

<i>Teorie čísel - směs</i>

Příklad 1. Je-li pro nějaké přirozené číslo n číslo $2^n - 1$ prvočíslem, potom je číslo

$$2^{n-1} \cdot (2^n - 1)$$

dokonalé. Dokažte.

Příklad 2. Každé sudé dokonalé číslo je ve tvaru $2^{n-1} \cdot (2^n - 1)$, kde $2^n - 1$ je prvočíslo. Dokažte.

Příklad 3. Každé sudé dokonalé číslo ve dvojkové soustavě začíná několika jedničkami a poté následuje o jedna méně nul. Dokažte.

Příklad 4. Je-li $2^n - 1$ prvočíslo, potom je n prvočíslo. Dokažte.

Příklad 5. Dokažte, že součet dělitelů každého sudého dokonalého čísla je roven 2.

Příklad 6. Dokažte, že každé sudé dokonalé číslo končí na 8 nebo na 6.

Příklad 7. Pro každé přirozené číslo n platí pro Fermatovo číslo F_n , že

$$F_n = (F_{n-1} - 1)^2 + 1$$