Instrukce k četbě textu *O výpočtech v hazardních hrách*

1. Zaměřte se na str. 65 textu a pokuste se vyřešit úlohy I-V na základě předchozího textu.

2. Pro jaké jevy je vhodné používat počet pravděpodobnosti a statistiku?

Poznámka ke vzniku počtu pravděpodobnosti

Většinou se uvádí, že teorie pravděpodobnosti se zrodila na základě výměny dopisů mezi Blaisem Pascalem (1623–1662) a Pierrem de Fermatem (1607/1608–1665); viz (Todhunter 1865). O rozšíření a prohloubení Todhunterova díla se poměrně nedávno zasloužil dánský matematik Anders Hald, který podotýká, že první poznámky, které nám svým stylem připomínají dnešní teorii pravděpodobnosti, se začaly objevovat v dílech italských ma-tematiků již během 15. a 16. století a týkaly se především úlohy o rozdělení sázky mezi hráče hazardní hry v případě, že partie z nějakého důvodu nemohly být dohrány. Tomuto problému se věnovali Luca Pacioli (1445–1517), Niccolò Fontana(1499–1557), zvaný Tartaglia, a Gero-lamo Cardano (1501–1576). Posledně jmenovaný strávil hazardními hrami nezanedbatelné množství času a právě od něj pochází následující citát, který ukazuje, že k otázkám mravním neměla teorie pravděpodobnosti nikdy daleko:

> Základním principem veškerých hazardních her je jednoduše rovnost podmínek, což se týká například protihráčů, peněz, situace, krabice s kostkami a samotných kostek. Pokud se v nějaké míře odchýlíte od rovnosti ve prospěch protihráčů, jste pošetilý, pokud ve prospěch svůj, jste nespravedlivý. ([Hald 2003, str. 33])

Úlohami o rozdělení sázky se před Jakobem Bernoullim zabývali zejména již zmínění Blaise Pascal a Pierre de Fermat, a také Christiaan Huygens (1629–1695) v knize De ratioci-niis in ludo aleae (O výpočtech v hazardní hře) publikované roku 1657 (Mačák 1997). Bernoulli dosavadní poznatky ve své knize shrnul a navíc ve čtvrté části svého díla, které je věnován tento krátký příspěvek, nabídl způsob, jak je prakticky aplikovat.

Jakob Bernoulli (1654–1705) spolu se svým mladším bratrem Johanem (1667–1748) patří k první generaci matematiků z rodu Bernoulliů. Známé jsou zejména jeho výsledky v oblasti ma-tematické analýzy a spolu s bratrem Johanem je považován za zakladatele variačního počtu. Díky svým vědeckým úspěchům, z nichž v tomto příspěvku připomeneme jeho dílo v teorii pravděpodobnosti, se v roce 1699 stal členem pařížské Akademie věd.

Jakob Bernoulli se začal otázkami z teorie pravděpodobnosti zabývat již v letech 1679 až 1685, přičemž vydání *Ars Conjectandi* bylo oznámeno v Histoire del'Académie des sciences de Paris v roce 1705 a v *Journal de Scavans* v roce 1706 (Bernoulli 1899). Dílo však zůstalo nevydáno celých osm let po smrti autora, neboť jak Jakobův bratr Johan, tak jeho synovec Nikolas se k vydání díla neměli. Nikolas se odvolával na své dosud nevelké zkušenosti a z toho plynoucí nedostatečnou erudici, kterou by k vydání takového díla po-třeboval. Navíc sám vydal práci, v níž ukázal využití počtu pravděpodobnosti v otázkách práva. Nakonec se však v roce 1713 odhodlal téměř dokončené dílo svého strýce vydat.

Název Bernoulliho pojednání *Ars Conjectandi – Umění odhadu* (1713) zřejmě odkazuje na starší dí-lo o logice, Ars Cogitandi. Podle jeho interpretace je zjevné, že umění odhadu (ars con-jectandi) nastupuje tam, kde umění myslet (ars cogitandi) končí (Hacking 1975). Bernoulliho *Ars Conjectandi* je rozděleno na pět částí, z nichž poslední je přílohou k výkladu předchozích čtyř kapitol. První část obsahuje komentovaný výklad díla Christiaana Huygense a do češtiny ji z latiny přeložil Karel Mačák. Sestává z Huygensových tvrzení a Bernoulliho poznámek, které tvoří přibližně třetinu této části spisku. Jejím tématem je především otázka dělení sázky při nedokončených partiích hazardních her. Z dnešního hlediska je pozoru-hodné, že obsahuje kombinatorické kategorie permutace, kombinace a variace jak s opaková-ním i bez opakování bez větších odchylek od dnešní klasifikace, ač jsou uvedeny pod jinými názvy.Ve třetím díle Bernoulli ukazuje použití vzorců z dílu předchozího na příkladech růz-ných hazardních her. Tyto příklady na sebe částečně navazují a problém představuje právě po-užití různých her, jejichž pravidla jsou dnešnímu běžnému čtenáři málo známá. Čtvrtý díl je věnován užití dříve vyložené teorie a podrobněji se mu věnuji v samostatném oddíle. Relativně samostatnou přílohu k *Ars Conjectandi* představuje poměrně dlouhý dopis příteli: jeho délka odpovídá délce čtvrté kapitoly a Bernoulli se v něm zabývá využitím teorie pravděpodobnosti při tenise.

Čtvrtý díl *Ars Conjectandi*, „Užití dříve vyložené nauky ve vztazích občanských, mravních a hospodářských“ je rozdělen do pěti kapitol:

I. Úvodní poznámky o jistotě, pravděpodobnosti, nutnosti a náhodnosti věcí [jevů].

II. Jistota a domněnka. Umění odhadu. Důvody pro důkaz domněnky. Některé k tomu příslušné věty.

III. Různé druhy dokazování; odhad jejich váhy pro výpočet pravděpodobnosti jevů.

IV. O dvou způsobech, jimiž lze určit počet případů. Co se dá odvodit od způsobu, jímž bylo pozorování vedeno. Hlavní problémy s tím spojené a další záležitosti.

V. Řešení předchozího problému.

Významný podíl zaujímá v této části filosofický rozbor situace. Čtvrtá část Ars Con-jectandi začíná rozborem významu pojmů souvisejících s pravděpodobností. Zde najde-me Bernoulliho definici pravděpodobnosti: „Pravděpodobnost je stupeň jistoty a liší se od úplné jistoty tak, jako se část liší od celku.“ (viz též [8], str. 133) Přitom ze dvou jevů je pravděpodobnější ten, jehož pravděpodobnost je určena větším dílem jistoty. Jako možné lze podle Bernoulliho označit takové jevy, jejichž pravděpodobnost je (řečeno dnešním slovníkem) nenulová.

Morálně jisté jsou dle Bernoulliho takové jevy, jejichž pravděpodobnost se blíží jisto-tě, zatímco jako morálně nemožné označujeme ty jevy, jejichž pravděpodobnost je rovna tomu, co jevu morálně jistému chybí do jistoty, tedy například: je-li morálně jistý jev, je-hož pravděpodobnost je 0,999, pak jako morálně nemožný označujeme jev, jehož pravdě-podobnost je 0,001. Volbu čísla 0,999, potažmo 0,001, Bernoulli nezdůvodňuje.

U jevů nutných lze rozlišit více druhů. Nutnost jejich nastoupení může být fyzikální (hoření, zatmění Měsíce), hypotetická (jako důsledek nějakého jevu musí nastat jiný), či dohodnutá (pokud se hráči dohodnou, že padne-li jednomu z nich šestka, vyhrává, pak musí vyhrát, pokud mu šestka padne).

Náhodné je to, co nemusí být dnes ani v budoucnu a co nemuselo být ani v minulosti. V tomto smyslu, podotýká Bernoulli, není počasí náhodné, neboť závisí na dějích v atmo-sféře. Z tohoto pohledu není počasí o nic více náhodné než to, zda nastane či nenastane zatmění Měsíce. Je tedy vidět, že to, co se nám jako náhodné jeví, ve skutečností vůbec náhodné není.

Štěstí a smůla, to jsou podle Bernoulliho pojmy, které vyjadřují to dobré nebo špatné, co se nám stane, ale pouze v určitých případech. O štěstí hovoříme v případě, že je vyso-ce nepravděpodobné, že se nám stane dobrá věc, zatímco o smůle mluvíme, je-li vysoce nepravděpodobné, že se nám stane špatná věc.

Ve druhé kapitole tohoto dílu Bernoulli vysvětluje, kdy a jak lze pravděpodobnost určit. Zejména nelze určit pravděpodobnost jevů, o nichž s jistotou víme, zda nastanou či nenastanou. Bernoulli uvádí jako příklad zatmění Měsíce: není možné, aby astronom řekl, že během nějakého úplňku během roku nastane či nenastane zatmění, protože ví (a tedy nedomnívá se), během kterého úplňku k zatmění Měsíce dojde. K určení pravděpodob-nosti pak nestačí jen jeden způsob důkazu; navíc musíme vzít v úvahu nejen ty skuteč-nosti, které hovoří ve prospěch naší domněnky, nýbrž také skutečnosti, které hovoří proti naší domněnce. K důkazu všeobecných věcí lze použít všeobecné důvody, avšak k vyslo-vení domněnky o individuálních skutečnostech je potřeba předložit důvody individuální. U věcí pochybných a nejistých je pak potřeba počkat, až se více rozjasní. Někdy však, říká Bernoulli, je třeba konat; tehdy vybíráme to, co je vhodnější a bezpečnější.

V této souvislosti je zajímavé sledovat, jak se Bernoulli vyrovnává s pojmem pravděpodobnosti. Je třeba mít na paměti, že právě *Ars Conjectandi* je jedním z prvních pokusů pravděpodobnost exaktně popsat. Proto také uvádí Bernoulli příklady ze života: můžeme-li si vybrat, zda vyskočíme z hořícího domu ze střechy domu či z okna v prvním patře, co si vybereme? Jak podotýká Bernoulli, ani jedno není bez rizika, ale výskok z prvního pat-ra se jeví na první pohled jako výhodnější. Není tedy překvapující, že dále Bernoulli v souvislosti s výpočty pravděpodobnosti varuje před přeceňováním jednotlivých vlivů. Podle Bernoulliho je navíc důležité si uvědomit, že lidské činy nelze hodnotit pouze podle úspěšnosti, neboť to, co se jevilo jako pošetilé, může vyústit v úspěch a naopak.

Ve třetí kapitole Bernoulli rozebírá možné způsoby dokazování, a to na základě slovního rozboru konkrétních situací. Začíná také propojovat váhu jednotlivých důkazů a čet-nost jejich výskytu s celkovou pravděpodobností. V tom pokračuje také v kapitole čtvrté a páté, čímž se dostává k formulaci zákona velkých čísel, který byl klíčový k tomu, aby bylo možné dát výsledky četných pozorování do souvislosti s očekávanou pravděpodob-ností.

Literatura k dalšímu studiu:

Bernoulli J.: Wahrscheinlichkeitsrechnung (Ars Conjectandi), Wilhelm Englemann, Leipzig, 1899.

Hacking I.: The Emergence of Probability, Cambridge University Press, Cambridge, 1975.

Hald A.: A History of Probability and Statistics and Their Applications before 1750, John Wiley and Sons, Hoboken, NJ, 2003.

Mačák K.: Počátky teorie pravděpodobnosti, Prometheus, Praha, 1997.

Todhunter I.: A History of Mathematical Theory of Probability from the Time of Pascal to that of Laplace, MacMillan and Co., Cambridge and London, 1865.