

<i>Teorie čísel - dělitelnost</i>

Příklad 1. Určete, kolik přirozených (celých) dělitelů mají čísla 60, 1024, 2016.

Příklad 2. Uveďte příklad čísla, které

1. bude mít 15 přirozených dělitelů a bude dělitelné šesti.
2. bude mít 2016 přirozených dělitelů a bude liché
3. bude mít 2016 dělitelů a bude dělitelné 2016.

Příklad 3. Kolika způsoby můžeme vyjádřit číslo 60 jako součin dvou nesoudělných čísel. Jak je to s číslem 2016? Co když budeme chtít daná čísla vyjádřit jako součin tří po dvou nesoudělných čísel?

Příklad 4. Kolika způsoby můžeme vyjádřit číslo 50 jako součet dvou nesoudělných čísel.

Příklad 5. Určete příklad dvou čísel, jejichž největší společný dělitel je 6 a nejmenší společný násobek je 72.

Příklad 6. Dokažte, že je hodnota výrazu $n^3 - n$ dělitelná třemi pro každé přirozené číslo n .

Příklad 7. Dokažte, že je hodnota výrazu $n^2 - n - 6$ dělitelná třemi pro každé přirozené číslo n nesoudělné s trojkou.

Příklad 8. Dokažte, že pokud je číslo n dělitelné pěti, nebo dává zbytek 4 po dělení pěti, potom hodnota výrazu $n^3 - 4n^2 - 4n + 16$ není dělitelná pěti.

Příklad 9. Dokažte, že hodnota výrazu $n^2 + 5n + 6$ je sudá pro každé přirozené číslo n .

Příklad 10. Dokažte, že druhá mocnina každého přirozeného čísla dává po dělení čtyřmi zbytek nula nebo jedna.

Příklad 11. Dokažte, že pokud dává přirozené číslo po dělení desíti zbytek pět, potom jeho druhá mocnina dává po dělení stem zbytek 25.

Příklad 12. Dokažte, že je hodnota výrazu $5x^3 + 15x^2 + 10x$ dělitelná třiceti pro každé přirozené číslo x .

Příklad 13. Které dvojciferné číslo se po vzájemné výměně cifer zvětší o 37 (o 36)?

Příklad 14. Dokažte, že součet třetích mocnin tří po sobě jedoucích přirozených čísel je dělitelný třemi.