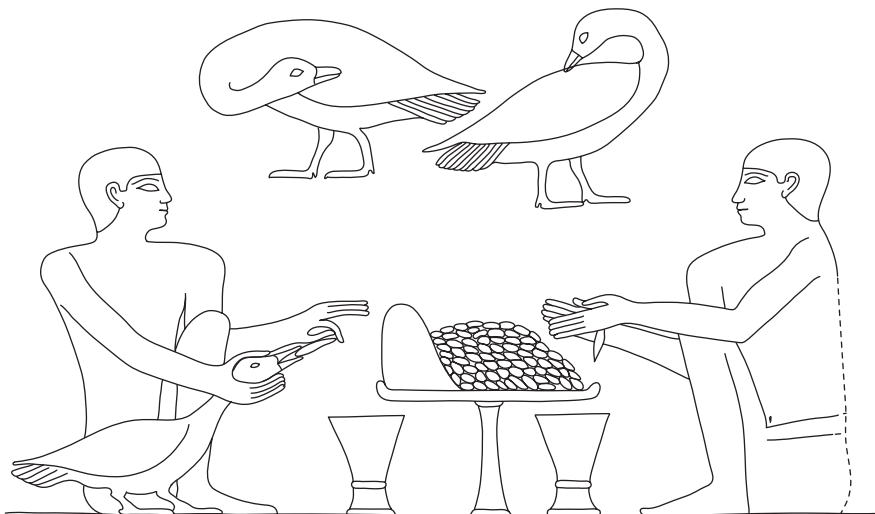
82B: pro krmenou husu  $1 + \frac{1}{4}$  měřice mouky, 10 hus po 40 dnů, celkem je potřeba  $x$  dvojnásobných měřic obilí k namletí mouky:

$$(1 + \frac{1}{4}) \cdot 10 = 12 + \frac{1}{4}$$

$$(1 + \frac{1}{4}) \cdot 40 = 50$$

$$x = 23 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \text{ měřice} + 4 + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \text{ ro}$$

Tato úloha je stejná jako předchozí, avšak počítá s poloviční dávkou krmiva. Nejprve se spočítá množství mouky potřebné na celé období 40 dnů, potom se vyjádří množství žádaného obilí ve dvojnásobných měřicích. Výsledku se tedy dosáhlo výpočtem  $(\frac{1}{10} \cdot \frac{2}{3} \cdot 50) \div 2$ .



Vykrmování hus. Muž sedící vpravo připravuje krmivo pro drůbež a odkládá je na nízký stůlek před sebou. Jeho kolega pevně přidržuje vybranou husu, aby jí mohl nacpat krmení do krku. Kagemního hrobka v Sakkáře, 6. dynastie



R83: 4 husy spotřebují 1 *henu*, 1 husa spotřebuje  $x$ :

$$1 \text{ henu} = 32 \text{ ro} \div 4 = \frac{1}{64} \text{ měrice} + 3 \text{ ro} = x$$

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{32} \text{ měrice} + 2 \text{ ro} = 32 \text{ ro} = 1 \text{ henu}$$

$$1 \cdot 10 = 1 \text{ měrice}$$

$$1 \cdot 30 = 30 \text{ měřic}$$

Na začátku úlohy se vypočítá krmivo pro jednu husu, a to v jednotkách měrice. Poté se i zadané množství krmiva pro čtyři husy vyjádří v měřících. Výsledek se přepočítá pro deset dnů, přičemž 10 *henu* = 1 měrice, a poté ještě na měsíc, tedy 30 dnů. Za výpočtem následuje přehled různých druhů drůbeže a množství krmiva odpovídajícího tomu kterému druhu. Tato část úlohy nemá valný matematický význam, z hlediska hospodářského je však velice zajímavá.



Pasáci starající se o hovězí dobytek dopřávají zvířatům odpočinek poté, co je převedli přes řeku. Hrobka Nefera a Kahaje v Sakkáře. 5. dynastie.

Úloha K6 v káhúnském matematickém papyru se nedochovala celá. V první části jsou uvedeny různé druhy drůbeže, z následujícího výpočtu se dochovaly tyto kroky:

$$\text{K6: } \dots - 1 = 11$$

$$100 - 45 = 55$$

$$55 \div 11 = 5$$

...

$$2 \cdot 5 = 10$$

...

Úloha snad počítá počet hus připadajících na určité časové období. Intepretace výpočtu je však vzhledem ke stavu dochování velice obtížná.

Poslední matematická úloha v Rhindově papyru, R84, se podobá předchozím příkladům, avšak zabývá se vykrmováním býků. Její intepretace je poměrně obtížná. Pro různé druhy býků jsou zde uvedeny dvě hodnoty odpovídající dvěma druhům krmiva. Druhá část příkladu počítá spotřebu krmiva v období 10 dnů a měsíce.